Prova scritta d'esame
Corso di Fisica Generale I (per Chimici)
20 Aprile 2009 - Canale Loreto-Baldassarri

Istruzioni: Chi deve recuperare il primo esonero deve svolgere l'esercizio 1 in due ore. Chi deve recuperare il secondo esonero deve svolgere l'esercizio 2 in due ore. Tutti gli altri devono svolgere i due esercizi in tre ore. Si rammenta che il tempo limite per rititarsi è fissato ad un'ora dopo l'inizio della prova.

Esercizio 1 (Meccanica del punto)

Un blocco omogeneo di massa m_1 e lato L (blocco 1) è posto sopra un blocco omogeneo di massa m_2 e lato L (blocco 2), poggiato a sua volta su una superficie piana (figura 1). Le superfici dei due blocchi sono scabre, mentre il piano sottostante è liscio. Esiste dunque un attrito che si oppone al moto relativo dei due blocchi, mentre il corpo m_2 può scivolare senza alcuna resistenza sul piano sottostante. Supponiamo ora che al blocco 1 (corpo superiore) sia applicata una forza F e che, a seguito dell'applicazione di questa forza, i due corpi inizino a muoversi solidalmente con una certa accelerazione a rispetto al piano liscio.

Calcolare:

i) l'accelerazione dei due corpi (in modulo, direzione e verso) nonché il modulo della forza di attrito agente tra i due corpi.

ii) il coefficiente di attrito statico minimo necessario affinché i due corpi si muovano solidalmente.

Inoltre, nel caso in cui il coefficiente di attrito statico sia più piccolo del valore calcolato al punto ii) e che l'attrito dinamico tra i due blocchi sia caratterizzato da un coefficiente di attrito dinamico μ_d, si calcoli:

iii) l'accelerazione relativa tra i due blocchi;

iv) il tempo necessario perché il blocco m_1 inizi a cadere fuori dal blocco m_2.

Esercizio 2 (Meccanica dei sistemi)

Un punto materiale di massa m_1, in moto inizialmente con velocità $\vec{v}_0 = v_o\hat{\imath}$, urta contro una molla di massa nulla (come in figura) e costante elastica k, inizialmente in posizione di riposo. All'altra estremità della molla è appoggiato, inizialmente fermo, un punto materiale di massa m_2. I due punti materiali interagiscono tramite la molla finquando sono entrambi in contatto con le sue estremità. Quando i due corpi si staccano dalla molla, essa è scarica, ossia assume la sua lunghezza iniziale (lunghezza a riposo). Fissando a $t = 0$ l'inizio dell'interazione, determinare:

(i) La velocità del centro di massa del sistema;

(ii) Le velocità v'_1 e v'_2 dei due punti materiali nel sistema di riferimento del centro di massa per $t < 0$;

(iii) La massima compressione Δ_{max} che subisce la molla nel corso dell'interazione;

(iv) Le velocità asintotiche v_1 e v_2 (ossia dopo la fine dell'interazione) dei due punti materiali nel sistema di riferimento del laboratorio.

Si supponga che l'intero processo si svolga su un piano orizzontale liscio e infinito.

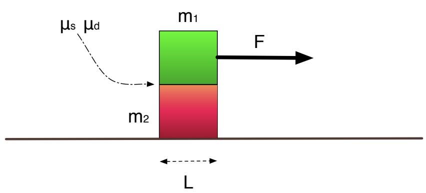

Figura 1: Figura relativa all'esercizio n.1

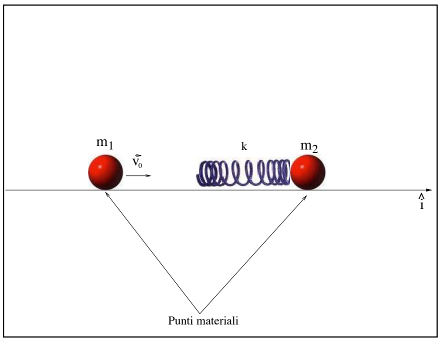

Figura 2: Figura relativa all'esercizio n.2

Soluzione Esercizio 1 (Meccanica del punto)

