Fisica 1 per chimica industriale, Esame scritto 18/01/2017
Docente: Santanastasio Francesco

Nome e cognome: .... Matricola: ....

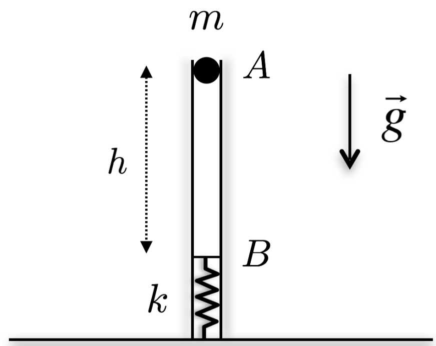
Tempo a disposizione 3 ore, e' permessa la consultazione del solo libro di testo ed appunti (no libri di esercizi), e' obbligatorio spegnere i cellulari. Risolvere gli esercizi riportando le formule risolutive ed i risultati numerici utilizzando le unita' di misura del Sistema Internazionale.

Esercizio 1

Un corpo di massa $m = 1.5\ Kg$ (punto materiale) viene lasciato cadere da fermo lungo una guida verticale come indicato in Figura 1. Inizialmente il corpo si trova nel punto A ad una distanza $h = 2\ m$ dall'estremo B di una molla ideale di costante elastica $k = 100\ N/m$. Si sa inoltre che la forza di attrito $F_a = 9\ N$, che agisce sul corpo durante il moto a contatto con la guida, ha modulo costante e verso contrario allo spostamento del corpo.

Determinare:
a) la velocita' v_B nel punto B;
b) il tempo di caduta Δt_{AB} impiegato per percorrere il tratto di lunghezza h;
c) la massima compressione della molla Δx.

Figura 1



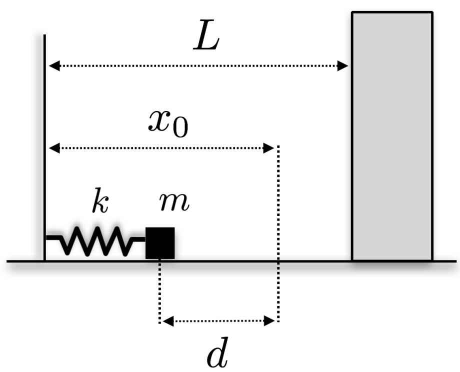
Esercizio 2

Un corpo di massa $m = 0.05\ Kg$ (punto materiale) puo' scorrere senza attrito su un piano orizzontale, restando collegato ad una molla ideale di costante elastica $k = 20\ N/m$ e lunghezza a riposo $x_0 = 0.2\ m$. Un estremo della molla e' fissato ad una parete, la quale si trova ad una distanza $L = 0.25\ m$ da un altro muro, come indicato in Figura 2.

La molla viene inizialmente compressa di una quantita' $d = 0.1\ m$ ed il corpo viene quindi rilasciato con velocita' iniziale nulla. Si osserva che dopo l'urto contro il muro, la molla si ricomprime di una quantita' pari a $\frac{2}{3}d$.

Determinare:
a) la velocita' del corpo un istante prima dell'urto contro il muro;
b) l'energia persa dal corpo nell'urto anelastico contro il muro;
c) la forza media esercitata dal corpo sul muro durante l'urto, sapendo che la durata dell'urto e' $\Delta t = \frac{1}{100}\ s$

Figura 2

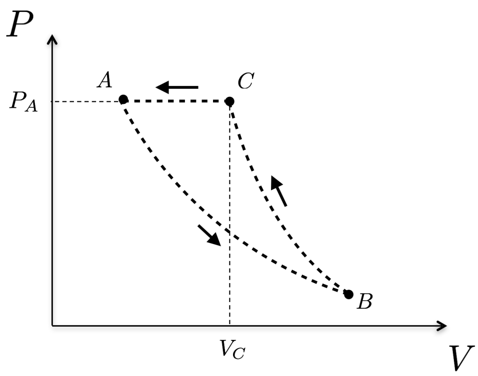


Esercizio 3

Un quantita' pari a $n = 3\ moli$ di gas ideale monoatomico esegue il ciclo termodinamico illustrato in Figura 3 costituito da tre trasformazioni irreversibili:
- AB: espansione adiabatica nel vuoto;
- BC: compressione adiabatica irreversibile;
- CA: compressione isobara irreversibile, ottenuta ponendo il gas a contatto termico con una sorgente a temperatura $T_A = 300K$.

Sapendo che la pressione iniziale del gas e' $P_A = 2 \cdot 10^5\ Pa$ e che il lavoro compiuto dal gas nella trasformazione BC e' $L_{BC} = -3.7 \cdot 10^4\ J$, determinare:
a) la temperatura nello stato B;
b) il volume nello stato C;
c) la variazione di entropia dell'universo.

Figura 3



Soluzione - Esercizio 1

a)
Consideriamo la fase di caduta del corpo.

$L_{attr.} = -F_a h$
$E_A = mgh$
$E_B = \frac{1}{2}\, m\, v_B^2$

$L_{attr.} = E_B - E_A$
$-F_a h = \frac{1}{2}\, m\, v_B^2 - mgh$

$$v_B = \sqrt{2(g - \frac{F_a}{m})h} = 3.9\, m/s$$

b)
Il moto e' uniformemente accelerato prodotto dalla forza di gravita' e la forza di attrito.

