Fisica 1 per chimica industriale, Esame scritto 28/09/2016
Docente: Santanastasio Francesco

Nome e cognome: .... Matricola: ....

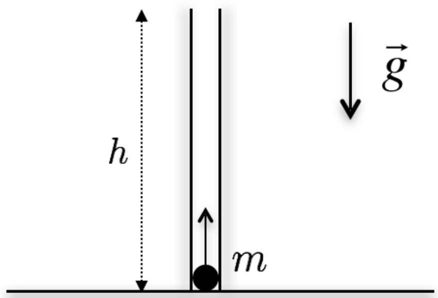
Tempo a disposizione 3 ore, e' permessa la consultazione del solo libro di testo ed appunti (no libri di esercizi), e' obbligatorio spegnere i cellulari. Risolvere gli esercizi riportando le formule risolutive ed i risultati numerici utilizzando le unita' di misura del Sistema Internazionale.

Esercizio 1

Un corpo di massa $m = 1Kg$ (punto materiale) viene lanciato verso l'alto lungo una guida verticale mediante un impulso istantaneo di modulo I e raggiunge l'altezza massima $h = 2m$. Raggiunta questa quota da terra, il corpo ricade lungo la guida e raggiunge la quota di partenza con una energia cinetica $K_f = 8\,J$. Si sa inoltre che la forza di attrito F_a, che agisce sul corpo durante il moto a contatto con la guida, ha modulo costante e verso contrario allo spostamento del corpo.

Determinare:
a) il modulo della forza di attrito F_a;
b) il modulo dell'impulso I;
c) il tempo di salita impiegato per raggiungere la quota h.

Figura 1



Esercizio 2

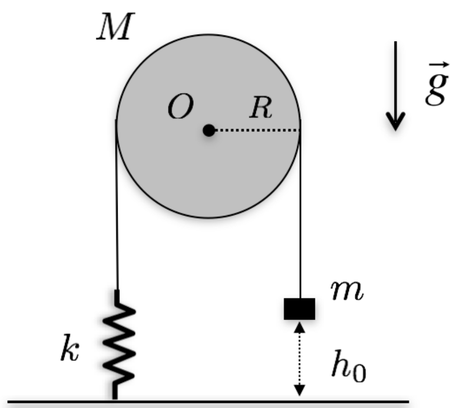
Una carrucola (assimilabile ad un sottile disco omogeneo) di massa $M = 5Kg$ e raggio $R = 0.1\,m$ puo' ruotare liberamente attorno ad un asse fisso orizzontale passante per il suo centro O. Sulla carrucola e' poggiata una fune ideale le cui estremita' sono agganciate ad una molla ideale di costante elastica $k = 1000\,N/m$ e ad un corpo (punto materiale) di massa $m = 5Kg$ sospeso ad una altezza $h_0 = 0.15\,m$, come mostrato in Figura 2. Sapendo che in questa configurazione il sistema e' in equilibrio statico, determinare:
a) l'allungamento iniziale x_O della molla.

Successivamente, il corpo viene tirato verso il basso fino a poggiare sul pavimento e quindi viene lasciato libero di muoversi verso l'alto. Si assuma che durante il moto la fune non scivoli mai rispetto alla carrucola.

Determinare:
b) il modulo della forza necessaria per tenere il corpo poggiato sul pavimento;
c) la velocita' del corpo nella fase di salita quando la molla si trova a riposo.

[Suggerimento: per il punto c) si puo' utilizzare la conservazione dell'energia]

Figura 2



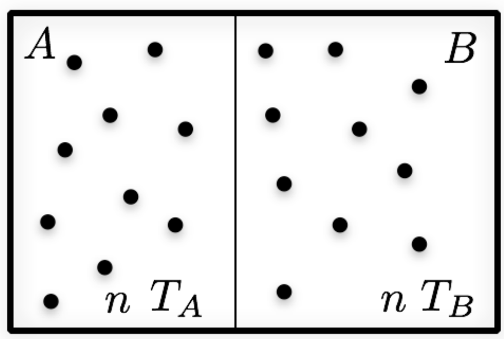
Esercizio 3

Un recipiente rigido cilindrico di volume $V = 12\,l$, termicamente isolato, e' diviso in due scomparti da un pistone mobile di massa trascurabile. Il pistone e' inizialmente ricoperto da un rivestimento termicamente isolante. Entrambi gli scomparti contengono $n = 0.25\,mol$ di un gas perfetto monoatomico. Inizialmente il sistema si trova in equilibrio meccanico con i due gas a temperature diverse $T_A = 27°C$ e $T_B = 147°C$. Determinare:
a) i volumi occupati dai due gas nello stato iniziale.

Ad un certo istante il rivestimento isolante del pistone viene rimosso ed il sistema evolve liberamente verso un nuovo stato di equilibrio termodinamico.

Determinare:
b) i volumi occupati dai due gas nello stato finale e la temperatura finale;
c) la variazione di entropia del sistema dei due gas tra lo stato iniziale e finale.

Figura 3



Soluzione - Esercizio 1

a)
Consideriamo la fase di caduta del corpo.

