Fisica 1 per chimica industriale, Esame scritto 14/09/2016
Docente: Santanastasio Francesco

Nome e cognome: .... Matricola: ....

Tempo a disposizione 3 ore, e' permessa la consultazione del solo libro di testo ed appunti (no libri di esercizi), e' *obbligatorio spegnere i cellulari*. *Risolvere gli esercizi riportando le formule risolutive ed i risultati numerici utilizzando le unita' di misura del Sistema Internazionale.*

Esercizio 1

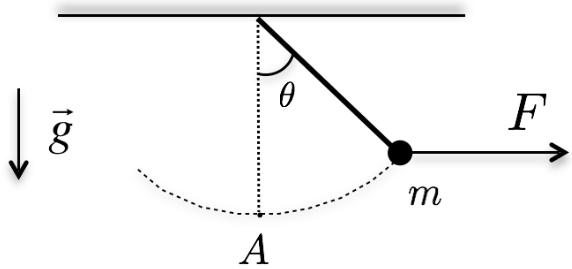
Un pendolo semplice e' costituito da un corpo di massa $m = 1Kg$ (punto materiale) attaccato ad un filo inestensibile di massa trascurabile e lunghezza $L = 0.5\ m$, sospeso per un estremo ad un soffitto. Inizialmente il pendolo si trova in equilibrio sotto l'azione della forza peso, della tensione del filo e di una forza orizzontale $F = 6N$, come mostrato in Figura 1.

a) Determinare l'angolo θ che il filo forma con la verticale e la tensione del filo.

Ad un certo istante la forza orizzontale F viene eliminata ed il pendolo inizia ad oscillare. Determinare:

b) la velocita' del corpo nel punto A;
c) la tensione del filo nel punto A.

Figura 1



Esercizio 2

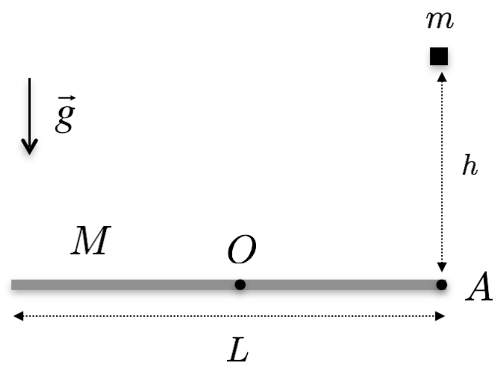
Una sbarretta rigida di lunghezza L e massa M e' vincolata a ruotare attorno ad un asse fisso orizzontale passante per il suo centro O. Inizialmente la sbarretta e' in quiete nella posizione orizzontale, come indicato in Figura 2. Ad un certo istante, un corpo di massa m (punto materiale) viene fatto cadere da fermo da una altezza h e resta conficcato nella sbarretta nel suo punto estremo A (urto completamente anelastico).

Determinare, subito dopo l'urto:
a) la velocita' angolare del sistema sbarretta+corpo;
b) la posizione e la velocita' lineare del centro di massa del sistema sbarretta+corpo;

Determinare inoltre:
c) l'altezza minima h_{min} da cui il corpo deve cadere affinche' il sistema sbarretta+corpo compia un giro completo.

[Dati del problema: L=1 metro, h=0.5 metri, $M = 3m$]

Figura 2

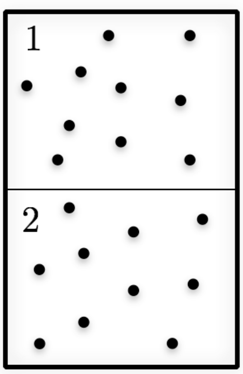


Esercizio 3

Un recipiente rigido cilindrico di volume $V = 2.5\ 10^{-2}\ m^3$, termicamente isolato, e' diviso in due scomparti uguali da un pistone mobile di massa trascurabile. Il pistone e' un buon conduttore termico ed e' inizialmente bloccato. Il primo scomparto e' occupato da $n_1 = 1$ mole di un gas perfetto alla temperatura $T = 300\ K$; il secondo scomparto contiene n_2 moli dello stesso gas. Ad un certo istante il pistone viene sbloccato cosi' che possa muoversi liberamente. Quando il sistema raggiunge l'equilibrio termodinamico si osserva che il primo scomparto ha volume doppio del secondo.

Determinare:
a) la temperatura finale del sistema all'equilibrio;
b) la pressione ed il volume dei gas nei due scomparti prima e dopo la trasformazione;
c) la variazione di entropia del sistema tra lo stato iniziale e finale.