$F = ma = mg - F_a$

$$a = g - \frac{F_a}{m} = 3.8\, m/s$$

$v_B = a\Delta t_{AB}$

$$\Delta t_{AB} = \frac{v_B}{a} = 1\, s$$

c)
Chiamiamo C il punto di massima compressione della molla.
Imponiamo che nel punto C l'energia potenziale della forza peso sia nulla.

Nel tratto BC:

$$E_C = \frac{1}{2} k\Delta x^2$$

$$E_B = \frac{1}{2}\, m\, v_B^2 + mg\Delta x$$

$L_{attr.} = -F_a \Delta x$

Essendo:

$L_{attr.} = E_C - E_B$

si ottiene:

$$-F_a\Delta x = \frac{1}{2} k\Delta x^2 - \frac{1}{2}\, m\, v_B^2 - mg\Delta x$$

$$\Delta x_{12} = \frac{-(F_a - mg) \pm \sqrt{(F_a - mg)^2 + kmv_B^2}}{k}$$

L'unica soluzione fisica e' quella positiva:
$\Delta x = 0.538\, m$

Soluzione - Esercizio 2

a)

$$E_i = \frac{1}{2}\, k\, d^2$$
$$E_f = \frac{1}{2}\, m\, v_B^2 + \frac{1}{2}\, k\, (L - x_0)^2$$

Utilizzando la conservazione dell'energia
$E_i = E_f$
si ottiene:

$$v_B = \sqrt{k \frac{d^2 - (L - x_0)^2}{m}} = 1.73\, m/s$$

b)

Dopo l'urto contro il muro il corpo possiede una velocita' v'_B incognita.
Il suo valore si ottiene utilizzando di nuovo la conservazione dell'energia dopo l'urto.

$$E_i = \frac{1}{2}\, m\, v'^2_B + \frac{1}{2}\, k\, (L - x_0)^2$$
$$E_f = \frac{1}{2}\, k\, (\frac{2}{3} d)^2$$

Utilizzando
$E_i = E_f$
si ottiene la velocita' del corpo subito dopo l'urto:

$$v'_B = \sqrt{\frac{k}{m}\left[(\frac{2}{3} d)^2 - (L - x_0)^2\right]} = 0.88\, m/s$$

L'energia dissipata nell'urto anelastico e' dunque:
$$E_{diss} = \frac{1}{2}\, m\, v'^2_B - \frac{1}{2}\, m\, v_B^2 = -0.056\, J$$

c)

La forza media F esercitata dal corpo sul muro si ottiene dal teorema dell'impulso:

F $\Delta t \quad = \Delta p_{muro}$

Assumendo come verso positivo dell'asse x la direzione iniziale di moto del corpo:

$$p_i = m v_B$$

$$p_f = -m v'_B + p_{muro}$$

La quantita' di moto del sistema "corpo + muro" di conserva nell'urto.
$p_{muro} = m(v_B + v'_B)$

Essendo inizialmente la quantita' di moto del muro nulla,

$$F = \frac{\Delta p_{muro}}{\Delta t} = \frac{p_{muro}}{\Delta t} = 13\, N$$

Soluzione - Esercizio 3

Gas monoatomico

$c_V = \frac{3}{2}R$

$c_P = \frac{5}{2}R$

a)

La trasformazione AB e' una espansione libera adiabatica di un gas, con lavoro e calore nulli.

$Q_{AB} = L_{AB} = 0$

$\Delta U_{AB} = 0$

$T_B = T_A = 300\ K$

b)

Nella trasformazione BC il calore scambiato e' nullo mentre il lavoro e' negativo.

$Q_{BC} = 0\ (adiabatica)$

$L_{BC} = -3.7\ \cdot 10^4\ J\ (dato\ del\ problema)$

$\Delta U_{AB} = nc_V(T_C - T_B) = -L_{BC}$

$T_C = T_B - \frac{L_{BC}}{nc_V} = 1289\ K$

$V_C = \frac{nRT_C}{P_A} = 0.16\ m^3$

c)

La variazione di entropia del sistema e' la somma di quella del gas e delle sorgenti.

L'unica sorgente e' quella a temperatura T_A presente nella trasformazione CA del gas.

$\Delta S_{universo} = \Delta S_{gas} + \Delta S_{sorgente}$

$\Delta S_{gas} = 0\ (ciclo)$

$\Delta S_{sorgente} = Q_{sorgente}/T_A$

Nel tratto CA la trasformazione e' isobara irreversibile:

$Q_{gas} = nc_P(T_A - T_C) = -6.17\ 10^4 J$

$Q_{gas}\ +\ Q_{sorgente} = 0$

$Q_{sorgente} = -Q_{gas} = 6.17\ 10^4 J$

$\Delta S_{universo} = \Delta S_{sorgente} = Q_{sorgente}/T_A = 205.7\ J/K$ (>0 in quanto e' un sistema adiabatico in cui si svolgono trasformazioni irreversibili)