

-Derivate e integrali. In genere, date le *generiche variabili* dipendenti dal tempo $y(t)$ e $x(t)$,

$$y = \frac{dx}{dt} \leftrightarrow dx = y dt \Rightarrow \Delta x|_{t_1}^{t_2} = \int_{t_1}^{t_2} y(t) dt.$$

- Angolo piano e angolo solido

“rad = arco su raggio” $\rightarrow d\theta = ds/r$.

“sr = area ‘calotta’^(*) su raggio²” $\rightarrow d\Omega = dA/r^2$.

\Rightarrow cono di semiapertura θ : $\Omega = 2\pi \cdot (1 - \cos \theta)$.

[^(*) Concetto esteso a superfici di forma qualsiasi]

Dimensione angolare per piccoli angoli: ‘dimensione trasversa diviso la distanza’. Similmente per **piccoli angoli solidi**: ‘area trasversa su quadrato della distanza.’

- Basi di cinematica:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{s}}{dt} \quad (\text{anche } \frac{d\vec{r}}{dt})$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt};$$

$$\Delta \vec{s}|_{t_1}^{t_2} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{v}(t) dt$$

$$\Delta \vec{v}|_{t_1}^{t_2} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{a}(t) dt$$

Inoltre :

$$\Delta \left(\frac{1}{2} v_x^2 \right) \Big|_{x_1}^{x_2} = \int_{x_1}^{x_2} a_x(x) dx \quad \text{etc.}$$

- Eq. parametrica cerchio; **moto circolare**: velocità e accelerazione (anche delle componenti).

$$\vec{r}(t) = \begin{cases} x(t) = R \cos[\theta(t)] \\ y(t) = R \sin[\theta(t)] \end{cases}$$

$$v(t) = \left| \frac{d\vec{r}}{dt} \right|; \quad a(t) = \left| \frac{d\vec{v}}{dt} \right|$$

Moto circolare uniforme: $\theta(t) = \omega t$

Periodo: $t = T \implies \theta(t) = 2\pi$.

Frequenza (ν): giri/s. Vel. ang. (ω): rad/s.

$v(t)$ a $a(t)$ costanti in moto circ. uniforme.

$\vec{v}(t)$ sempre ortogonale a $\vec{r}(t)$ e a $\vec{a}(t)$.

- Leggi della meccanica

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} \quad [\vec{p} = m\vec{v}]$$

$$\Delta \vec{p}|_{t_1}^{t_2} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}(t) dt$$

$$\vec{F}_A^{(B)} = -\vec{F}_B^{(A)}$$

$$\vec{F}_A^{(tot)} = \sum_i \vec{F}_A^{(i)}.$$

• Sistema isolato: $\sum_i \vec{p}_i = \text{costante}$.

• Altrimenti:

$$\frac{d}{dt} (\sum_i \vec{p}_i) = \vec{F}^{(ext)} \rightarrow \frac{d}{dt} v_{CM} = \frac{\vec{F}^{(ext)}}{m_{tot}}.$$

- Forze (un inventario):

$$F_G = -G \frac{m_1 m_2}{d^2} \quad \left[G = 6.67 \times 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2} \right]$$

$$= -m_2 g \quad [\text{se } m_1 = M_T \text{ e } d = R_T]$$

$$[\Rightarrow g \approx 9.8 \text{ N/kg}]$$

$$F_C = k_0 \frac{q_1 q_2}{d^2} \quad [k_0 = 9 \times 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2]$$

$$\vec{F}_G = m \cdot \vec{G}$$

$$\vec{F}_E = q \cdot \vec{E}$$

$$\vec{F}_L = q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B}$$

$$F_{el} = -kx$$

$$\vec{F}_{Ad} = -\mu_d F_N \hat{v}$$

$$\vec{F}_{Av} = -\beta \vec{v}$$

$$F_{As} \leq \mu_s F_N$$

$$\vec{T}? \vec{F}_{As}? \Rightarrow \text{‘vincoli’}.$$

- Andamenti esponenziali (Nota: $\alpha > 0$)

con z generica variabile (temperatura, velocità, nr. di nuclei o di batteri, tensione condensatore, etc.)

