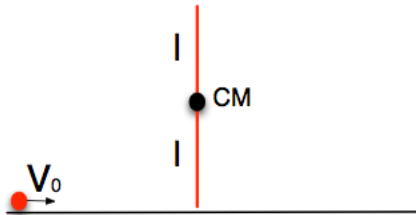


## Esercizio 2 (Meccanica dei sistemi)

Un'asta omogenea di massa  $M = 13.5 \text{ Kg}$  e lunghezza  $2l$ , con  $l = 0.48 \text{ m}$ , è vincolata a ruotare in un piano verticale sospesa ad un perno, fissato al centro di massa, ad un'altezza  $l$  dal suolo (come in figura 2). Sul pavimento, si sta muovendo un punto materiale di massa  $m = 1.37 \text{ Kg}$  con velocità in modulo  $v_0 = 9.6 \text{ m/s}$ . Sapendo che l'urto tra il punto materiale e l'asta è elastico, determinare:

- le velocità finali (in modulo),  $v_f$  ed  $\omega_f$ , rispettivamente del punto materiale e dell'asta, dopo l'urto;
- se la durata dell'urto è di  $\Delta t = 30 \text{ ms}$ , l'espressione ed il valore della forza media esercitata dall'asta sul punto materiale durante l'urto;
- il rapporto  $M/m$  affinché il punto materiale si fermi immediatamente dopo l'urto;



## Soluzione Esercizio 2 (Meccanica dei sistemi)

- Imponendo la conservazione del momento della quantità di moto e dell'energia si ottiene:

$$mv_0l = mv_f l + I_{CM}\omega_f \quad (7)$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_f^2 + \frac{1}{2}I_{CM}\omega_f^2, \quad (8)$$

con  $I_{CM} = \frac{1}{12}M(2l)^2 = \frac{1}{3}Ml^2$ , da cui:

$$v_f = v_0 \frac{3m - M}{3m + M} = -5.12 \text{ m/s} \quad (9)$$

$$\omega_f = \frac{2v_0}{l} \frac{3m}{3m + M} = 9.34 \text{ rad/s}. \quad (10)$$

- Il modulo della forza media esercitata dalla sbarra sul punto materiale durante l'urto si ottiene dividendo il modulo della variazione di quantità di moto del punto materiale per la durata dell'urto:

$$\bar{F} = \frac{mv_0 - mv_f}{\Delta t} = \frac{mM}{3m + M} \frac{2v_0}{\Delta t} = 672.2 \text{ N}. \quad (11)$$

Notare come la quantità di moto totale del sistema non si conserva.

- $v_f = 0$  se  $\frac{M}{m} = 3$ .