$L_{attr.} = E_f - E_i$
$L_{attr.} = -F_a h$
$E_f = K_f$
$E_i = mgh$
$-F_a h = K_f - mgh$
$F_a = mg - K_f/h = 5.8\ N$

b)
Consideriamo la fase di salita del corpo.

Dal teorema dell'impulso si ricava:
$I = \Delta p = mv_i \quad \rightarrow \quad v_i = I/m$

$L_{attr.} = E_f - E_i$
$L_{attr.} = -F_a h$
$E_f = mgh$
$E_i = \frac{1}{2} m{v_i}^2 = \frac{1}{2}\frac{I^2}{m}$
$-F_a h = mgh - \frac{1}{2}\frac{I^2}{m}$
$I = \sqrt{2m\,(mgh + F_a h)} = 7.9\ Kg\ m/s$

c)
Nella fase di salita il corpo esegue un moto uniformemente acceleratore con accelerazione diretta verso il basso.

$ma = -(mg + F_a) \quad \rightarrow \quad a = -(g + \frac{F_a}{m})$
$v = v_i - \left(g + \frac{F_a}{m}\right)t$
Nel punto di quota massima la velocita' e' nulla da cui:
$t = \frac{v_i}{\left(g + \frac{F_a}{m}\right)} = 0.5\ s$

Soluzione - Esercizio 2

a)
La condizione di equilibrio e' che la forza elastica sia uguale in modulo alla forza peso che agisce sul corpo.

$$kx_O = mg$$
$$x_O = \frac{mg}{k} = 0.049\ m = 4.9\ cm$$

b)
Per mantenere il corpo a terra la forza elastica deve essere uguale alla somma della forza peso piu' la forza esterna che tira verso il basso.

$$k(x_O + h_O) = mg + F$$
$$F = k(x_O + h_O) - mg = kh_O = 150\ N$$

c)
Si conserva l'energia meccanica.

$$E_i = \frac{1}{2}k(x_O + h_O)^2$$
$$E_f = \frac{1}{2}I\omega_f^2 + mg(x_O + h_O) + \frac{1}{2}mv_f^2$$

Il momento d'inerzia del disco rispetto al centro e':

$$I = \frac{MR^2}{2} = 0.025\ kg\ m^2$$

La fune non scivola sulla carrucola, quindi la velocita' lineare del punto e' direttamente legata alla velocita' angolare della carrucola da questa relazione:

$$v_f = \omega_f\ R$$

Essendo $E_f = E_i$ si ottiene:

$$\omega_f = \sqrt{\frac{k(x_O + h_O)^2 - 2mg(x_O + h_O)}{(I + mR^2)}} = 16.3\ \frac{rad.}{s}$$
$$v_f = \omega_f\ R = 1.63\ m/s$$

Soluzione - Esercizio 3

a)
Si convertono le temperature da gradi centrigradi a gradi Kelvin:
$T_A = 27°C = 300\ K$
$T_B = 147°C = 420\ K$
Inizialmente i gas A e B si trovano alla stessa pressione (equilibrio meccanico):
$P_A^i V_A^i = nRT_A$
$P_B^i V_B^i = nRT_B$
con $P_A^i = P_B^i$
Dividendo e tenendo conto del fatto che $P_A^i = P_B^i$:
$\frac{V_B^i}{V_A^i} = \frac{T_B}{T_A} = \frac{420\ K}{300\ K} = 1.4$
$V = V_B^i + V_A^i = 12\ l$
Da cui:
$V_A^i = 5\ l$
$V_B^i = 7\ l$

b)
Nello stato finale di equilibrio i due gas sono a contatto termico e quindi hanno la stessa temperatura e la stessa pressione:
$T_A^f = T_B^f = T^f$
$P_A^f = P_B^f$
Utilizzanzo ancora la legge di stato dei gas perfetti:
$P_A^f V_A^f = nRT_A^f$
$P_B^f V_B^f = nRT_B^f$
Dividendo:
$\frac{V_B^f}{V_A^f} = 1$
$V = V_B^f + V_A^f = 12\ l$
Da cui:
$V_A^f = V_B^f = 6\ l$

Essendo il sistema isolato si conserva l'energia interna:
$\Delta U_{sistema} = \Delta U_1 + \Delta U_2 = 0$
$n\ \ c_V(T^f - T_A) + n\ \ c_V(T^f - T_B) = 0$
Pertanto:
$T_f = \frac{T_A+T_B}{2} = 360K$

c)
La variazione di entropia del sistema e' la somma di quelle dei gue gas:
$\Delta S_{sistema} = \Delta S_1 + \Delta S_2$
$\Delta S_{if} = nc_V ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) + nRln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$

$\Delta S_1 = nc_V ln\left(\frac{T^f}{T_A}\right) + nRln\left(\frac{V_A^f}{V_A^i}\right) = 0.95\ J/K$
$\Delta S_2 = nc_V ln\left(\frac{T^f}{T_B}\right) + nRln\left(\frac{V_B^f}{V_B^i}\right) = -0.8\ J/K$

$\Delta S_{sistema} = \Delta S_1 + \Delta S_2 = 0.15\ J/K\ > 0$ (positiva in quanto e' una trasformazione adiabatica irreversibile)