

Università degli Studi di Milano

Facoltà di Scienze Matematiche Fisiche e Naturali

Corso di Laurea in Fisica

**RICERCA DI DECADIMENTO BETA DOPPIO
MEDIANTE SCHIERE DI RIVELATORI
BOLOMETRICI DI GRANDE MASSA**

Relatore interno: **Prof. E. Fiorini**

Relatore esterno: **Prof. A. Giuliani**

Correlatore: **Dott. C. Bucci**

Tesi di Laurea di

Paolo Gorla

531805

Cod. PACS. 14.60.

III Sessione

Anno Accademico 2000-2001

Ai miei genitori

Indice

Introduzione	v
1 Il Doppio Decadimento Beta	1
Introduzione	1
1.1 Modello Standard e massa dei neutrini	2
1.1.1 Gli spinori di Dirac	3
1.1.2 Le masse dei fermioni	4
1.1.3 Coniugio di Majorana e massa di Majorana	4
1.1.4 Neutrino di Dirac e neutrino di Majorana	5
1.1.5 La massa dei neutrini nei modelli estesi	6
1.2 Le oscillazioni di neutrino	9
1.2.1 Mixing di sapori per neutrini di Dirac	9
1.2.2 Mixing di sapori per neutrini di Majorana	10
1.2.3 Fenomenologia delle oscillazioni	11
1.3 Doppio Decadimento Beta	12
1.3.1 Modi di decadimento $\beta\beta$	17
1.3.2 Probabilità di decadimento per il DDB2 ν	23
1.3.3 Probabilità di decadimento per il DDB0 ν	26
1.3.4 Calcolo degli elementi di matrice nucleare	31
1.4 Esperimenti che ricercano il decadimento $\beta\beta$	33
1.4.1 Esperimenti col germanio	33
1.4.2 Esperimento Nemo-2	36
1.4.3 L'esperimento del Gottardo con lo ^{136}Xe	38
1.4.4 Esperimento del gruppo di Milano col ^{130}Te	41
2 Rivelatori termici	43
Introduzione	43
2.1 Rivelatori convenzionali	43
2.1.1 Risoluzione energetica	44
2.2 Rivelatori termici	44
2.2.1 Proprietà dell'assorbitore	45
2.2.2 Risoluzione energetica	46

2.3	Sensori di temperatura per rivelatori termici	47
2.3.1	Processi di termalizzazione dei fononi	48
2.3.2	Modalità di funzionamento	50
2.4	Termistori semiconduttori	52
2.4.1	Fenomeni di conduzione	52
2.4.2	Modalità di funzionamento	56
3	I rivelatori degli esperimenti MiBeta e Cuoricino	59
	Introduzione	59
3.1	I cristalli di TeO_2	59
3.2	I termistori di Ge	60
3.2.1	Semiconduttori drogati	60
3.2.2	Drogaggio per Trasmutazione Nucleare NTD	62
3.2.3	Caratterizzazione dei termistori e curva di carico	64
3.3	Modello termico	68
3.3.1	Modello termico semplificato	68
3.4	Modello termico a due stadi	71
3.5	Il disaccoppiamento elettrone-fonone	72
3.5.1	Il modello termico realistico (a tre stadi)	75
3.6	Conversione da segnale termico a segnale elettrico	75
3.6.1	Punto Ottimo	76
3.7	Caratterizzazione di un bolometro	77
3.8	Il rumore per i bolometri	78
3.8.1	Rumore intrinseco	78
3.9	Elettronica di lettura del segnale	80
3.9.1	Rumore indotto dalla catena elettronica	83
3.10	Altre sorgenti di rumore esterne ai rivelatori	86
3.10.1	Fluttuazioni di temperatura indotte dal criostato	88
3.11	Acquisizione e analisi dati	89
3.11.1	Sistema di acquisizione	89
3.11.2	Filtro Ottimo	90
3.11.3	Costruzione delle n-uple	94
3.11.4	Instabilità termiche e stabilizzazione off-line	95
3.11.5	Calibrazione e linearizzazione	101
3.11.6	Segnali in coincidenza	104
3.12	Studio del fondo radioattivo	104
3.13	Limiti al tempo di dimezzamento per il Decadimento Doppio Beta	105
3.14	Apparato sperimentale	106
3.14.1	Criostati a diluizione	107

4	L'esperimento MiBeta	111
	Introduzione	111
4.1	La nuova configurazione	111
4.1.1	I risultati precedenti	111
4.1.2	Modifiche	115
4.1.3	Nuovo holder	115
4.1.4	Pulizia dei cristalli	118
4.1.5	Pulizia del rame	118
4.2	Microfonismo meccanico: il problema dell'appendimento	119
4.2.1	La molla	119
4.3	Prestazioni dei rivelatori	121
4.4	La riduzione del fondo	122
4.5	Lo schermo per neutroni	122
4.6	Il problema delle vibrazioni: nuove termalizzazioni	124
4.6.1	La stabilizzazione termica della torre	125
4.7	Risultati sperimentali	126
4.7.1	Decadimento Doppio Beta con due neutrini e con majorone: cristalli arricchiti	129
4.8	Verso un esperimento di grande massa	132
5	Sviluppo di rivelatori per l'esperimento Cuoricino	133
	Introduzione	133
5.1	CUORE: Cryogenic Underground Observatory for Rare Events	133
5.1.1	La configurazione di massima	133
5.1.2	Le potenzialità dell'esperimento	135
5.1.3	Cuoricino	136
5.2	Ricerca e sviluppo: apparato sperimentale	138
5.3	La riduzione della radioattività tramite la pulizia delle superfici	140
5.3.1	Risultati	141
5.4	Microfonismo meccanico: il problema degli holder	142
5.4.1	Il problema della struttura in rame	143
5.4.2	Il problema dei supporti in teflon	143
5.4.3	La molla	145
5.5	Ottimizzazione dei rivelatori	146
5.5.1	La lappatura dei cristalli $5 \times 5 \times 5$	146
5.5.2	Nuovi termistori	146
5.5.3	Risultati	148
5.5.4	I cristalli di Cuoricino	149
5.6	Prospettive attuali e future	150
5.7	Il futuro degli esperimenti	151

Introduzione

Questo lavoro di tesi di laurea è stato svolto nell'ambito degli esperimenti MiBeta e CUORE, presso i Laboratori Nazionali del Gran Sasso (LNGS). L'esperimento MiBeta consiste nella messa in opera di una schiera di venti rivelatori bolometrici di grande massa, funzionanti a bassissime temperature e volti allo studio di un decadimento nucleare raro (Doppio Decadimento Beta senza emissione di neutrini – $\text{DDB0}\nu$) di cruciale importanza per la fisica del neutrino. CUORE rappresenta una estensione di MiBeta sia come massa del singolo rivelatore che come numero di elementi della schiera, ed è al momento attuale nella fase di Ricerca e Sviluppo.