$$\text{a) } \frac{dz}{dt} = \alpha z$$

$$\Rightarrow z(t) = z_0 e^{t/\tau} \quad \left[\tau = \frac{1}{\alpha} \right]$$

$$\text{b) } \frac{dz}{dt} = -\alpha (z - z_F)$$

$$\Rightarrow z(t) = z_F + (z_0 - z_F) e^{-t/\tau} \quad \left[\tau = \frac{1}{\alpha} \right]$$

τ notevoli: m/β , C/η , RC , L/R

(ove le due ‘ C ’ sono ‘capacità’ di diverso tipo)

- Oscillatore armonico (con z generica variabile)

$$\frac{d^2}{dt^2} z(t) = -\omega^2 z(t) \iff z(t) = A \cos(\omega t + \varphi),$$

con ω^2 di valore numerico positivo e *ovvie* dimensioni, con A e φ dipendenti dalle *condizioni iniziali*.

Se $z(0) = A_0$ e $\dot{z}(0) = 0 \implies z(t) = A_0 \cos(\omega t)$.

[Relazioni “*pulsaz.* \leftrightarrow *periodo* \leftrightarrow *freq.*”: \Rightarrow da sapere.]

Casi notevoli:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{k}{m} x \quad (\text{molla});$$

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} \approx -\frac{g}{l} \theta \quad (\text{pendolo}).$$

- **Trasformazioni di velocità:**

$$\vec{r}_{O'}(P) = \vec{r}_{O'}(O) + \vec{r}_O(P).$$

- **Lavoro, energia cinetica e potenziale. Potenza.**

$$L|_A^B = \int_A^B dL = \Delta \left(\frac{1}{2} m v^2 \right) \Big|_A^B \equiv \Delta E_C|_A^B$$

[= $-\Delta E_p|_A^B$ solo \vec{F} conserv.]

$$F_x = -\frac{dE_p(x)}{dx}, \text{ etc.}$$

$$P = \frac{dL}{dt} \quad (\text{anche } P = \frac{dE}{dt} \text{ e } P = \frac{dQ}{dt})$$

- **Energia potenziale e potenziale** (grav. e elettr.)

$$\Delta E_p|_A^B = m \cdot \Delta V_G|_A^B \iff \Delta E_p|_A^B = q \cdot \Delta V|_A^B$$

Percorso chiuso: $\sum_i \Delta E_{p_i} = 0$.

- **Forza \leftrightarrow En. Pot. \iff Campo \leftrightarrow Potenziale**
(caso elettrostatico, unidimensionale)

$$\Delta E_p|_{x_1}^{x_2} = -\int_{x_1}^{x_2} F(x) dx \iff \Delta V|_{x_1}^{x_2} = -\int_{x_1}^{x_2} E(x) dx$$

$$F(x) = -\frac{dE_p(x)}{dx} \iff E(x) = -\frac{dV(x)}{dx}$$

Caso particolare di forza costante:

$$\Delta E_p|_{x_1}^{x_2} = -F \cdot \Delta x \iff \Delta V|_{x_1}^{x_2} = -E \cdot \Delta x.$$

Inoltre, da $\sum_i \Delta E_{p_i} = 0$ segue $\sum_i \Delta V_i = 0$.

- **Zero (convenzionale) del potenziale**

- Per come sono introdotti, E_p e V sono definiti a meno di una costante additiva;
- per le forze che vanno come $1/r^2$ è di norma conveniente porre lo zero del potenziale all'infinito \Rightarrow potenziale alla distanza r da Q :

$$V(r) - V(\infty) = \Delta V|_{\infty}^r = -\int_{\infty}^r \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$$V(r) = \frac{k_0 Q}{r},$$

da cui segue en. pot. E_p di q posta alla distanza r :

$$E_{p_q}^{(Q)}(r) = q \cdot V^{(Q)}(r) = \frac{k_0 q Q}{r},$$

avendo esplicitato il fatto che $V(r)$ è dovuto a Q .
Infine, **campi e potenziali sono additivi**.

