

# Esercizi di cinematica del punto materiale

Marzo 2019

## Esercizio 1

Un bambino dispettoso vuole rompere con un sasso una delle finestre del palazzo di fronte al suo. La velocità iniziale del sasso scagliato con la fionda è  $v_0 = 50\text{m/s}$ ; il punto centrale della finestra dista dal bambino  $d\sqrt{2}$  in linea d'aria e si trova ad una altezza  $d$  rispetto al bambino;  $d = 10\text{m}$ .

- a) Calcolare i valori dell'alzo  $\alpha$  della fionda che permettono di colpire il punto centrale della finestra. Perché il bambino ne sceglie istintivamente uno?
- b) Qual'è l'altezza massima rispetto al bambino raggiunta dal sasso prima dell'urto per le traiettorie trovate al punto a)?
- c) Per le stesse traiettorie, qual'è il tempo impiegato dal sasso per raggiungere la finestra?
- d) quali sono le componenti ed il modulo della velocità quando il sasso raggiunge la finestra? Quale delle traiettorie ha più probabilità di rompere la finestra?

Nota: è utile ricordare che  $1 + \tan^2\alpha = 1/\cos^2\alpha$

### Soluzioni

a)

$$gd^2\tan^2\alpha - 2v_0^2d\tan\alpha + 2v_0^2d + gd^2 = 0 \text{ da cui}$$

$$\tan\alpha_1 = 49.98 \text{ e } \alpha_1 = 88.8^\circ$$

$$\tan\alpha_2 = 1.041 \text{ e } \alpha_2 = 46.1^\circ$$

Entrambe sono soluzioni corrette: il bambino sceglie la 2 perché più facile prendere la mira (poco sopra la linea della visuale della finestra)

b)

$$y_{max} = \frac{1}{2} \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{g}$$

$$x_{max} = \frac{v_0^2 \sin\alpha \cos\alpha}{g} \quad x_{max,1} = 7.1\text{m} \text{ e } y_{max,1} = 127.5\text{m}$$

$x_{max,1} = 127.5\text{m} > d = 10\text{m}$  quindi l'altezza massima prima dell'urto coincide con l'altezza della finestra  $y_{max,2} = d = 10\text{m}$

c)

$$t_F = \frac{d}{v_0 \cos \alpha}$$

$$t_{F,1} = 9.62s \text{ e } t_{F,2} = 0.29s$$

d)

$$v_x = v_0 \cos \alpha \text{ e } v_y = v_0 \sin \alpha - gt_F$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 - 2gd} = 48m/s \text{ uguale per entrambe le traiettorie.}$$

$$v_x(\alpha_1) = 1.04m/s \text{ e } v_y(\alpha_1) = 44.3m/s$$

$$v_x(\alpha_2) = 34.7m/s \text{ e } v_y(\alpha_2) = 33.2m/s$$

La seconda traiettoria ha maggiore probabilità di rompere la finestra in quanto la componente della velocità lungo x è maggiore.

## Esercizio 2

Un'automobile che viaggia in autostrada a 130 km/h si avvicina ad un camion che viaggia a 94 km/h. Quando l'automobile si trova a 120 m dal camion, si sposta nella corsia di sorpasso, accelera e supera il camion in 10 s. Assumendo che durante il sorpasso il moto sia uniformemente accelerato, si calcoli: a) l'accelerazione dell'automobile; b) la sua velocità al momento del sorpasso.

### Soluzioni

a)

$$a = \frac{2(d + (v_C - v_A)\Delta t)}{\Delta t^2} = 0.4m/s^2$$

b)

$$v_A(\Delta t) = v_A + a\Delta t = 40.1m/s = 144km/h$$