Fisica 1 per chimica industriale, Esame scritto - 11/09/2019
Docente: Santanastasio Francesco

Nome e cognome: .... Matricola: ....

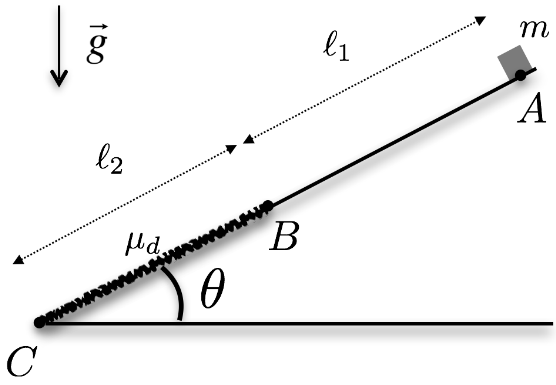
Tempo a disposizione 2 ore, e' permessa la consultazione di un solo libro di testo (no libri di esercizi svolti, no quaderni/appunti), e' obbligatorio spegnere i cellulari. Risolvere gli esercizi riportando le formule risolutive ed i risultati numerici utilizzando le unita' di misura del Sistema Internazionale.

Esercizio 1

Una guida rettilinea è formata da un segmento AB di lunghezza ℓ_1=1m privo di attrito e da un segmento BC di lunghezza ℓ_2=0.6m che ha un coefficiente di attrito dinamico μ_d=0.4 . La guida forma un angolo θ con la direzione orizzontale. Un corpo (punto materiale) di massa m=0.5 kg viene appoggiato fermo nell'estremo A della guida e poi viene lasciato libero.

Determinare:
a) il valore minimo dell'angolo θ_{min} tale che il corpo raggiunga il punto C;
b) il lavoro fatto dalla forza di attrito, quando l'angolo è θ_{min};
c) il tempo impiegato dal corpo per percorrere il tratto AC, quando l'angolo è θ_{min}.

Figura 1



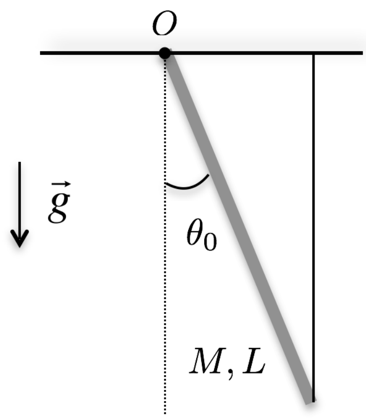
Esercizio 2

Un sbarretta rigida omogenea di lunghezza $L = 15\ cm$ e massa $M = 500\ g$ e' vincolata a ruotare senza attrito attorno ad un asse fisso orizzontale passante per un suo estremo nel punto O. Una fune ideale, posta verticalmente, collega l'altro estremo della sbarretta al soffitto, come indicato in Figura 2. Inizialmente la sbarretta è in inclinata di un angolo $\theta_0 = 20°$ e si trova in equilibrio.

Determinare:
a) la tensione della fune nella posizione di equilibrio.

Ad un certo istante la fune viene tagliata e la sbarretta inizia a oscillare attorno al punto O. Determinare:
b) la velocita' angolare massima raggiunta dalla sbarretta durante il suo moto;
c) il periodo delle oscillazioni (nell'approssimazione di piccoli angoli).

Figura 2



Soluzione - Esercizio 1

a)
$E_A = mgh = mg(\ell_1 + \ell_2)\sin\theta$
$E_C = 1/2\, m{v_C}^2$
$L_{attr} = -F_d\ell_2 = -\mu_d N\ell_2 = -\mu_d mg\cos\theta\,\ell_2$

$L_{attr} = E_C - E_A$
Risolvendo per v_C:
$v_C = \sqrt{2g((\ell_1 + \ell_2)\sin\theta - \mu_d\,\ell_2\cos\theta)}$

Il corpo arriva nel punto C se $v_C \geq 0$:
si ottiene una condizione sull'angolo

$$\theta \geq \theta_{min} = arctan\left(\frac{\mu_d\ell_2}{(\ell_1 + \ell_2)}\right) = 0.15\, rad. = 8.5°$$

b)
$L_{attr} = -F_d\ell_2 = -\mu_d N\ell_2 = -\mu_d mg\cos\theta_{min}\,\ell_2 = -1.16\, J$

c)
$Nel\ tratto\ AB$:
$a = g\sin\theta_{min}$, $v = g\sin\theta_{min}\, t$, $x = 1/2\, g\ \sin\theta_{min}\ t^2$
Imponendo $x = \ell_1$:

$$t_1 = \sqrt{\frac{2\ell_1}{g\sin\theta_{min}}} = 1.16\, s$$

$v_B = g\sin\theta_{min}\, t_1 = 1.7\, m/s$

$Nel\ tratto\ BC$:
$a = g\ (\sin\theta_{min} - \mu_d\cos\theta_{min})$, $v =$ g$(\sin\theta_{min} - \mu_d\cos\theta_{min})t + v_B$

Per il caso in esame ($\theta\quad = \theta_{min}$) segue che $v = v_C = 0$ al tempo $t = t_2$ incognito.
$0 =$ g$(\sin\theta_{min} - \mu_d\cos\theta_{min})t_2 + v_B$ da cui

$$t_2 = \frac{v_B}{\mathrm{g}(\sin\theta_{min} - \mu_d\cos\theta_{min})t_2} = 0.7\, s$$

Il tempo totale e' quindi
$t_{AC} = t_1 + t_2 = 1.86\, s$

Soluzione - Esercizio 2

a)
$Mg\frac{L}{2}\sin\theta_0 - TL\sin\theta_0 = 0$
$T = \dfrac{Mg}{2} = 2.45\ N$

b)
La velocità angolare massima corrisponde alla posizione verticale della sbarretta.
$E_i = Mg\Delta h_{CM} = Mg(\dfrac{L}{2} - \dfrac{L}{2}\cos\theta_0) = \dfrac{MgL}{2}(1-\cos\theta_0)$
$E_f = \frac{1}{2}I\omega_{max}{}^2$

$I = \frac{ML^2}{12} + M\left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{1}{3}ML^2 = 0.00375\ kg\ m^2$

$E_i = E_f$
$\frac{MgL}{2}(1-\cos\theta_0) = \frac{1}{2}I\omega_{max}{}^2$
$\omega_{max} = \sqrt{\frac{3g(1-\cos\theta_0)}{L}} = 3.44\ rad/s$

c)
Seconda equazione cardinale:
$-Mg\dfrac{L}{2}\sin\theta \quad = I\dfrac{d^2\theta}{dt^2}$

Approssimazione di piccoli angoli: moto armonico
$-Mg\dfrac{L}{2}\quad\theta\quad = I\dfrac{d^2\theta}{dt^2}$

Soluzione del moto:
$\theta(t) = \theta_0 cos(\omega t)$
con pulsazione $\omega = \sqrt{\frac{MgL}{2I}}$
Periodo delle oscillazioni:
$T = 2\pi/\omega = 2\pi\sqrt{\dfrac{2L}{3g}} = 0.63\ s$