La struttura della tesi riflette pertanto i due temi di ricerca affrontati durante i 15 mesi di collaborazione all'esperimento:

- partecipazione alle diverse fasi dell'esperimento MiBeta: montaggio dei venti rivelatori in una nuova configurazione, ricerca del punto ottimo di lavoro per ciascun rivelatore bolometrico, ottimizzazione della configurazione bolometrica, criogenica ed elettronica del sistema, avvio delle misure di calibrazione e di fondo, stabilizzazione e mantenimento del sistema criogenico;
- partecipazione all'attività di ricerca e sviluppo per i rivelatori che andranno a costituire la prima fase del nuovo esperimento, familiarmente definito Cuoricino, che costituisce al tempo stesso il naturale sviluppo di MiBeta e un test di fattibilità su grande scala per l'esperimento di massa molto superiore denominato CUORE.

All'inizio di questo lavoro si introducono e si espongono, attraverso una breve trattazione teorica del $\text{DDB0}\nu$, la motivazione e l'interesse di questa ricerca nel quadro generale della fisica delle particelle dentro e oltre il Modello Standard. Inoltre, vengono illustrati brevemente i principali esperimenti operanti in questo ambito e se ne forniscono i risultati più recenti.

Vengono quindi descritti i rivelatori utilizzati in questo esperimento principalmente secondo due linee: introduzione alle particolari problematiche dei rivelatori termici applicati alla fisica nucleare e, più specificamente, alla fisica degli eventi rari; descrizione dei rivelatori degli esperimenti MiBeta e Cuoricino secondo le loro caratteristiche di funzionamento.

Per quanto concerne i rivelatori termici, vengono evidenziate le caratteristiche che li rendono particolarmente adatti a questo tipo di ricerca con brevi accenni ai processi di termalizzazione dei fononi e di rivelazione dell'impulso termico.

Si illustrano quindi i rivelatori dell'esperimento MiBeta, composti da un assorbitore di radiazione, consistente in un cristallo singolo di TeO_2 , e da un sensore di temperatura, costituito da un termistore a semiconduttore. La scelta del TeO_2 è dovuta al fatto che il nuclide ^{130}Te , presente con elevata abbondanza isotopica nel tellurio naturale, è un eccellente candidato al $\text{DDB0}\nu$. Si analizza poi in dettaglio il funzionamento dei termistori a semiconduttore, utilizzati per convertire in segnale elettrico l'innalzamento di temperatura generato nei cristalli di TeO_2 da una qualunque deposizione di energia, determinata o dal decadimento in studio o dall'assorbimento di radiazioni alfa, gamma e beta emesse da residui contaminanti radioattivi.

Successivamente, si presenta brevemente l'apparato sperimentale, in particolare il refrigeratore a diluizione $^3\text{He}/^4\text{He}$, che rende possibile il funzionamento di questi rivelatori. Si descrive quindi la struttura dell'elettronica di acquisizione, soffermandosi sulle principali cause di rumore, elettronico e di altra origine. Si illustra il metodo utilizzato per l'analisi "off-line" dei dati acquisiti.

L'attività dell'esperimento MiBeta viene presentata attraverso il lavoro svolto per realizzare e rendere funzionante una nuova configurazione dei rivelatori, avente il duplice scopo di continuare la misura e di costituire un test di grandi dimensioni per l'esperimento Cuoricino, che sostituirà MiBeta nel corso del 2002. Vengono illustrate e giustificate le modifiche apportate alla struttura e ai rivelatori, mostrando quali e in che misura hanno contribuito a ridurre il fondo radioattivo. In particolare si sottolineano i risultati ottenuti nella riduzione del fondo costituito da contaminazioni radioattive sulle superfici dei cristalli e della struttura che li sostiene, nonché la soppressione di gran parte del rumore dovuto a microfonismo originato da vibrazioni meccaniche.

Vengono quindi presentati i più recenti risultati dell'esperimento per quanto riguarda i limiti sulle vite medie per i vari canali di decadimento dei due isotopi ^{130}Te e ^{128}Te , e il corrispondente limite sulla massa efficace del neutrino, pari a $\sim 1.1\text{--}2.6\text{ eV}$, dedotto dal limite sulla vita media del $\text{DDB0}\nu$ del ^{130}Te e soggetto ad una incertezza sistematica dovuta ai diversi modelli adottati per il calcolo delle matrici nucleari.

Infine viene presentato il lavoro svolto nell'ambito dello sviluppo di rivelatori per l'esperimento Cuoricino, in fase di realizzazione. Durante il periodo di tesi si è svolta una intensa attività di ottimizzazione dei parametri tipici dei rivelatori nonché numerosi test per discriminare tra diverse soluzioni proposte. In particolare, vengono mostrati i risultati ottenuti nella selezione dei vari elementi che costituiscono la struttura che sostiene i cristalli e delle modalità di trattamento delle superfici dei cristalli, che concorrono da un lato alla formazione del segnale termico e dall'altro alla riduzione del fondo radioattivo. Viene quindi mostrato come questi risultati abbiano inciso sulla realizzazione di Cuoricino e abbiano fornito preziose indicazioni per gli sviluppi futuri. Si accenna inoltre all'esperimento CUORE, che rappresenta lo sviluppo naturale di MiBeta e Cuoricino.

Capitolo 1

Il Doppio Decadimento Beta

Introduzione

Il Modello Standard (MS) è la teoria generale che fa da sfondo a tutto quel che sappiamo oggi sulle particelle elementari. Questo complesso di teorie rappresenta il quadro unitario in cui si sono mosse per lungo tempo tutte le ricerche di fisica delle particelle, sia teoriche che sperimentali. Per il suo potere descrittivo il MS è certamente una delle teorie più potenti che siano mai state create. Si pensi per esempio allo sviluppo della teoria elettrodebole (predizione dell'esistenza dei bosoni intermedi $W^\pm$ e Z_0) e allo sviluppo della QCD.

Tuttavia oggi risulta evidente che esso non è più sufficiente: l'elevato numero di parametri liberi del MS (le tre costanti di accoppiamento, le masse delle particelle fondamentali, la matrice CKM), il fatto che il bosone di Higgs non sia ancora stato rivelato, la mancata spiegazione della gerarchia delle masse faticano a trovare una risposta che parta dai postulati fondamentali della teoria. Ma uno dei limiti più gravi del MS sembra riguardare i neutrini; nel MS infatti questi ultimi sono assunti privi di massa mentre le indicazioni degli esperimenti di diversi laboratori sotterranei sembrano indicare chiaramente il contrario.

Questa rigidità del MS deriva dalle sue simmetrie globali estremamente stringenti: la stretta conservazione del numero totale dei quark (che equivale al numero barionico B) e del numero di leptoni di ciascuna famiglia (conservazione del numero leptonico di famiglia $L_{e,\mu,\tau}$ la cui somma è il numero leptonico L). Nella rappresentazione di Feynman questo significa che linee di quark non possono trasformarsi in leptoni (e viceversa) e che le frecce nelle linee fermioniche non si scontrano mai.

