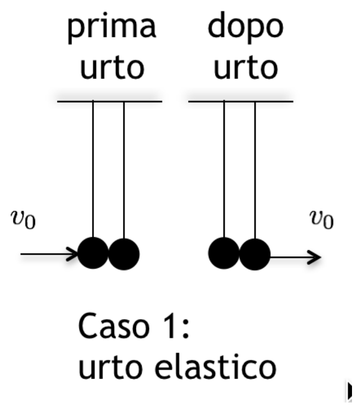
Esercizi sugli urti - Fisica 1

Esercizio 1

Pendolo di Newton

Caso 1:
Urto elastico - una biglia in moto con velocita' v_0 ed una biglia ferma. Stessa massa.



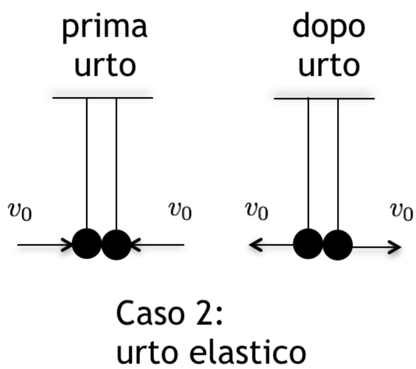
Si conservano quantita' di moto ed energia del sistema dei due punti materiali. Essendo l'urto localizzato nello spazio, l'energia potenziale delle forze conservative si conserva sempre. Quindi si conserva in particolare l'energia cinetica del sistema prima e dopo l'urto.

$m\, v_0 = m\, v_1 + m\, v_2$
$1/2m\, v_0^2 = 1/2m\, v_1^2 + 1/2m\, v_2^2$

Il sistema si risolve in maniera semplice cosi':
$v_0 - v_1 = v_2$
$v_0^2 - v_1^2 = v_2^2 \;\; --> \;\; (v_0 - v_1)(v_0 + v_1) = v_2^2$
Sostituendo $v_0 - v_1$ al posto di v_2 nella seconda equazione si ottiene:
$(v_0 + v_1) = v_0 - v_1$
E quindi:
$v_1 = 0$
$v_2 = v_0 - v_1 = v_0$

In questo caso in cui le due masse sono uguali, i due corpi si scambiano le velocita' (dopo l'urto, il primo corpo si ferma ed il secondo parte con la stessa velocita' del primo).

Caso 2:
Urto elastico - una biglia in moto con velocita' v_0 ed una biglia in moto con velocita' $-v_0$. Stessa massa.



Come prima, si conservano quantita' di moto ed energia del sistema dei due punti materiali.

$m\, v_0 - m\, v_0 = m\, v_1 + m\, v_2$
$1/2m\, v_0^2 + 1/2m\, v_0^2 = 1/2m\, v_1^2 + 1/2m\, v_2^2$

$v_1 = -v_2$
$v_0^2 = 1/2v_1^2 + 1/2v_2^2 = v_1^2$

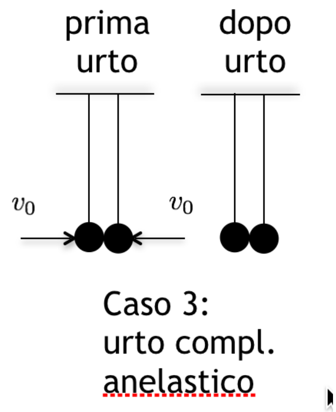
$v_1 = -v_0$
$v_2 = v_0$

Caso 3:
Urto completamente elastico - una biglia in moto con velocita' v_0 ed una biglia in moto con velocita' $-v_0$. Stessa massa. Dopo l'urto restano attaccate.

Si conserva solo la quantita' di moto. Dopo l'urto le due biglie sono un unico corpo di massa m+m e velocita' V:

$m\, v_0 - m\, v_0 = (m+m)V$

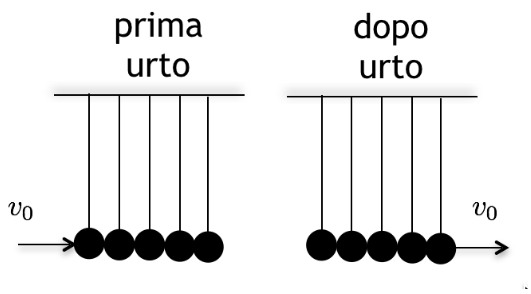
V=0 --> Il sistema e' fermo



Caso 4:
Urto elastico - 1 biglia in moto con velocita' v_0 ed 4 biglie ferme. Stessa massa.

Si deve considerare il fenomeno come una successione di urti elastici che avvengono in tempi diversi tra coppie di biglie. In ciascuno urto la biglia in moto trasferisce la sua velocita' alla biglia succesiva, e si ferma, come mostrato nel caso 1.

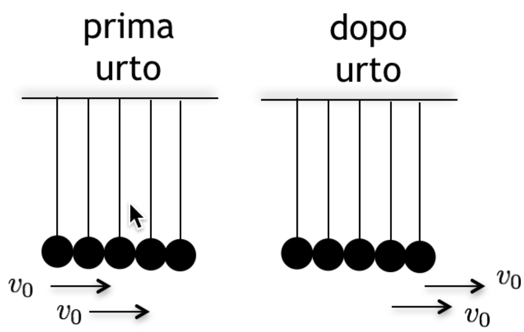
stato iniziale: m (v_0->) m m m m : prima in moto, altre ferme
dopo urto 1: m m (v_0->) m m m : seconda in moto, altre ferme
dopo urto 2: m m m (v_0->) m m : ...
dopo urto 3: m m m m (v_0->) m : ...
dopo urto 4 = stato finale: m m m m m (v_0->) : ultima in moto, altre ferme



Caso 5:
Urto elastico - 2 biglie in moto con velocita' v_0 ed 3 biglie ferme. Stessa massa.

