Fisica 1 per chimica industriale, Esame scritto - 16/07/2019
Docente: Santanastasio Francesco

Nome e cognome: .... Matricola: ....

Tempo a disposizione 2 ore, e' permessa la consultazione di un solo libro di testo (no libri di esercizi svolti, no quaderni/appunti), e' obbligatorio spegnere i cellulari. Risolvere gli esercizi riportando le formule risolutive ed i risultati numerici utilizzando le unita' di misura del Sistema Internazionale.

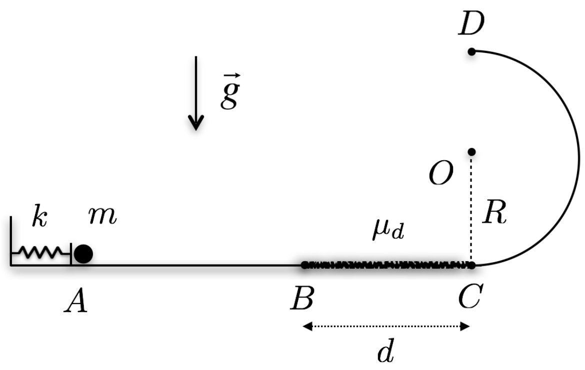
Esercizio 1

Una pallina (punto materiale) di massa $m = 0.05\ Kg$ è vincolata a muoversi lungo una guida costituita da un tratto rettilineo (AC) più un tratto semi-circolare (CD) di raggio $R = 0.2\ m$, come mostrato in Figura 1. Nel tratto BC di lunghezza $d = 0.3\ m$ e' presente un coefficiente di attrito dinamico $\mu_d = 0.1$. La pallina è inizialmente ferma a contatto con una molla di costante elastica $k = 100\ N/m$ la quale è compressa rispetto alla sua lunghezza a riposo di una quantità $\Delta x = 0.1\ m$. Determinare:
a) la velocità della pallina nel punto D.

Arrivata nel punto D con velocità diversa da zero, la pallina abbandona la guida.
Determinare:
b) il tempo tra l'istante in cui la pallina passa per D e l'istante in cui tocca terra;
c) la massima compressione iniziale della molla Δx_{max} tale che la pallina tocchi terra all'interno del tratto BC.

Note:
- la pallina resta a contatto con la guida lungo il tratto CD (la guida semi-circolare è un vincolo bilaterale).
- la molla può solo spingere la pallina.

Figura 1



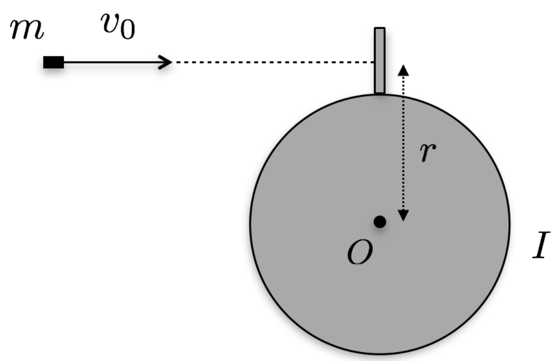
Esercizio 2

Un sistema (corpo rigido) è costituito da un disco più una sbarretta rigidamente collegati tra loro, come mostrato in Figura 2. Il sistema può ruotare attorno ad un asse verticale fisso passante per il centro O del disco. Il momento d'inerzia del sistema rispetto all'asse passante per O è $I = 0.0005\ Kgm^2$. Un corpo (punto materiale) di massa $m = 0.02\ Kg$ viene lanciato con velocità $v_0 = 0.40\ m/s$ in direzione ortogonale alla sbarretta, urtandola a distanza $r = 0.1\ m$ dal centro O. L'urto è elastico.

Determinare:
a) la velocità angolare ω del sistema disco+sbarretta un istante dopo l'urto.

Dopo l'urto, si osserva che il sistema disco+sbarretta, frenato da forze di attrito, ruota di un angolo $\theta = \pi$ prima di fermarsi. Determinare:
b) il momento delle forze di attrito M_a , assumendo che sia costante nel tempo.
c) il tempo tra l'istante dopo l'urto e l'istante in cui il sistema si ferma.

Figura 2



Soluzione - Esercizio 1

a)
$L_a = -\mu_d mgd$
$E_A = 1/2\ k\ \Delta x^2$
$E_D = \frac{1}{2} mv^{\ 2} + mg2R$
$v = \sqrt{\frac{k}{m}\Delta x^2 - 2\mu_d gd - 4gR} = 3.40\ m/s$
b)
Si considera un sistema di riferimento con origine nel punto C, asse y diretto verso l'alto ed asse x nella direzione orizzontale verso il punto A.
$a_y = -g$, $v_y = -gt$, $y = 2R - 1/2\ g\ t^2$
$a_x = 0$, $v_x = v$, $x = vt$

Il corpo tocca terra nel punto E quando y=0, da cui
$o = 2R - 1/2\ g\ t_E{}^2$
$t_E = \sqrt{\frac{4R}{g}} = 0.286\ s$

c)
Il punto in cui il corpo tocca terra ha come coordinata orizzontale
$x_E = vt_E$

Il corpo deve cadere tra il punto B ed il punto C quindi:
$0 \le x_E \le d$

La massima compressione si ottiene da:
$x_E = vt_E \le d$ e quindi $v \le d/t_E$
$\sqrt{\frac{k}{m}\Delta x^2 - 2\mu_d gd - 4gR} \le d/\sqrt{\frac{4R}{g}}$
Risolvendo per la compressione:

$\Delta x \le \sqrt{\frac{mg}{k}(2\mu_d g + 4R + d^2/4R)} = \Delta x_{max} = 0.0690\ m$

Soluzione - Esercizio 2

a)
Conservazione momento angolare
$mrv_0 = I\omega + mrv$
Conservazione energia
$\frac{1}{2}m{v_0}^2 = \frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}mv^2$

Risolvendo il sistema:
$v = \frac{mr^2 - I}{mr^2 + I}v_0 = -0.171\ m/s$
$\omega = \frac{2mrv_0}{mr^2 + I} = 2.29\ rad/s$

b)
Metodo 1 (equazioni del moto)

$-M_a = I\alpha$
$\alpha(t) = -\frac{M_a}{I} = cost.$
$\omega(t) = \omega - \frac{M_a}{I}t$
$\theta(t) = \omega t - \frac{M_a}{2I}t^2$
Il tempo necessario per fermarsi si ricava imponendo che $\omega(T) = 0$ da cui:cc$T = \frac{I\omega}{M_a}$
Al tempo T, l'angolo $\theta(T) = \pi$:
$\pi = \omega T - \frac{M_a}{2I}T^2$
$M_a = \frac{I\omega^2}{2\pi} = 4.16\ 10^{-4}Nm$

Metodo 2 (teorema energia cinetica):

Lavoro = Differenza energia cinetica
-$M_a\ \theta_{stop} = 0 - \frac{1}{2}I\omega^2$ con $\theta_{stop} = \pi$
$M_a = \frac{I\omega^2}{2\pi} = 4.16\ 10^{-4}Nm$

c)
Dal metodo 1 del punto b si e' ottenuto il tempo necessario per fermarsi:
$T = \frac{I\omega}{M_a} = 2.75\ s$