Seguendo la strada tracciata dal MS, si cerca una teoria unificata, chiamata Teoria di Grande Unificazione (GUT), che unisca interazione forte ed elettrodebole e che risponda alle domande rimaste aperte ai margini del MS. Sono state avanzate molte proposte differenti in questo senso. Caratteristica comune di molte di queste teorie è di prevedere la violazione della conservazione del numero leptonico o di quello barionico e di spiegare la quantizzazione della carica elettrica. In questo scenario la fisica del neutrino gioca un

ruolo fondamentale per indicare quali delle tante vie aperte dalla teoria sia quella da percorrere. È in questo ambito che si inserisce la ricerca di evidenze sperimentali del doppio decadimento beta senza emissione di neutrini.

In questo capitolo saranno richiamati brevemente alcuni tratti fondamentali del MS, evidenziando i limiti e le prospettive dell'attuale conoscenza. Verrà inoltre fornito un quadro qualitativo delle ragioni e dell'interesse della ricerca del doppio decadimento beta.

1.1 Modello Standard e massa dei neutrini

Il Modello Standard è una teoria di gauge costruita assumendo che la Lagrangiana, l'operatore che agendo sui campi di particelle ne determina la propagazione e la mutua interazione, sia invariante sotto il gruppo di trasformazioni locali (di gauge, appunto) indicato come

$$SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y \quad (1.1)$$

dove il segno $\times$ significa che i tre sottogruppi commutano (cioè non comunicano tra loro). Il termine $SU(3)_c$ è correlato con l'esistenza dei gluoni, la rimanente parte (gruppo elettrodebole) al fotone e ai bosoni a spin 1 delle interazioni deboli. Nel modello standard tutti le particelle fondamentali (i costituenti fondamentali della materia) sono fermioni, quindi la lagrangiana libera che ne descrive il comportamento è quella di Dirac, in cui compare una somma di termini relativi a ciascun singolo campo, del tipo

$$\mathcal{L}_i = \bar{\psi}_i(x) [i\gamma^\mu \partial_\mu - m] \psi_i(x) \quad (1.2)$$

dove il primo dei due addendi rappresenta l'energia cinetica del campo, mentre il secondo è il termine di massa. ψ_i e $\bar{\psi}_i = \psi_i^\dagger \gamma_0$ sono, rispettivamente, l'operatore di campo che agisce sugli stati e il suo coniugato (si noti che il termine di massa, come vedremo, viene generato in maniera naturale da una rottura di simmetria).

Una simile Lagrangiana è già hermitiana e invariante per le trasformazioni del gruppo di Lorentz. La richiesta di invarianza espressa dalla (1.1), implica l'introduzione di termini aggiuntivi, che descrivono l'interazione tra i campi, mediata dai bosoni di gauge: entrano così nella teoria 8 gluoni per le interazioni forti, 3 bosoni vettori (W^+ , W^- e Z^0) per le deboli ed il fotone per la forza elettromagnetica. Limitando la nostra attenzione al settore elettrodebole e ad una delle tre famiglie, o *generazioni*, conosciute, le proprietà di trasformazione dei diversi campi, sotto il gruppo $SU_L(2) \otimes U(1)$, vengono assegnate come segue:

$$\begin{pmatrix} u_{\alpha L} \\ d_{\alpha L} \end{pmatrix}, u_{\alpha R}, d_{\alpha R}, \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e_L \end{pmatrix}, e_R \quad (1.3)$$

ove $\alpha = 1, 2, 3$ è l'indice di colore, mentre il pedice $L(R)$ indica la componente di chiralità *left* (*right*) dei diversi fermioni.

Con tali assegnazioni la teoria descrive correttamente le interazioni elettrodeboli che si osservano negli esperimenti. La (1.3) indica che le componenti sinistrorse sono dei doppietti di $SU_L(2)$, quindi prendono parte alle interazioni deboli, mentre le componenti destrorse non vi partecipano: se si tratta di fermioni carichi essi possono comunque interagire elettromagneticamente. Nel modello è assente del tutto un ipotetico ν_R che, essendo neutro, non avrebbe alcuna possibilità di essere osservato.

Senza entrare nel dettaglio della costruzione della teoria, è sufficiente dire che, come conseguenza della richiesta di invarianza di gauge e delle assegnazioni fatte, la lagrangiana di interazione risulta costituita da termini che accoppiano i diversi campi fermionici per mezzo dei bosoni di gauge, ed è possibile, tramite un'opportuna scelta di questi ultimi, far apparire esplicitamente le interazioni che si osservano in natura: quella elettromagnetica tra i fermioni carichi (mediata dal fotone A_μ) e le interazioni di correnti deboli cariche (mediate dai bosoni vettori W_μ^+ e W_μ^-) e neutre (mediate da Z_μ^0).

Ogni *vertice* di interazione accoppia una corrente (neutra o carica a seconda che la carica elettrica del campo entrante sia uguale a quella del campo uscente o meno) ad uno dei bosoni di gauge: proprio dalla struttura delle correnti si deduce la conservazione del numero leptonico L e di quello barionico B , per ciascuna delle famiglie, che caratterizza il Modello Standard.

1.1.1 Gli spinori di Dirac

Richiamiamo brevemente il concetto di spinore di Dirac e le sue proprietà.

Nel MS, gli stati a differente chiralità hanno diverse proprietà di trasformazione (i.e. diversi numeri quantici). Ad esempio l'elettrone left è diverso da quello right; analogamente avviene per i quark, anche se nel MS risulta che solo le interazioni deboli sono diverse. Per i neutrini si assume addirittura che solo il neutrino left esista. Nel formalismo degli spinori di Dirac questo significa che bisogna introdurre nella lagrangiana la matrice γ_5 e gli associati proiettori sugli stati di data chiralità:

$$\gamma_5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 \quad P_L = \frac{1-\gamma_5}{2} \quad P_R = \frac{1+\gamma_5}{2} \quad (1.4)$$

Nella rappresentazione chirale delle matrici γ i proiettori così definiti hanno il significato molto semplice di selezionare le prime due componenti di uno 4-spinore di Dirac ψ :

$$\psi = \begin{pmatrix} \lambda \\ \bar{\chi} \end{pmatrix} \quad (1.5)$$

dove λ e $\bar{\chi}$ sono semplicemente i bispinori left e right che compongono il campo di Dirac. Il coniugato dello spinore di Dirac è, come è noto, $\bar{\psi} = \psi^\dagger \gamma_0$.