Figura 3



Soluzione - Esercizio 1

a)
Le condizioni di equilibrio sono:
$asse\ X:\ F - T\sin\theta = 0$
$asse\ Y:\ T\cos\theta - mg = 0$
da cui si ricavano:

$\theta = arctan\left(\frac{F}{mg}\right) = 0.55\ rad.$

$T = \frac{F}{\sin\theta} = 11.5\ N$

b)
Imponendo la conservazione dell'energia:
$mg\ (L - L\cos\theta) = 1/2\ m\ v^2$
$v = \sqrt{2gL(1-\cos\theta)} = 1.2\ m/s$

c)
Scriviamo la forza centripeta del moto circolare nel punto A:
$ma = m\omega^2 L = m\frac{v^2}{L} = T - mg$
$T = m\frac{v^2}{L} + mg = 12.7\ N$

Soluzione - Esercizio 2

a)

Imponendo la conservazione dell'energia
$mgh = 1/2\, m\, v^2$
si ricava la velocita' del corpo di massa m dopo la caduta:
$v = \sqrt{2gh}$

Il momento d'inerzia della sbarretta rispetto al suo centro di massa O vale:
$I_{CM} = \frac{ML^2}{12}$
Il momento d'inerzia della sbarretta+corpo rispetto al polo O vale:
$I_O = I_{CM} + m(\frac{L}{2})^2 = \frac{mL^2}{2}$

Si conserva il momento angolare:
$J_O^i = I_O \omega$
$J_O^f = mv \quad L/2$

$J_O^i = J_O^f$
da cui:
$\omega \quad = \frac{mv \quad L/2}{I_O} = \frac{m\sqrt{2gh}L/2}{\frac{mL^2}{2}} = \frac{\sqrt{2gh}}{L} = 3.1\ rad/s$

b)

La posizione del centro di massa del sistema sbarretta+corpo rispetto al punto O e':

$x_{cm} = \frac{x_M\, M + x_m\, m}{M+m} = \frac{L/2\ m}{3m+m} = \frac{L}{8} = 0.125\ m$

La velocita' lineare del centro di massa e':

$v_{cm} = \omega x_{cm} = \frac{\sqrt{2gh}}{8} = 0.39\ m/s$

c)

Si conserva l'energia meccanica nella rotazione.
La condizione limite su h_{min} per compiere un giro completo e' che il corpo di massa *m* arrivi nel punto piu' alto della traiettoria con velocita' nulla.

$\mathrm{E}_i = \frac{1}{2} I_O \omega^2$
$\mathrm{E}_f = mg\frac{L}{2}$

$\mathrm{E}_i = \mathrm{E}_f$
$\frac{1}{2} I_O \omega^2 = \ mg\frac{L}{2}$
da cui:
$\frac{1}{2}\frac{mL^2}{2}\frac{2gh_{min}}{L^2} = \ mg\frac{L}{2}$

$h_{min} = L = 1m$

Soluzione - Esercizio 3

a)

Inizialmente i gas 1 e 2 sono alla stessa temperatura $T_i = T$, essendo il pistone conduttore di calore.
Per lo stesso motivo, anche nello stato finale di equilibrio i gas 1 e 2 si trovano alla stessa temperatura T_f.

Essendo il sistema isolato si conserva l'energia interna:
$\Delta U_{sistema} = \Delta U_1 + \Delta U_2 = 0$
$n_1 c_V (T_f - T_i) + n_2 c_V (T_f - T_i) = 0$
Pertanto:
$T_f = T_i = T = 300K$

b)

Stato finale:

- Calcoliamo i volumi:
$V_1^f + V_2^f = V$
$V_1^f = 2V_2^f$
$V_1^f = \frac{2}{3}V = 1.67\ 10^{-2}\ m^3$
$V_2^f = \frac{1}{3}V = 0.83\ \ 10^{-2}\ m^3$

- Calcoliamo le pressioni:
Scriviamo le equazioni di stato dei gas nello stato finale (nota: la temperatura e' la stessa):
$P_1^f V_1^f = n_1 RT$
$P_2^f V_2^f = n_2 RT$
Le pressioni dei due gas sono le stesse nello stato finale ($P_1^f = P_2^f$), da cui:
$\frac{V_2^f}{V_1^f} = \frac{n_2}{n_1}$
$n_2 = n_1/2 = 0.5\ mol$
La pressione dei gas nello stato finale e' dunque:
$P_1^f = P_2^f = n_1 RT/V_1^f = 1.49\ \ 10^5\ Pa$

Stato iniziale:

- Calcoliamo i volumi:
$V_1^i = V_2^i = V/2 = 1.25\ 10^{-2}\ m^3$

- Calcoliamo le pressioni:
$P_1^i = n_1 RT/V_1^i = 1.99\ 10^5\ Pa$
$P_2^i = n_2 RT/V_2^i = 1.00\ 10^5\ Pa$

c)

La variazione di entropia del sistema e' la somma di quelle dei gue gas:
$\Delta S_{sistema} = \Delta S_1 + \Delta S_2$
$\Delta S_{if} = n c_V ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) + nRln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$
Essendo $T_f = T_i$:
$\Delta S_{if} = nRln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$
$\Delta S_1 = n_1 Rln\left(\frac{V_1^f}{V_1^i}\right) = 2.4\ J/K$
$\Delta S_2 = n_2 Rln\left(\frac{V_2^f}{V_2^i}\right) = -1.7\ J/K$
$\Delta S_{sistema} = \Delta S_1 + \Delta S_2 = 0.7\ J/K\ \ > 0$