Esercizi sui moti relativi - Fisica 1

Esercizio 1

Un uomo in caduta libera in prossimita' della superficie terrestre lancia in alto un sasso con velocita' $v_0 = 5m/s$ rispetto al proprio sistema di riferimento. Determinare la distanza tra il sasso e la mano dell'uomo dopo un tempo $\Delta t = 5s$.

Soluzione:

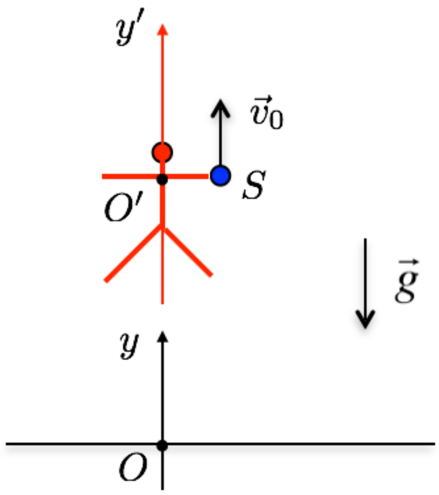
1) Risolviamo nel sistema di riferimento dell'uomo

Il sistema O' e' quello solidale con l'uomo in caduta libera.

$a'_S = a_S - A_{O'}$
a'_S = accelerazione di S nel sistema O
a_S = accelerazione di S nel sistema O'
$A_{O'}$ = accelerazione del sistema O' rispetto al sistema O (o accelerazione di trascinamento)

In questo caso l'accelerazione di gravita' agisce sia sul sasso (S) che sull'uomo (e quindi su O')
$a_S = -g$
$A_{O'} = -g$
Da cui
$a'_S = 0$

Nel sistema di riferimento dell'uomo S ha accelerazione nulla, e si muove quindi di moto rettilineo uniforme con velocita' costante pari a $v_0 = 5m/s$
Lo spazio percorso dopo Δt e' quindi:
$\Delta y = v_0 \Delta t = 25m$



2) Risolviamo nel sistema di riferimento solidale con la superficie terrestre (O)

Consideriamo il moto di due punti materiali: l'uomo (U) ed il sasso (S) entrambi soggetti alla stessa accelerazione di gravita'.

Essendo in caduta libera, nell'istante iniziale l'uomo avra' una velocita' rispetto alla superificie terrestre pari a "-V" (diretta verso il basso nel sistema di riferimento O). *** vedremo come il risultato non dipende dal valore iniziale di V.*

Scriviamo le equazioni del moto per i due punti materiali, ponendo per comodita' l'origine dell'asse y nella posizione iniziale di U ed S.

Equazioni del moto di U:
$a_U(t) = -g \qquad v_U(t) = -V - gt \qquad y_U(t) = -Vt - \frac{1}{2}gt^2$

Per scrivere le equazioni di S, bisogna determinare quanto vale la velocita' iniziale di S nel sistema di riferimento O:
Dalle trasformazioni di Galileo: $v'_S = v_S - V_{O'}$, da cui $v_S = v'_S + V_{O'}$
quindi in questo caso la velocita' iniziale di S nel sistema O vale: $v_S = v_0 - V$

Equazioni del moto di S:
$a_S(t) = -g \qquad v_S(t) = (v_0 - V) - gt \qquad y_S(t) = (v_0 - V)t - \frac{1}{2}gt^2$

La distanza tra il sasso e l'uomo e' dunque:
$\Delta y(t) = y_S(t) - y_U(t) = (v_0 - V)t - \frac{1}{2}gt^2 - (-Vt - \frac{1}{2}gt^2) = v_0 t$

Lo spazio percorso dopo Δt e' quindi:
$\Delta y = v_0 \Delta t = 25m$ *(in accordo con la soluzione 1 riportata sopra)*

Esercizio 2

Un uomo si trova su un ascensore che sale a velocita' costante. Egli lancia una pallina verticalmente verso l'alto con velocita' $v_0 = 4\ m\ /\ s$ relativa all'ascensore.
a) Determinare dopo quanto tempo la pallina ritorna nella mano dell'uomo.
b) Rispondere alla domanda a) nel caso in cui l'ascensore abbia una accelerazione diretta verso l'alto pari a $A_{asc} = 1\frac{m}{s^2}$.
[Suggerimento: provare a risolvere il problema in due modi: 1) usando le leggi dei moti relativi, 2) usando le leggi del moto dei due corpi viste dal sistema di riferimento della terra ferma. Verificare che i risultati sono gli stessi.]