1.1.2 Le masse dei fermioni

Vediamo ora come si comportano gli spinori quando scriviamo la lagrangiana di Dirac per esempio nel caso dell'elettrone. La 1.6 diventa:

$$\mathcal{L} = i\bar{e}(x)\gamma^\mu\partial_\mu e(x) - m_e\bar{e}(x)e(x) \quad (1.6)$$

Se scriviamo ora gli spinori di Dirac come bispinori

$$e = \begin{pmatrix} e_L \\ e_R \end{pmatrix} \quad \bar{e} = ((e_L)^\dagger, (e_R)^\dagger)\gamma_0 \quad (1.7)$$

i due termini della lagrangiana 1.6 diventano, quello cinetico:

$$\mathcal{L}_{cin} = i\bar{e}\gamma^\mu\partial_\mu e = i[(e_L)^\dagger(\partial_0 + \partial_i\sigma^i)e_L + (e_R)^\dagger(\partial_0 - \partial_i\sigma^i)e_R] \quad (1.8)$$

mentre il termine di massa:

$$\mathcal{L}_{mass} = -m_e\bar{e}e = -m_e[(e_L)^\dagger e_R + (e_R)^\dagger e_L] \quad (1.9)$$

Da queste due formule si può vedere come solo il termine di massa (*non* il termine cinetico) metta in comunicazione i due spinori di diversa chiralità. Dunque se volessimo scrivere una massa per il neutrino, dello stesso tipo di quella descritta qui, saremmo costretti ad immaginare l'esistenza di un neutrino "right" (ma questa non è come vedremo l'unica possibilità).

1.1.3 Coniugio di Majorana e massa di Majorana

Un altro coniugio forse meno noto è quello di Majorana, che sorge dalle seguenti considerazioni: avendo un insieme di matrici γ anche le loro trasposte, le loro inverse e le loro inverse-trasposte sono matrici γ , nel senso che soddisfano le stesse regole di anticommutazione (e dunque, si può dimostrare, sono equivalenti). Allora avremo che:

$$C(-\gamma_\mu)^t C^{-1} = \gamma_\mu \Leftrightarrow C\gamma^t = -\gamma C \Leftrightarrow \gamma^t C^{-1} = -C^{-1}\gamma \quad (1.10)$$

dove C è la matrice di coniugazione di carica. Dalla 1.10 si può dimostrare facilmente che il 4-spinore $\psi^t(x)C^{-1}$ trasforma esattamente come $\overline{\psi(x)}$ sotto il gruppo di Lorentz. Quindi dal punto di vista del gruppo di Lorentz niente vieta di definire uno spinore anticoniugato come:

$$\psi^t(x)C^{-1} = -\overline{\psi(x)} \Leftrightarrow \psi(x) = C\overline{\psi(x)}^t \quad (1.11)$$

Questo tipo di spinori è detto "di Majorana". L'importanza di questo nuovo tipo di spinore, che non entra nel MS tradizionale sta nel fatto che uno spinore di Majorana può rappresentare solamente particelle neutre. Infatti è immediato osservare che la relazione $\psi^t(x)C^t = \overline{\psi(x)}$ viene violata se lo spinore ψ trasforma sotto un certo gruppo $U(1)$ $\psi' = \exp(iq\alpha)\psi$, a meno che $q = 0$.

Possiamo ora introdurre il concetto di massa di Majorana. Tenendo conto di quanto fin qui osservato possiamo infatti scrivere la lagrangiana (invariante sotto il gruppo di Lorentz) per un campo di Majorana nel modo che segue:

$$-\mathcal{L} = \frac{i}{2}\psi^t(x)C^{-1}\gamma^\mu\partial_\mu\psi(x) - \frac{m}{2}\psi^t(x)C^{-1}\psi(x) \quad (1.12)$$

dove il segno meno e il fattore $1/2$ sono convenzionali. Per chiarire meglio il significato di questa espressione facciamo uso dei bispinori.

Nella rappresentazione chirale, si può prendere la matrice C nella seguente forma:

$$C = \begin{pmatrix} -i\sigma_2 & 0 \\ 0 & i\sigma_2 \end{pmatrix} \quad (1.13)$$

Ricordando la 1.5 e imponendo la 1.11 otteniamo di poter scrivere ogni spinore di Dirac come:

$$\psi = \begin{pmatrix} \lambda \\ i\sigma_2(\lambda)^* \end{pmatrix} \quad (1.14)$$

dove con $*$ abbiamo indicato il coniugio. Con questa notazione possiamo adesso capire quale è il significato della lagrangiana di Majorana 1.12. Il termine cinetico diventa semplicemente:

$$\mathcal{L}_{cin} = i\lambda^\dagger(\partial_0 + \partial_i\sigma^i)\lambda \quad (1.15)$$

che è esattamente quello che abbiamo scritto come componente per gli spinori di Dirac: il termine di massa invece è completamente diverso:

$$\mathcal{L}_{mass} = \frac{1}{2}\psi^t C^{-1}\psi = -\frac{1}{2}(-\lambda^t i\sigma_2\lambda + \lambda^\dagger i\sigma_2\lambda^*) \quad (1.16)$$

Anche con i bi-spinori si vede che il termine di massa viola ogni simmetria $U(1)$.

Dunque formulare l'ipotesi che il neutrino possa avere massa di Majorana pone due problemi: spiegare da dove viene la violazione dell'ipercarica $U(1)_Y$ e da dove viene la violazione dei numeri leptonici. La prima violazione può essere interpretata come una violazione spontanea causata dai campi di Higgs: per la seconda questo non è possibile, non trova spiegazione nel Modello Standard.

1.1.4 Neutrino di Dirac e neutrino di Majorana

Abbiamo dunque visto due diverse possibilità per introdurre la massa del neutrino all'interno della teoria standard delle particelle elementari. Bisogna sottolineare come ambedue queste ipotesi abbiano pro e contro. L'ipotesi da molti considerata più naturale è che il neutrino come tutte le altre particelle elementari (leptoni e quark) sia una particella di Dirac e non vi è nessuna ragione apparente perché debba differenziarsi dalle altre. D'altra parte non è possibile affermare che i costituenti elementari della materia abbiano tutti le stesse caratteristiche intrinseche, basti pensare alle cariche dei quark $(\frac{2}{3}, \frac{1}{3})$. Inoltre l'ipotesi Majorana [1] viene considerata con molta attenzione da molti fisici teorici, sia per

il fascino che esercita nella sua peculiarità, sia perché, ragione forse più importante da essa derivano in maniera naturale (“semplice”) alcune proprietà intrinseche del neutrino, come ad esempio, come abbiamo appena visto, il fatto che una particella di Majorana sia necessariamente neutra o la possibilità di utilizzare il meccanismo *see-saw*, di cui parleremo più avanti.

Quale che sia la natura del neutrino è comunque evidente da quanto detto che un neutrino massivo spinge la fisica delle particelle al di fuori del MS verso una teoria più estesa: una teoria di grande unificazione (GUT). Più avanti accenneremo brevemente a quali sono le teorie GUT più importanti.

In questo contesto è comunque chiaro come un’esperimento che avesse la possibilità di discriminare tra le due ipotesi sulla natura del neutrino assuma una grande rilevanza. È proprio da questo interesse che nasce e acquista importanza, come vedremo la ricerca sul doppio decadimento beta senza neutrini ($\text{DDB}_{0\nu}$).

1.1.5 La massa dei neutrini nei modelli estesi

Come abbiamo visto, non è possibile assegnare una massa ai neutrini nell’ambito del Modello Standard.