i) se i due blocchi si muovono solidalmente, e proiettando lungo la direzione identificata dal versore $\hat{\imath}$ (tale che $\vec{F} = F\hat{\imath}$), si avrà:

$$m_1 a = F - F_{att} \quad *** \quad m_2 a = F_{att}, \tag{1}$$

da cui: $\vec{a} = F/(m_1 + m_2)\hat{\imath}$ (questa espressione poteva essere ricavata anche direttamente considerando la forza come agente sul sistema rigido costituito dai due cubi). D'altra parte $F_{att} = -Fm_2/(m1 + m2)$.

ii) La forza di attrito deve essere minore della forza di attrito statico $F_{att} < F_{max} = \mu_s m_1 g$. Si ha dunque:

$$\mu_s > F_{att}/(m_1 g) = (F/g)(m_2/m_1)/(m_1 + m_2). \tag{2}$$

iii) In questo caso i due blocchi hanno accelerazioni diverse e quindi le equazioni del moto sono:

$$m_1 a_1 = F - F_{att} \quad *** \quad m_2 a_2 = F_{att}. \tag{3}$$

Il modulo della forza di attrito (dinamico) è pari a $F_{att} = \mu_d m_1 g$ e dunque:

$$\vec{a}_{rel} = \vec{a}_1 - \vec{a}_2 = (\frac{F}{m_1} - F_{att}(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}))\hat{\imath} = (\frac{F}{m_1} - \mu_d g\frac{(m_1 + m_2)}{m_2})\hat{\imath}. \tag{4}$$

iv) Lo spazio percorso dal blocco 1 rispetto al blocco 2 è dato da:

$$s = \frac{1}{2} a_{rel} t^2. \tag{5}$$

La condizione di equilibrio del blocco 1 rispetto al blocco 2 è data da $s < \frac{L}{2}$, da cui si ottiene il tempo di inizio caduta: $t_c = \sqrt{\frac{L}{a_{rel}}}$.

Soluzione Esercizio 2 (Meccanica dei sistemi)

(i) Il centro di massa del sistema si muove imperturbato durante tutta la durata dell'interazione con la velocità $\vec{v}_{CM} = \frac{m_1 v_0}{m_1 + m_2}\hat{\imath}$.

(ii) Le velocità dei due punti materiali prima dell'interazione ($t < 0$) sono:

$$\begin{aligned} \vec{v}_1'(t<0) &= \frac{m_2 v_0}{m_1 + m_2}\hat{\imath} \\ \vec{v}_2'(t<0) &= \frac{-m_1 v_0}{m_1 + m_2}\hat{\imath}. \end{aligned} \tag{6}$$

(iii) La massima compressione della molla si ricava imponendo che tutta l'energia cinetica dei due punti materiali nel sistema di riferimento del centro di massa si tramuti, nel momento di massima compressione della molla, in energia potenziale della molla.

$$\frac{\mu}{2} v_0^2 = \frac{1}{2} k \Delta_{max}^2, \tag{7}$$

con $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$. Invertendo si ottiene:

$$\Delta_{max} = v_0 \sqrt{\frac{\mu}{k}}. \tag{8}$$

(iv) Le velocità asintotiche dei due punti materiali, dopo la fine dell'interazione, si ricavano osservando semplicemente che tutto va come se si trattasse di un urto centrale elastico dei due punti materiali. Imponendo la conservazione dell'energia si ha $m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 = m_1 v_0^2$. D'altra parte la conservazione della quantità di moto implica $m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_0$. Risolvendo si ottiene.

$$\begin{aligned} \vec{v}_1 &= \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_0 \hat{\imath} \\ \vec{v}_2 &= \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_0 \hat{\imath}. \end{aligned} \tag{9}$$