- **Centro di massa** ('baricentro'):

$$\vec{r}_{CM} = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i}$$

$$\vec{v}_{CM} = \frac{\sum_i m_i \vec{v}_i}{\sum_i m_i}$$

$$\vec{F}_{tot}^{ext} = \frac{d\vec{P}_{tot}}{dt} = \frac{d}{dt} \sum_i \vec{p}_i.$$

- **Urti**: \rightarrow conservano quantità di moto.

- a) perfett. elastici: \rightarrow conservano anche en. meccanica.
- b) complet. anelastici: \rightarrow si annulla E_c nel C.M.

- **Nota**, per urti perfett. elastici collineari: cons. q. di moto e cons. $E_C \rightarrow$ regola della somma delle velocità, ovvero regola della inversione delle velocità relative.

- **Onde progressive** (regressive: ' $-\beta x$ ' \rightarrow ' $+\beta x$ '):

- equazione: $f(x, t) = A \cos(\omega t - \beta x)$;
- periodicità: $T = 2\pi/\omega$; $\lambda = 2\pi/\beta$.
- velocità: $v = \omega/\beta = \lambda/T$
 $\rightarrow \lambda \cdot \nu = v$; $\lambda = v \cdot T$.

Note: spesso al posto di β si usa k .

- **Equazione di d'Alembert**:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = 0$$

valida per generica $f(x, t) = g_1(x - vt) + g_2(x + vt)$.

- **Somma di onde** (in x fissato) aventi stessa A :

$$f_s(t) = A \cdot \cos(\omega_1 t) + A \cdot \cos(\omega_2 t)$$

che può essere riscritta opportunamente mediante una delle formule di prostaferesi¹

\rightarrow **battimenti** (ricordando che l'intensità dipende da $< f_s^2(t) >$ in un 'tempo opportuno'.)

- **Somma di onde** (in x fissato) aventi **stessa** A e ω (ma diversa fase):

$$f_s(t) = A \cdot \cos(\omega t) + A \cdot \cos(\omega t + \Delta\varphi)$$

1. Può essere riscritta opportunamente mediante prostaferesi:¹

$$f_s(t) = 2A \cos\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right) \cdot \cos\left(\omega t + \frac{\Delta\varphi}{2}\right)$$

2. Intensità dipende dalla media del quadrato:

$$I = \langle f_s^2(t) \rangle = 2A^2 \cos^2\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right)$$

3. Nel caso di due sorgenti sincrone la differenza di fase $\Delta\varphi$ dipende da tempi di percorrenza:

$$\frac{\Delta\varphi}{2\pi} = \frac{\Delta t}{T} \quad \text{con } \Delta t = \Delta s/v \text{ e } \Delta s = d \cdot \sin \theta$$

\rightarrow **Esperimento di Young** ('delle due fenditure'):

\rightarrow Intens. max per $\sin \theta = \pm n \cdot \frac{\lambda}{d}$, con $n = 0, 1, 2, \dots$

¹ $\cos(\alpha) + \cos(\beta) = 2 \cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)$
 $\cos(\alpha) + \cos(\beta) = 2 \cos\left(\frac{\beta-\alpha}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)$

- Fotometria:

$$\begin{aligned} \eta & : \text{ 'lm/W' } \\ 1 \text{ lx} & = 1 \text{ lm} / 1 \text{ m}^2 \text{ (illuminamento)} \\ 1 \text{ cd} & = 1 \text{ lm} / 1 \text{ sr} \text{ (intensità luminosa)} \\ \text{sr} & \rightarrow \text{ 'estensione del radiante allo spazio' } \\ Q_v & : \text{ ("quant. di luce") : lm} \times \text{s ("Talbot")} \end{aligned}$$