Una semplicissima estensione della teoria, consistente nell’introduzione di un neutrino destrorso ν_R come singoletto di $SU(2) \otimes U(1)$, a fianco di quello levogiro, consentirebbe di sfruttare il meccanismo di Higgs in maniera del tutto analoga a quanto avviene per i leptoni carichi e per i quark, fornendo al neutrino una massa alla Dirac diversa da zero. Rimarrebbe però difficile da capire il perché m_ν sia così piccola rispetto alle masse degli altri fermioni; inoltre il nuovo neutrino ν_R risulterebbe praticamente *sterile*, in quanto non interagirebbe direttamente con gli altri fermioni. Resterebbe inoltre aperta la possibilità di aggiungere una massa di Majorana per ν_R .

Un’altra possibilità è l’estensione del settore di Higgs, per esempio postulando l’esistenza di un nuovo tripletto di Higgs. Si può dimostrare che, in tal caso, il neutrino acquisterebbe una massa di Majorana senza bisogno del campo ν_R , poiché il termine di Majorana della Lagrangiana accoppierebbe ν_L con $(\nu^c)_R$ (indichiamo con ν^c il coniugato di carica di un neutrino ν , anche se a rigore sappiamo che la definizione corretta di antineutrino deve coinvolgere una trasformazione *CPT*. Trattare l’antineutrino come anticoniugato di carica di un neutrino, va bene finché non si considerano le interazioni deboli, dato che sono queste a violare la conservazione di *C*). Dato il diverso meccanismo di origine della massa, non stupirebbe più il fatto che $m_\nu \ll m_f$ (indicando con m_f la massa di un generico fermione carico). Il modello del tripletto di Higgs, nell’ipotesi che la violazione del numero leptonico sia dovuta allo stato di vuoto, prevederebbe l’esistenza di un nuovo bosone, il *majorone*: l’emissione di tale bosone potrebbe caratterizzare uno dei canali del Doppio Decadimento Beta senza emissione di neutrini. È chiaro infine che la natura alla Majorana per i neutrini comporterebbe, in tale modello, la violazione del numero leptonico.

Tra le estensioni più attraenti del MS si trovano le Teorie di Grande Unificazione (Grand Unified Theories, GUT), che tipicamente contengono neutrini massivi. Lo stesso

si può dire per le Teorie simmetriche Left–Right, nelle quali i neutrini sono particelle di Majorana con massa finita. La massa, in questa classe di teorie, può essere generata per mezzo del meccanismo *see-saw* di Gell–Mann, Ramond, Slansky e Yanagida. Essendo richiesta una massa di Majorana, esso può funzionare, in linea di principio, solo per i neutrini e ciò renderebbe comprensibile il grande divario di massa tra questi e gli altri fermioni.

Nei modelli simmetrici left–right si assume una iniziale simmetria, per quanto riguarda le interazioni, tra componenti destrorse e sinistrorse: osservando solo le interazioni elettrodeboli, il gruppo di trasformazioni per le quali la teoria è invariante è il seguente:

$$SU_L(2) \otimes SU_R(2) \otimes U(1) \quad (1.17)$$

Le componenti sinistrorse dei campi sono assegnate, come già nel MS, a dei doppietti di isospin debole I_L , mentre quelle right–handed costituiscono doppietti con isospin I_R ; alle due classi, così distinte, si accoppiano, rispettivamente, i bosoni di gauge W_L e W_R , che mediano le interazioni deboli.

Analogamente a quanto avviene nell’ambito del MS, la simmetria della Lagrangiana, dalla quale si otterrebbero bosoni di gauge privi di massa e a raggio d’azione infinito, deve subire un processo di rottura spontanea ad opera, ancora una volta, di un campo scalare di Higgs. Si può vedere che è necessario, in realtà, introdurre non uno ma tre campi scalari, indicati con ϕ , Δ_L e Δ_R .

Il campo Δ_R è responsabile della rottura spontanea della simmetria $SU_R(2)$, che deve avvenire a scale di energia molto alte, dato che gli esperimenti compiuti finora non hanno mai messo in evidenza interazioni di correnti destrorse. Il limite attuale sulla massa del bosone W_R (che scaturisce dalla sua interazione con lo scalare Δ_R), è $m_{W_R} \propto \langle \Delta_R \rangle \geq 549 \text{ GeV}$ [2], avendo indicato con $\langle \Delta_R \rangle$ il valore di aspettazione sul vuoto del campo di Higgs Δ_R .

La rottura di $SU_L(2)$ avviene invece ad energie più basse, grazie al campo Δ_L , che fornisce massa ai bosoni di gauge delle interazioni deboli che noi conosciamo: risulta pertanto $m_{W_L} \propto \langle \Delta_L \rangle = 80.4 \text{ GeV}$.

Grazie all’azione di un terzo campo, ϕ , e assegnando opportunamente i numeri quantici, si possono costruire tre termini di massa per il neutrino, derivanti dal suo accoppiamento alla Yukawa con gli scalari di Higgs. Tali termini sono compatibili con la richiesta di invarianza della Lagrangiana sotto il gruppo $SU_L(2) \otimes SU_R(2) \otimes U(1)$, e sono esprimibili come:

$$\bar{\psi}_R \phi \psi_L, \quad \bar{\psi}_L^c \Delta_L \psi_L, \quad \bar{\psi}_R^c \Delta_R \psi_R \quad (1.18)$$

Dal primo accoppiamento nasce un termine di massa alla Dirac, mentre dagli ultimi due provengono masse di Majorana. Infatti la rottura della simmetria di vuoto da parte dei tre scalari dà loro un valore di aspettazione sul vuoto diverso da zero e pertanto si ottiene, dai termini nella (1.18), quanto segue:

$$m_D \propto \langle \phi \rangle, \quad m_L \propto \langle \Delta_L \rangle, \quad m_R \propto \langle \Delta_R \rangle \quad (1.19)$$

Ora esaminiamo ciascuno dei tre termini. La massa di Majorana m_L viene posta uguale a zero in diversi modelli. Una ragione è che il valore di aspettazione sul vuoto $\langle \Delta_L \rangle$, influenza il parametro ρ_0 del MS che, da misure sperimentali, risulta $\rho_0 = 0.9998 \pm 0.0008$. Assumendo $\rho_0 = 1$ si otterrebbe $\langle \Delta_L \rangle = 0$ e dunque anche $m_L = 0$. Una seconda motivazione, di carattere teorico, sta nel fatto che è possibile scegliere le fasi dei campi di Higgs in modo da far annullare m_L .

Per quanto riguarda il termine di Dirac invece, va notato che il meccanismo di rottura della simmetria che fornisce massa ai neutrini è lo stesso che genera anche quella degli altri leptoni carichi, pertanto come ordine di grandezza si può indicare $m_D \approx m_l$. Infine, dal momento che $\langle \Delta_R \rangle$ dà massa al bosone vettore W_R , e sapendo che $m_{W_R} \gg m_{W_L}$, è lecito aspettarsi che sia $m_R \gg m_D$.