Soluzione:

a)
Metodo 1:
Sistema O = terra ferma
Sistema O' = ascensore
asse y ed y' diretti verso l'alto.
Nel sistema O' la pallina parte da y'=0 al tempo t=0.

a' = a - A
dove:
a' = accelerazione della pallina del sistema di riferimento O' --> incognita
a = accelerazione della pallina nel sistema di riferimento O
A = accelerazione del sistema O' rispetto al sistema O (ovvero accelerazione dell'ascensore rispetto a terra)

a = -g
A = 0 (ascensore in moto rettilineo uniforme con velocita' costante)

a' = -g -0 = -g
v' = v0 -gt
$y' = v0\, t - 1/2\, g\, t^2$
Il moto della pallina nel sistema di riferimento dell'ascensore (in moto rettilineo uniforme) e' come quello che avrebbe se lanciassimo la pallina fermi da terra.
Nel sistema di riferimento O' dell'ascensore, la pallina torna sulla mano quanto y'=0.

$$y' = v0\, t - \frac{1}{2} g\, t^2$$

$0 = v0\, t - \frac{1}{2} g\, t^2$
da cui
t=0 (stato iniziale)
t = 2 v0 /g = 0.82 s

Metodo 2:
1 pallina
2 uomo solidale con l'ascensore
Studiamo il moto dei due corpi visti da un osservatore posto sulla terra ferma.
Sia V0 la velocita' dell'ascensore rispetto a terra.

Per 1 (pallina):
a1 = -g
v1 = (vo+V0) - gt
y1 =(v0+V0)t $-\frac{1}{2} g\, t^2$

Per 2 (ascensore):
a2 =0
v2 = V0
y2 = V0 t

La pallina torna sulla mano se y1=y2
(v0+V0)t $-\frac{1}{2} g\, t^2$= V0 t
da cui
il tempo
t = 2 v0 /g = 0.82 s
Lo stesso risultato ottenuto con il metodo 1.

Suggerimento: provare a disegnare la legge oraria di y1(t) ed y2(t) in funzione di t per visualizzare il moto ed individuare il punto di intersezione tra le due curve.

b)

Metodo 1:
Sistemi di riferimento come nel caso precedente a)

Sistema O = terra ferma
Sistema O' = ascensore
asse y ed y' diretti verso l'alto.
Nel sistema O' la pallina parte da y'=0 al tempo t=0.

a' = a - A
dove:
a' = accelerazione della pallina del sistema di riferimento O' --> incognita
a = accelerazione della pallina nel sistema di riferimento O
A = accelerazione del sistema O' rispetto al sistema O (ovvero accelerazione dell'ascensore rispetto a terra)

a = -g
A = A_{asc}

a' = -g -A_{asc} = -(g+A_{asc})
v' = v0 - (g+A_{asc}) t
$y' = v0\, t - 1/2\,(\mathrm{g} + A_{asc})\, t^2$
Come nel caso precedente e' un moto uniformemente accelerato (con a negativa) ma il valore dell'accelerazione e' la somma di quella di gravita' piu' quella dell'ascensore.

Nel sistema di riferimento O' dell'ascensore, la pallina torna sulla mano quanto y'=0.

$$y' = v0\, t - \frac{1}{2}(\mathrm{g} + A_{asc})\; t^2$$

$0 = v0\, t - \frac{1}{2}(\mathrm{g} + A_{asc})\; t^2$
da cui
t=0 (stato iniziale)
t = 2 v0 /(g + A_{asc}) = 0.74 s < del caso precedente in quanto l'accelerazione nel sistema O' e' maggiore di g.

Metodo 2:
1 pallina
2 uomo solidale con l'ascensore
Studiamo il moto dei due corpi visti da un osservatore posto sulla terra ferma.
Sia V0 la velocita' dell'ascensore rispetto a terra.

Per 1 (pallina):
a1 = -g
v1 = (vo+V0) - gt
y1 =(v0+V0)t $-\frac{1}{2} g\, t^2$
(come nel caso a) precedente)

Per 2 (ascensore):
a2 = A_{asc}
v2 = V0 + $A_{asc}\, t$
y2 = V0 t + 1/2 $A_{asc}\, t^2$

La pallina torna sulla mano se y1=y2
(v0+V0)t $-\frac{1}{2} g\, t^2$= V0 t + 1/2 $A_{asc}\, t^2$
da cui
il tempo
t = 2 v0 / (g + A_{asc})= 0.74 s
Lo stesso risultato ottenuto con il metodo 1.

Suggerimento: provare a disegnare la legge oraria di y1(t) ed y2(t) in funzione di t per visualizzare il moto ed individuare il punto di intersezione tra le due curve.

Esercizio 3

Un uomo cammina con un ombrello:

a) se la pioggia cade verticalmente con vP=8m/s e l'uomo cammina con velocita' costante vU=3m/s, si determini l'angolo ottimale di inclinazione dell'ombrello (per esempio rispetto alla verticale) e con quale velocità le gocce d'acqua colpiscono l'ombrello in tale situazione.

b) Si ripeta nel caso in cui la pioggia cada contraria al moto dell'uomo con inclinazione di 20 gradi rispetto alla verticale e con la stessa velocità in modulo del punto a) .

Soluzioni numeriche:

a) Angolo = 20.6 gradi , Velocita' = 8.54 m/s
b) Angolo = 37.4 gradi, Velocita' = 9.46 m/s