Si ragiona per urti successivi come nel caso precedente:

	1	2	3	4	5
stato iniziale:	m (v_0->)	m (v_0->)	m	m	m
dopo primo urto tra 2-3:	m	(v_0->) m	m (v_0->)	m	m
dopo urto tra 1-2:	m	m (v_0->)	m (v_0->)	m	m
dopo primo urto tra 3-4:	m	m (v_0->)	m	m (v_0->)	m
dopo secondo urto tra 2-3:	m	m	m (v_0->)	m (v_0->)	m
dopo urto tra 4-5:	m	m	m (v_0->)	m	m (v_0->)
dopo secondo urto tra 3-4 = stato finale:	m	m	m	m (v_0->)	m (v_0->)



Assumendo che le biglie abbiano la stessa massa, se inizialmente si muovono N biglie, dopo l'urto partiranno nello stato finale N biglie con la stessa velocita' iniziale, mentre le rimanenti rimarranno ferme.

Esercizio 2

Pendolo balistico (con angolo di impatto diverso da zero)

Un corpo A di massa $m_A = 5Kg$ e' appeso ad un capo di un filo inestensibile e di massa trascurabile. esso e' urtato in modo completamente anelastico da un corpo B di massa $m_B = 3Kg$ proveniente dall'alto da una direzione che forma un angolo di 60 gradi con l'orizzontale. Dopo l'urto il sistema risale fino ad una quota di h=8 cm rispetto al punto iniziale. Calcolare:
a) l'energia cinetica del sistema subito dopo l'urto
b) la velocita' di B prima dell'urto.

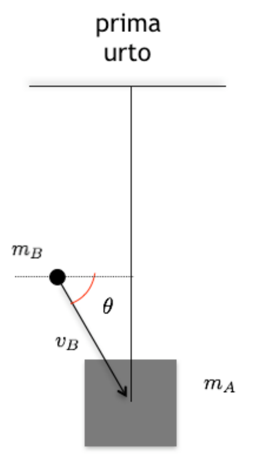
Soluzione:

Le forze esterne durante l'urto sono la forza peso e la tensione del filo entrambe dirette lungo la direzione verticale.

Durante l'urto la tensione (che e' una reazione vincolare) si comporta come una forza impulsiva e non e' quindi trascurabile rispetto alle forze interne che i due corpi si scambiano. Pertanto la quantita' di moto non si conserva lungo l'asse y.
(Questo e' facilmente verificabile: nell'istante iniziale c'e' una componente lungo y della quantita' di moto del sistema dovuta alla velocita' del corpo A; mentre nello stato finale il corpo A e B si muovono insieme con velocita' V orizzontale; pertanto la quantita' di moto lungo l'asse y e' nulla dopo l'urto. Quindi la quantita' di moto lungo l'asse y cambia durante l'urto).

Tuttavia, non essendoci forze esterne lungo asse x, si conserva la quantita' di moto lungo x nell'urto completamente anelastico.
$\overrightarrow{F_{tot,x}^{ext}} = \frac{d\overrightarrow{p_{tot,x}}}{dt} = 0$ e quindi $\overrightarrow{p_{tot,x}} = cost.$

$p_{tot,x}(iniziale) = p_{tot,x}(finale)$
Dopo l'urto completamente anelastico i due corpi restano attaccati e si muovono con velocita' comune V.



$m_B v_B \cos\theta = (m_A + m_B)V$

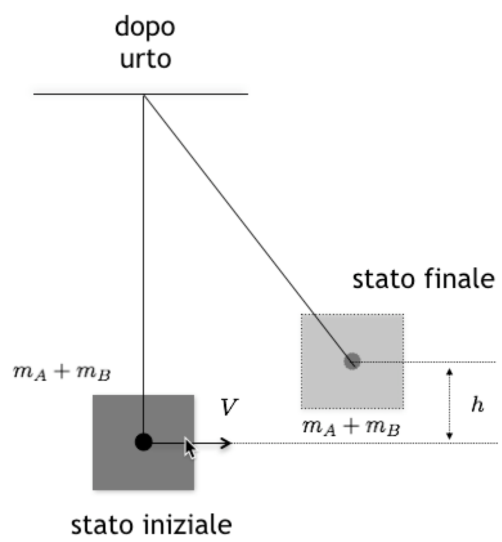
$v_B = \frac{m_A+m_B}{m_B \cos\theta} V$ (questa e' la velocita' richiesta al punto b)

Per calcolare V dobbiamo imporre la conservazione dell'energia dopo l'urto: dall'istante iniziale il cui il corpo di massa $m_A + m_B$ parte con velocita' orizzontale V, all'istante finale in cui il corpo di massa $m_A + m_B$ e' fermo a quota h da terra.

$E_i = 1/2(m_A + m_B)V^2$
$E_f = (m_A + m_B)gh$

Imponendo $E_i = E_f$ si ottiene
$V \;\; = \sqrt{2gh = 1.25\, m/s}$

Quindi:



a)
L'energia cinetica dopo l'urto vale:
$$E_i = K_i = \frac{1}{2}(m_A + m_B)V^2 = 6.3\, J$$

b)
Mentre la velocita' in B vale:

$$v_B = \frac{m_A + m_B}{m_B \cos\theta} V = 6.7\, m/s$$