Forti di queste considerazioni possiamo ora considerare il problema della diagonalizzazione della matrice di massa più generale che si può introdurre nella Lagrangiana elettrodebole per un neutrino. Impiegando i termini che si originano dagli accoppiamenti (1.18), si può mostrare che la Lagrangiana di massa ha la forma:

$$-\mathcal{L}_M = \frac{1}{2} \left(\bar{\psi}_R, (\bar{\psi}^c)_R, \bar{\psi}_L, (\bar{\psi}^c)_L \right) \begin{bmatrix} 0 & M \\ M^+ & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \psi_R \\ (\psi^c)_R \\ \psi_L \\ (\psi^c)_L \end{pmatrix} \quad (1.20)$$

ove M è una matrice 2×2 in cui compaiono le tre masse m_D , m_L e m_R .

Introducendo i due nuovi campi

$$\phi \equiv \frac{\psi_L + (\psi_L)^c}{\sqrt{2}}, \quad \Phi \equiv \frac{\psi_R + (\psi_R)^c}{\sqrt{2}} \quad (1.21)$$

si ottiene, per il termine di massa, la seguente espressione:

$$\mathcal{L}_M = -(\bar{\phi}, \bar{\Phi}) \begin{bmatrix} m_L & m_D \\ m_D^* & m_R \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \phi \\ \Phi \end{pmatrix} \quad (1.22)$$

Se vale quanto detto nell'ambito del modello left-right simmetrico, cioè che $m_R \gg m_D \approx m_l$ e che $m_L = 0$, la diagonalizzazione della matrice della (1.22) fornisce i due autovalori seguenti:

$$m_1 \approx m_R, \quad m_2 \approx \frac{m_D^2}{m_R} \quad (1.23)$$

Le relazioni (1.23) mostrano come si sia riusciti ad ottenere, mediante l'introduzione di un neutrino di grande massa (m_R , che nel modello simmetrico left-right, come già spiegato, è superiore ad m_D di ordini di grandezza e nelle teorie di Grande Unificazione risulta $m_R \approx m_{GUT} \approx 10^{14}$ GeV; m_{GUT} è la massa corrispondente alla scala di energia per

cui si ha l'unificazione delle interazioni elettrodebole e forte), una massa m_2 estremamente piccola, per il neutrino “leggero”, che è quello che conosciamo. Il meccanismo illustrato è quello che prende il nome di *see-saw* [3], che in inglese significa “altalena basculante” e sta ad indicare che al crescere di m_R , m_2 diminuisce e viceversa.

È inoltre immediato osservare dalla 1.21 e dalla 1.22 che i due autostati di massa ν_1 e ν_2 , relativi agli autovalori m_1 e m_2 sono autoconiugati di carica, perciò rappresentano due neutrini di Majorana. Ciascuno di essi non è un autostato puro di chiralità: tuttavia è facile vedere che il neutrino leggero è quasi del tutto left-handed, ed è identificabile con quello che noi conosciamo, mentre quello pesante è quasi totalmente right-handed; il rapporto fra le due componenti di chiralità, in entrambi i casi, è pari a $m_D/m_R \ll 1$.

1.2 Le oscillazioni di neutrino

Nel paragrafo precedente abbiamo solo accennato al fatto che mediante il procedimento di diagonalizzazione del termine generale di massa della Lagrangiana elettrodebole, si ottengono due stati di neutrino, di Majorana entrambi, che mescolano una componente right ed una left-handed, sia pure con una netta preponderanza dell'una sull'altra, a seconda dei due casi.

Il concetto di *mixing* assume una importanza notevole quando si considerino più famiglie di neutrini, poiché in tal caso, come vedremo, esso può dare origine al meccanismo delle *oscillazioni* di sapore. Queste ultime sono di fondamentale interesse da un punto di vista sperimentale poiché, mentre una variazione del sapore di un neutrino è, almeno in linea di principio osservabile, visto che proprio dal sapore dipendono le proprietà di interazione, ciò non può dirsi per un'oscillazione nello spazio degli autostati di massa, dotati dello stesso sapore, come quella appena descritta.

1.2.1 Mixing di sapori per neutrini di Dirac

Limitiamo per semplicità le nostre considerazioni a due sole famiglie leptoniche e scriviamo il termine di massa alla Dirac più generale possibile:

$$-\mathcal{L}_m^D = m_{\nu_e \nu_e} \bar{\nu}_e \nu_e + m_{\nu_\mu \nu_\mu} \bar{\nu}_\mu \nu_\mu + m_{\nu_e \nu_\mu} (\bar{\nu}_e \nu_\mu + \bar{\nu}_\mu \nu_e) \quad (1.24)$$

Poiché $\mathcal{L}_m^D$ è simmetrica, la possiamo diagonalizzare per mezzo della sostituzione

$$\begin{aligned} \nu_e &= \cos \theta \nu_1 + \sin \theta \nu_2 \\ \nu_\mu &= -\sin \theta \nu_1 + \cos \theta \nu_2 \end{aligned} \quad (1.25)$$

in cui l'angolo θ è dato da:

$$\tan 2\theta = 2m_{\nu_e \nu_\mu} / (m_{\nu_\mu \nu_\mu} - m_{\nu_e \nu_e}) \quad (1.26)$$

Le particelle ν_1 e ν_2 , autostati di $\mathcal{L}_m^D$, hanno masse definite, uguali rispettivamente ai due autovalori m_1 e m_2 che diagonalizzano $\mathcal{L}_m^D$. A seconda del segno del determinante di $\mathcal{L}_m^D$, uno dei due autovalori, supponiamo m_2 , può risultare negativo: in tal caso è sufficiente considerare il campo $\gamma_5 \nu_2$ al posto di ν_2 per rovesciare il segno della massa.

Generalizzando le (1.25) per considerare tutti e tre i sapori, si può scrivere la relazione

$$\nu_l = \sum_i U_{l,i} \nu_i \quad i = 1, \dots, 3 \quad (1.27)$$

in cui appare come l'autostato dell'interazione di sapore l , sia una sovrapposizione dei tre autostati di massa. La matrice $U_{l,i}$ è unitaria e, se CP è conservata, anche reale. La corrente debole carica (left-handed) che figura nella Lagrangiana di interazione si può porre nella seguente forma:

$$J_L^\mu = \sum_{l,i} \bar{\nu}_{lL} U_{l,i}^+ \gamma^\mu l_L^- \quad (1.28)$$

Risulta evidente, pertanto, che le interazioni deboli non sono diagonali se espresse in funzione degli autostati di massa.

Le oscillazioni di sapore che possono nascere dal mixing, per i neutrini di Dirac, non conservano i due numeri leptonici L_e e L_μ separatamente, ma la loro somma $L_e + L_\mu$ rimane costante.

