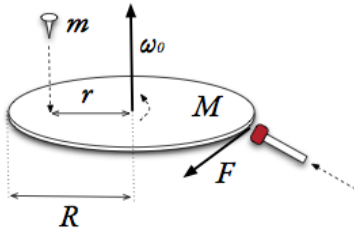


## Esercizio 2 (Meccanica dei sistemi)

Un disco circolare, orizzontale, di massa  $M$  e raggio  $R$ , ruota senza attrito attorno al suo asse con velocità angolare  $\omega_0$ . All'istante  $t = 0$  un chiodo di massa  $m$  cade in direzione verticale e si conficca nel disco a distanza  $r$  dal centro. Determinare:

- i) la velocità finale del disco (ossia la velocità dopo l'urto).  
Successivamente si porta a contatto del bordo del disco un blocchetto di gomma, fermo rispetto all'asse di rotazione, realizzando in questo modo un freno capace di esercitare una forza di attrito costante di modulo  $F$ . Calcolare:
- ii) dopo quanto tempo si arresta il disco;
- iii) il numero di giri compiuti prima di fermarsi.



## Soluzione Esercizio 2 (Meccanica dei sistemi)

- i) Per la conservazione del momento angolare si ha:

$$I_0\omega_0 = I_1\omega_1, \quad (7)$$

dove  $I_0 = \frac{MR^2}{2}$  e  $I_1 = I_0 + mr^2$ .

- ii) Dalla seconda equazione cardinale si ha:

$$FR = -\frac{d}{dt}(I_1\omega) = -I_1\frac{d\omega}{dt}, \quad (8)$$

da cui, integrando:

$$\omega(t) = \omega_1 - \frac{FR}{I_1}t, \quad (9)$$

che si annulla per  $t = t^* = \frac{I_1\omega_1}{RF} = \frac{I_0\omega_0}{RF}$ .

- iii) Per il teorema delle forze vive si ha:

$$\frac{1}{2}I_1\omega_1^2 + L_{attr} = 0. \quad (10)$$

Qui  $L_{attr} = -Fs$  dove  $s$  è pari allo spostamento del punto di applicazione della forza d'attrito. Si ha dunque che il numero di giri compiuti dal disco prima di arrestarsi è pari a:

$$n = \frac{s}{2\pi R} = \frac{I_1\omega_1^2}{4\pi RF}. \quad (11)$$