Fisica 1 per chimica industriale, Esame scritto - 05/11/2019

Docente: Santanastasio Francesco

Nome e cognome: .... Matricola: ....

Tempo a disposizione 2 ore, e' permessa la consultazione di un solo libro di testo (no libri di esercizi svolti, no quaderni/appunti), e' obbligatorio spegnere i cellulari. Risolvere gli esercizi riportando le formule risolutive ed i risultati numerici utilizzando le unita' di misura del Sistema Internazionale.

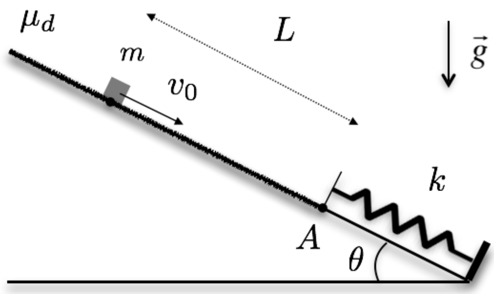
Esercizio 1

Un corpo (punto materiale) di massa m=0.2 kg viene lanciato verso il basso con velocità iniziale v_0=3m/s lungo una guida rettilinea inclinata di un angolo $\theta = 30°$ rispetto alla direzione orizzontale. Nel tratto di guida al di sopra del punto A è presente un coefficiente di attrito dinamico μ_d=0.3 mentre al di sotto del punto A la guida è liscia. A distanza L=0.5 m dal corpo è posto l'estremo superiore di una molla ideale di costante elastica k=100 N/m inizialmente a riposo, come indicato in figura.

Determinare:
a) la velocità del corpo nel punto A;
b) la massima compressione Δx della molla.

Alla fine della fase di estensione della molla, il corpo ripassa per il punto A e continua a risalire lungo la guida. Determinare:
c) il tempo che passa dall'istante in cui il corpo ripassa per A a quando il corpo si ferma.

Figura 1

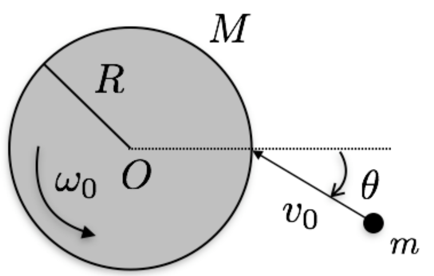


Esercizio 2

Un disco rigido omogeneo di raggio $R = 25\ cm$ e massa $M = 300\ g$ e' vincolato a ruotare senza attrito attorno ad un asse fisso verticale passante per il suo centro O. Inizialmente il disco ruota con velocità angolare costante $\omega_0 = 60\ rad/s$ nel verso antiorario indicato in figura. Ad un certo istante un proiettile di massa m=10 g e velocità v_0=100m/s urta il disco in maniera completamente anelastica con un angolo di incidenza $\theta = 30°$ come mostrato in figura.

Determinare:
a) il momento d'inerzia del sistema disco+proiettile subito dopo l'urto;
b) la velocità angolare del sistema disco+proiettile subito dopo l'urto;
c) il valore dell'angolo di incidenza, θ_m (con 0° $\leq \theta_m \leq$ 90°), tale che l'energia meccanica dissipata nell'urto sia massima.

Figura 2



Soluzione - Esercizio 1

a)
Chiamiamo O il punto iniziale dove si trova il corpo.

$E_0 = 1/2\, m{v_0}^2 + mgL \sin\theta$
$E_A = 1/2\, m{v_A}^2$
$L_{attr} = -F_d \mathrm{L} = -\mu_d N \mathrm{L} = -\mu_d mg \cos\theta\, \mathrm{L}$

$L_{attr} = E_A - E_0$
Risolvendo per v_A:
$v_A = \sqrt{{v_0}^2 + 2gL(\sin\theta - \mu_d \cos\theta)} = 3.37\ m/s$

b)
Chiamiamo B il punto di massima compressione della molla.

$E_A = 1/2\, m{v_A}^2 + mg\Delta x \sin\theta$
$E_B = 1/2\, k\, \Delta x^2$

$E_A = E_B$
Risolvendo per Δx:
$\Delta x = \frac{mg \sin\theta \pm \sqrt{(mg \sin\theta)^2 + km{v_A}^2}}{k} = 0.161\ m$ (scegliendo la soluzione positiva, numero reale)

c)

L'energia si conserva nella fase di distensione della molla. Quindi quando ripassa in risalita per il punto A l'energia è la stessa della fase di discesa (v_A).

Dopo essere passato per il punto A al tempo $t = 0$, *nella fase di risalita lungo la guida*:

$a = -g\, (\sin\theta \quad + \mu_d \cos\theta \quad) = -7.44\ m/s^2$
$v = v_A + at$

Il corpo si ferma al tempo T quando $v = 0$:
$T = -v_A/a = 0.453\ s$

Soluzione - Esercizio 2

a)
$I_0 = I_{disco} = \frac{MR^2}{2} = 0.00937\ kgm^2$ (prima dell'urto)
$I_1 = \frac{MR^2}{2} + mR^2$ =0.0100 kgm^2 (dopo urto disco e proiettile restano uniti essendo l'urto completamente anelastico)

b)
Si conserva nell'urto il momento angolare rispetto al polo O.

Il proiettile urta con un angolo θ , quindi $J_{proiettile} = |\vec{r}\times\vec{p}| = Rmv_0 \sin\theta$

$J_0 = J_{disco} + J_{proiettile} = I_0\omega_0 + mv_0R\sin\theta$
$J_1 = J_{disco+proiettile} = I_1\omega_1$

$J_0 = J_1$
Risolvendo per ω_1:
$\omega_1 = \frac{I_0\omega_0 + mv_0R\sin\theta}{I_1} = 68.7\ rad/s$

c)
$E_{diss} = E_0 - E_1$
$E_0 = 1/2\ m{v_0}^2 + 1/2 I_0\ {\omega_0}^2$
$E_1 = 1/2 I_1\ {\omega_1}^2 = 1/2\ \frac{(I_0\omega_0 + mv_0R\sin\theta\ )^2}{I_1}$
E_{diss} è massima quando E_1 è minima, ovvero quando:
$\sin\theta_m = 0$ da cui $\theta_m = 0$ (essendo $0° \leq \theta_m \leq 90°$)