1.2.2 Mixing di sapori per neutrini di Majorana

Convienne anche qui restringere l'attenzione a due sole famiglie leptoniche e considerare il termine generale di massa che si può scrivere “mescolando” opportunamente (in modo da ottenere un'espressione hermitiana e Lorentz-invariante, come al solito) i due campi di diverso sapore e anche i loro coniugati di carica:

$$-\mathcal{L}_m^M = \frac{1}{2} (\bar{\Psi}, \bar{\Psi}^c) \begin{bmatrix} M_D & M_M \\ M_M^+ & M_D^T \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \Psi \\ \Psi^c \end{pmatrix} \quad (1.29)$$

in cui M_D è una matrice 2×2 hermitiana di masse di Dirac, mentre M_M è ancora 2×2 , simmetrica, e contiene masse di Majorana. Considerando valida la simmetria CP possiamo affermare anche che entrambe le matrici sono reali, perciò $M_D^T = M_D$ e $M_M^+ = M_M$. Il vettore dei campi che compare nella (1.29) è una forma abbreviata per indicare il vettore dei campi delle due famiglie di sapore:

$$\begin{pmatrix} \Psi \\ \Psi^c \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_e^c \\ \nu_\mu^c \end{pmatrix} \quad (1.30)$$

L'apice che caratterizza la Lagrangiana indica che la sua diagonalizzazione porterà, come vedremo, ad ottenere campi di Majorana, autoconiugati di carica. Tale operazione si effettua trasformando in prima di tutto la matrice di massa come qui indicato:

$$W \begin{bmatrix} M_D & M_M \\ M_M^+ & M_D^T \end{bmatrix} W^+ = \begin{bmatrix} M_D + M_M & 0 \\ 0 & M_D - M_M \end{bmatrix} \quad (1.31)$$

con

$$W = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} I & I \\ -I & I \end{bmatrix} \quad (1.32)$$

A questo punto si diagonalizzano le due matrici $M_D + M_M$ e $M_D - M_M$. Tale operazione, in generale, non può effettuarsi contemporaneamente, perciò si individueranno 4 autostati di massa. Si dimostra che tutti e quattro sono anche autostati della coniugazione di carica (due con autovalore $+1$ e due con autovalore -1), e quindi sono campi di Majorana.

Gli autostati di sapore ν_e e ν_μ , e le loro corrispondenti antiparticelle ν_e^c ν_μ^c , saranno esprimibili come combinazioni dei quattro autostati di massa, in una forma del tutto simile alla (1.27), con indice $i=1, \dots, 4$.

1.2.3 Fenomenologia delle oscillazioni

Gli esperimenti che ricercano le oscillazioni sono numerosi e molto diversi tra loro per il tipo di sorgente di neutrini, la distanza a cui si trova dal rivelatore e le tecniche di rivelazione impiegate.

Negli ultimi anni, indizi di una possibile oscillazione sono state ottenute in esperimenti sui neutrini atmosferici, su quelli solari e agli acceleratori. Il dato che appare più sicuro è quello ottenuto con un rivelatore Cerenkov da 50000 t di acqua, posto nella miniera di Kamioka, in Giappone (e confermato da vari esperimenti tra cui MACRO dei LNGS), nello studio delle interazioni di neutrini atmosferici: si osserva un rapporto ν_μ/ν_e diverso da quello previsto, ed un'asimmetria nella distribuzione angolare degli eventi. Entrambi gli effetti sono ben interpretabili in termini di un'oscillazione $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ con le seguenti caratteristiche:

$$\begin{aligned} 1.5 \cdot 10^{-3} < \delta m^2 < 5 \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2 \\ \sin^2 2\theta > 0.88 \quad (90\% \text{ C.L.}) \end{aligned} \quad (1.33)$$

Se questo dato fosse corretto dovremmo aspettarci, almeno per uno degli autostati, una massa dell'ordine di $m \approx 0.04 - 0.06 \text{ eV}$.

L'indagine relativa alle oscillazioni non fornisce indicazioni chiare riguardo alla natura del neutrino. Esse sono possibili, come abbiamo visto, sia in una descrizione alla Dirac, che alla Majorana.

Un neutrino di Dirac massivo non violerebbe, se non nell'ambito del meccanismo delle oscillazioni, la conservazione del numero leptonico, ma non avremmo spiegazioni soddisfacenti della “gerarchia” così spiccata che si osserva tra le masse dei fermioni carichi e dei neutrini. L'ipotesi di neutrini di Majorana massivi consentirebbe invece la violazione del numero leptonico anche in altri processi, uno dei quali è il Doppio Decadimento Beta senza emissione di neutrini, e darebbe ragione in modo migliore della gerarchia delle masse, grazie alla possibilità di introdurre il meccanismo *see-saw*.

Nei prossimi paragrafi vedremo come, proprio dallo studio del Doppio Decadimento Beta sia possibile acquisire conoscenze, oltre che sulla massa del neutrino, anche sulla sua natura.

1.3 Doppio Decadimento Beta

Il Doppio Decadimento Beta (DDB) fu suggerito per la prima volta da Maria Goeppert-Maier [4] solo un anno dopo la teoria di Fermi sul Decadimento Beta (per una lista completa dei nuclei che decadono $\beta\beta$ e un approccio più teorico si veda [5]).

In questo decadimento un nucleo (A, Z) decade spontaneamente in un nucleo $(A, Z \pm 2)$, emettendo due elettroni (o positroni). Tale transizione avviene con contemporanea emissione di due antineutrini elettronici (o neutrini), grazie ai quali si ha la conservazione del numero leptonico. Il decadimento con emissione di due neutrini è analogo al decadimento beta singolo, mediato dalle correnti deboli cariche, in cui si ha la trasformazione di un quark d in un quark u , con emissione di un elettrone e di un antineutrino (ovvero si ha la trasformazione di un neutrone in un protone, essendo neutrone $\equiv d, d, u$, protone $\equiv d, u, u$). Il decadimento a due neutrini ($\beta\beta 2\nu$) è previsto dal Modello Standard come un effetto del secondo ordine nella hamiltoniana del Decadimento Beta, e non impone particolari richieste per le proprietà del neutrino, ovvero avviene indipendentemente dal fatto che il neutrino sia di Dirac o di Majorana e dal fatto che abbia o meno massa finita. Questo decadimento, in cui si ha la trasformazione simultanea di due nucleoni, può avvenire secondo una delle seguenti reazioni:

$$\begin{aligned}
 (A, Z) &\rightarrow (A, Z + 2) + 2e^- + 2\bar{\nu}_e & \beta\beta^- \\
 (A, Z) &\rightarrow (A, Z - 2) + 2e^+ + 2\nu_e & \beta\beta^+ \\
 (A, Z) + 2e^- &\rightarrow (A, Z - 2) + 2\nu_e & ECEC \\
 (A, Z) + e^- &\rightarrow (A, Z - 2) + e^+ + 2\nu_e & EC\beta^+
 \end{aligned} \tag{1.34}$$