- Corpo nero

Leggi di Stefan-Boltzmann e di Wien

$$\begin{aligned} \frac{P}{A} & = \sigma T^4 \\ \lambda_{max} \cdot T & = 2.90 \times 10^{-3} \text{ K m} \end{aligned}$$

ove $\sigma \approx 5.7 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$

- Termometria (qui Q indica quantità di calore):

$$\begin{aligned} Q & = C \Delta T \quad (\text{ove } C = c \cdot m) \\ \sum_i Q_i & = 0 \quad (\text{sistema isolato}) \\ 1 \text{ cal} & = 4.184 \text{ J} \\ \lambda_{H_2O} & = 80 \text{ cal/g (fusione)} \\ & = 540 \text{ cal/g (ebollizione)} \end{aligned}$$

- Fluidi:

$$\begin{aligned} \vec{F} & = (P \cdot A) \hat{n} \\ \frac{dP}{dz} & = \rho g \quad (z > 0 \text{ verso il basso}) \\ \Delta P & \rightarrow \text{ si trasmette a tutto il fluido} \\ F_{Arch}^\uparrow & = \rho_f V_{f.s.} g \\ v \cdot A & = \text{costante} \quad [\text{'Leonardo'}] \\ P + \rho g h + \frac{1}{2} \rho v^2 & = \text{costante} \quad [\text{'Bernoulli'}] \end{aligned}$$

- Gas perfetti (1 mol $\equiv 6.02214076 \times 10^{23}$ 'entità elem.')

$$\begin{aligned} PV & = nRT \quad \left[R = 8.31 \frac{\text{Pa} \cdot \text{m}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}} \right] \\ L & = P \Delta V \\ \Delta E_{int} & = Q^{(al \text{ gas})} + L^{(al \text{ gas})} \end{aligned}$$

- Momenti di forze e di quantità di moto:

$$\begin{aligned} \vec{M} & = \vec{r} \wedge \vec{F} \quad \left[\vec{M}_{tot} = \sum_i \vec{M}_i \right] \\ \vec{L} & = \vec{r} \wedge \vec{p} \quad \left[\vec{L}_{tot} = \sum_i \vec{L}_i \right] \\ \vec{M}^{(ext)} = 0 & \implies \vec{L} = \text{cost} \end{aligned}$$

- Velocità aereolare:

$$\frac{d\vec{A}}{dt} = \frac{1}{2} \vec{r} \wedge \vec{v} = \frac{1}{2m} \vec{L}$$

- Corpo rigido:

$$I = \sum_i m_i r_i^2 \quad [= \sum_i I_i] \rightarrow \text{ " } \int dI \text{ "}$$

In particolare, corpo rigido ruotante intorno ad un asse fisso:

$$\begin{aligned} x & \leftrightarrow \theta \\ v = \frac{dx}{dt} & \leftrightarrow \omega = \frac{d\theta}{dt} \\ a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} & \leftrightarrow \dot{\omega} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2} \\ m & \leftrightarrow I \\ a = \frac{F}{m} & \leftrightarrow \dot{\omega} = \frac{M}{I} \\ p = mv & \leftrightarrow L = I\omega \\ F = \frac{dp}{dt} = ma & \leftrightarrow M = \frac{dL}{dt} = I\dot{\omega} \\ \dots\dots\dots & \leftrightarrow \dots\dots\dots \end{aligned}$$

- Ottica geometrica:

Riflessione: $\theta_i = \theta_r$;
Legge di Snell: $n_1 \cdot \sin \theta_1 = n_2 \cdot \theta_2$;
(in entrambi i casi: $\vec{i}, \vec{n}, \vec{r}$ planari).

Punti coniugati specchi sferici e lenti:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

Distanze focali di specchi sferici e lenti:

$$\begin{aligned} f & = \pm \frac{R}{2} \quad (\text{concavo/convesso}); \\ \frac{1}{f} & = (n - 1) \cdot \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right). \end{aligned}$$

(Si presti attenzione alle *convenzioni dei segni*.)

Ingrandimento lineare: $M = -q/p$.

- Fotocamera:

- apertura angolare: $\alpha = 2 \arctan((L/2)/f) \approx L/f$.
- 'numero di diaframma': $n_D = f/D$
- reciprocità $T/n_D^2 = \text{cost.}$ a parità di illum. e ISO.
- sensibilità: se ISO raddoppia è sufficiente $Q_v/2$;
da cui $T/n_D^2 \times \text{ISO} = \text{cost.}$

- Circuiti in corrente continua (c.c.)

Generatore di tensione, corrente, legge di Ohm:

$$V^{(+)} - V^{(-)} \equiv f$$

$$\begin{aligned} I & = \frac{dQ}{dt} \\ I_{A \rightarrow B} & = \frac{V_A - V_B}{R_{A \leftrightarrow B}} \implies \text{ " } I = \frac{\Delta V}{R} \text{ " } \\ R & = \rho \frac{l}{A} \quad (\text{conduttore cilindrico}) \end{aligned}$$

Leggi di Kirchhoff, effetto Joule:

$$\sum_i I_i = 0 \quad (\text{nod})$$

$$\sum_i \Delta V_i = 0 \quad (\text{maglie})$$

$$P = I \cdot \Delta V = \dots = \dots \dots$$

Resistenze in serie e in parallelo:

$$R_s = \sum_i R_i; \quad R_p^{-1} = \sum_i R_i^{-1}.$$

- **Condensatori e circuiti con f** (costante), **R e C**
(→ ‘carica e scarica del condensatore’)

$$V_C \equiv \Delta V = \frac{Q}{C} \quad \left[\iff \Delta T = \frac{Q}{C} \text{ (calorimetria)} \right]$$

Energia del condensatore: $\frac{Q \cdot V_C}{2} = \dots = \dots$

Parallelo e serie: $C_p = \sum_i C_i; \quad C_s^{-1} = \sum_i C_i^{-1}.$

Semplici circuiti con f, R e C :

→ stesse regole (“Ohm e Kirchhoff”) dei circuiti in c.c.,
con $I(t), Q(t)$ e $V_C(t)$ [e $V_R(t)$] dipendenti dal tempo,
con $I = dQ/dt = C dV_C/dt$;

→ danno luogo a equazione differenziale riscrivibile
nella forma *canonica* che dà luogo ad andamenti
esponenziali.

Analogie notevoli:

→ andamento nel tempo della termalizzazione;
→ velocità limite nel caso di forze del tipo $-\beta \ddot{v}$.

- **Induttori e circuiti con f, R, L e C**

$$-\Delta V^{(L)} \equiv V_L = -L \cdot \frac{dI}{dt}$$

$$\rightarrow f - RI - L \frac{dI}{dt} - V_C = 0$$

$$\rightarrow L \frac{d^2 Q}{dt^2} + R \frac{dQ}{dt} + \frac{1}{C} Q = 0 \quad (\text{scarica di } C \text{ su } R \text{ e } L)$$

$$\rightarrow \frac{d^2 Q}{dt^2} + \gamma \frac{dQ}{dt} + \omega_0^2 Q = 0$$

- **Analogia meccanica**

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + \beta \frac{dx}{dt} + kx = 0$$

- **Generica eq. diff. di oscill. smorzato**

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + \gamma \frac{dz}{dt} + \omega_0^2 z = 0$$

→ soluzione numerica;
→ soluzione analit. mediante variabili complesse
→ *equazione algebrica associata*
→ κ_1 e κ_2 (dipendenti da condiz. iniziali)

- **Oscill. meccanico forzato con $f(t) = f_0 \cdot \cos(\omega t)$**

→ Grandezza complessa associata a $f(t)/m$: $g_0 e^{i\omega t}$.
→ Equazione in termini di $\zeta(t) = \kappa e^{i\omega t}$:

$$\frac{d^2 \zeta}{dt^2} + \gamma \frac{d\zeta}{dt} + \omega_0^2 \zeta = g_0 e^{i\omega t}$$

[→ solo soluzione a regime (no transienti)]
→ sol. analitica da *equazione algebrica associata*
⇒ $\kappa \rightarrow \zeta(t) \rightarrow x(t) \rightarrow v(t)$
⇒ ampiezza e fase di $x(t)$ e $v(t)$.
→ fenomeno della *risonanza*

- **Inferenza e previsione probabilistica**

$$P(H_i | E_{obs}, I) \propto P(E_{obs} | H_i, I) \cdot P(H_i | I)$$

$$P(E_{pr} | I) = \sum P(E_{pr} | H_i, I) \cdot P(H_i | I),$$

Estensione alle distribuzioni di probabilità, con π
generico parametro e x un *valore osservato* (‘dato’)
o *osservabile* (→ previsione):

$$f(\pi | x, I) \propto f(x | \pi, I) \cdot f(\pi | I)$$

$$f(x | I) = \int_{\mathcal{D}(\pi)} f(x | \pi, I) \cdot f(\pi | I) d\pi$$

ove le ‘ $f()$ ’ sono generiche funzioni di probabilità
o pdf, matematicamente diverse anche se indicate con
stesso simbolo, e ‘ $\mathcal{D}(\pi)$ ’ sta per il dominio di π .

Casi notevoli di inferenza parametrica

(da *prior uniforme*):

$$(n, x) \rightarrow p \sim \text{Beta}(x + 1, (n - x) + 1)$$

$$(\underline{x}, \sigma) \rightarrow \mu \sim \text{Norm}(\bar{x}, \sigma/\sqrt{n})$$

$$n \rightarrow \lambda \sim \text{Gamma}(n + 1, 1)$$

⇒ per Beta() e Gamma() → app *Probability Distributions*
(può essere usata, sotto controllo, all’esame, anche orale)

- **Inf. su μ della normale da n misure (σ note)**

$$\{\underline{x}, \sigma, f_0(\mu) = k\} \implies \mu \sim \text{Norm}(\bar{x}, \sigma_C),$$

$$\text{con } E(\mu) = \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i / \sigma_i^2}{\sum_{i=1}^n 1 / \sigma_i^2} \text{ e } \text{Var}(\mu) = \sigma_c^2 = \frac{1}{\sum_{i=1}^n 1 / \sigma_i^2}$$

- **Previsione \bar{x}_f nel caso normale** (‘ f ’ → ‘futuro’)

$$\bar{x}_f \sim \text{Norm} \left(E(\mu), \sqrt{\text{Var}(\mu) + \sigma_f^2 / n} \right)$$

con $E(\mu)$ e $\text{Var}(\mu)$ derivanti da dati osservati nel passato.

- **Propag. varianze in comb. lineari** (di X_i indep.)

$$Y(\underline{X}) = \sum_i c_i \cdot X_i \rightarrow \sigma^2(Y) = \sum_i c_i^2 \cdot \sigma^2(X_i)$$

Linearizzazione: i coefficienti c_i sono ottenuti
espandendo $Y(\underline{X})$ al primo ordine intorno a $E(\underline{X})$.

- **Propag. di incertezze relative** (di X_i indep.)

Data una *funzione monomia* $Y(\underline{X}) = \prod_i X_i^{\alpha_i}$,
con $r_{X_i} = \sigma(X_i)/E(X_i)$, etc. :

$$r_Y^2 \approx \sum_i \alpha_i^2 \cdot r_{X_i}^2.$$

- **Costanti varie**

$$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{kg}^{-2} \cdot \text{m}^2$$

$$k_0 = 8.99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{C}^{-2} \cdot \text{m}^2 \approx 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{C}^{-2} \cdot \text{m}^2$$

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ N}^{-1} \cdot \text{C}^2 \cdot \text{m}^{-2}$$

$$q_e = -1e = -1.602 \times 10^{-19} \text{ C} \quad [q_p = -q_e]$$

$$m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

$$m_p = 1.673 \times 10^{-27} \text{ kg} \approx 1836 \times m_e$$

$$c = 3.00 \times 10^8 \text{ m/s}$$