Il DDB 2ν è il processo con rate più basso osservato finora in natura. Una stima della sua vita media si può ottenere a partire da semplici considerazioni. Se infatti consideriamo il rate di Decadimento Beta, dato da $\Gamma_\beta = 1/\tau_\beta$, esso dipenderà solamente dalle costanti fondamentali del processo, ovvero dall'energia di disintegrazione del nucleo Q e dalla massa dell'elettrone m_e , dove $m_\nu \ll m_e$. Ora, se si passa da Q alla variabile adimensionale Q/m_e , allora l'unica variabile da cui potrà dipendere Γ_β è m_e . Per ripristinare le dimensioni del tempo, ricorriamo alle due costanti fondamentali c e $\hbar$ e otterremo quindi:

$$\frac{1}{\tau_\beta} = \Gamma_\beta = K \frac{m_e c^2}{\hbar} \quad (1.35)$$

dove K è funzione di G_F , $|M^2|$, Q/m_e e deve essere un numero puro. Se ora passiamo al decadimento $\beta\beta$, assumendo in prima approssimazione che gli elementi di matrice siano uguali, il rate di decadimento sarà :

$$\Gamma_{\beta\beta} \sim K^2 \frac{m_e c^2}{\hbar} = \Gamma_\beta^2 \frac{\hbar}{m_e c^2} \longrightarrow \frac{\tau_{\beta\beta}}{\tau_\beta} = \frac{m_e c^2}{\hbar} \tau_\beta \sim 10^{21} \tau_\beta \text{ [s]} \quad (1.36)$$

Da ciò si può quindi vedere che il rate del decadimento $\beta\beta$ è ridotto rispetto a quello del decadimento β di un fattore $\sim 10^{21}$ e, utilizzando un valore tipico per τ_β otteniamo $\tau_{\beta\beta} \sim 10^{18} - 10^{22}$ anni. Da questa stima si può capire che, da un punto di vista sperimentale il DDB2 ν può essere osservato solo nei casi in cui la transizione β singola sia energeticamente proibita o fortemente soppressa da un grande cambiamento del momento angolare, altrimenti risulterebbe impossibile distinguere il segnale del DDB2 ν da quello di fondo dovuto al β singolo [6]. Fortunatamente esistono in natura diversi nuclei per cui questo avviene, e ciò può esser spiegato dal termine di “pairing” contenuto nella formula di Weizsäcker, che dà l’andamento della massa atomica nucleare ($\equiv m(A, Z) + Zm_e$) in funzione del numero di massa A , del numero di neutroni N e del numero atomico Z :

$$M = Z(m_p + m_e) + (Nm_n) - a_1 A + a_2 A^{2/3} + a_3 \frac{(A/2 - Z)^2}{A} + \frac{3}{5} \frac{e^2 Z(Z-1)}{4\pi\epsilon_0 A^{1/3}} + \delta \quad (1.37)$$

dove δ è il termine di pairing ed è dato da :

$$\delta \approx \begin{cases} +12/A^{1/2} & \text{per } A \text{ pari e } Z \text{ e } N \text{ dispari} \\ -12/A^{1/2} & \text{per } A \text{ pari e } Z \text{ e } N \text{ pari} \\ 0 & \text{per } A \text{ dispari} \end{cases} \quad (1.38)$$

con

$a_1 = 15.67 \text{ MeV}/c^2$ è il termine dovuto all’interazione dei nucleoni in tutto il volume a disposizione (energia di legame negativa);

$a_2 = 17.23 \text{ MeV}/c^2$ tiene conto che i nucleoni di superficie sono meno legati, e quindi il termine precedente sovrastima l’energia di legame;

$a_3 = 0.714 \text{ MeV}/c^2$ è una correzione che esiste per nuclei di alto A .

Il termine di pairing tiene conto del fatto che l’energia di legame aumenta nel caso in cui i protoni o i neutroni si accoppiano per dare uno stato a momento angolare nullo ($\uparrow\downarrow$), rendendo il sistema più legato. Per gli isobari con A dispari, quindi, l’andamento della massa in funzione di Z è dato da un’unica parabola (Vedi fig. 1.1 (a)) e per tali nuclei si

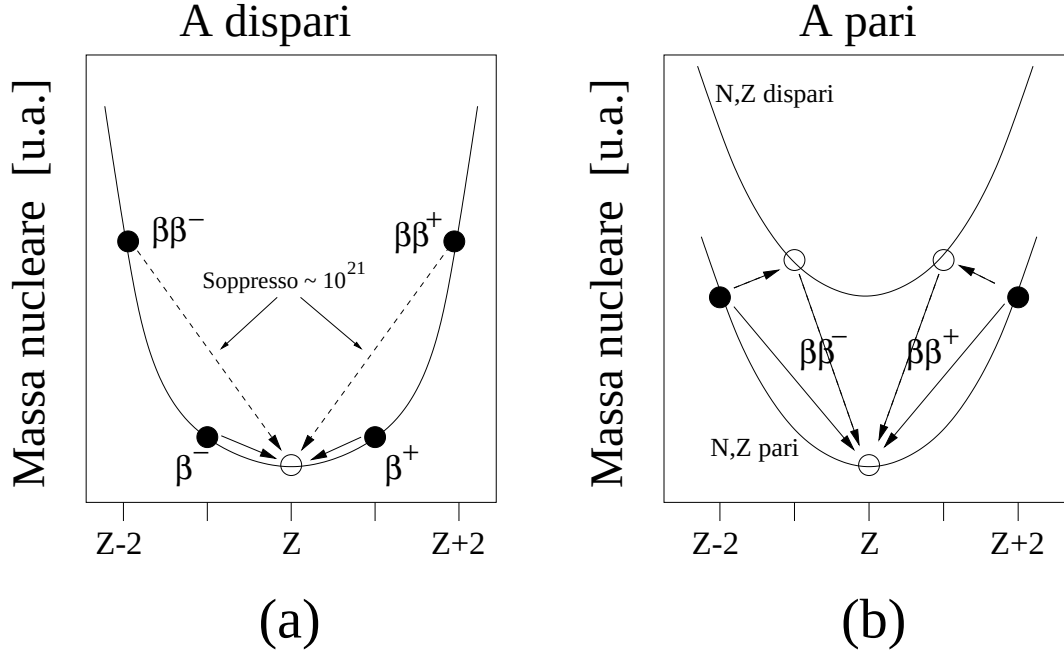


Figura 1.1: Rappresentazione schematica delle masse atomiche dei nuclei in funzione di Z per un multipletto di isobari con A dispari (a) e con A pari (b); nel caso (a) è possibile il DDB, ma risulta $\sim 10^{21}$ volte meno intenso del decadimento singolo, e perciò praticamente impossibile da rivelare sperimentalmente.

vede come tipicamente un solo isobaro risulti stabile; infatti quelli con Z minore decadono β^- , quelli con Z maggiore decadono per cattura elettronica, o β^+ .

Per i nuclei con A pari invece la situazione è diversa: quelli con N e Z pari sono disposti su una parabola, mentre quelli con N e Z dispari, stanno su una curva a massa maggiore perché sono meno stabili (Vedi fig. 1.1 (b)).

Fissato quindi A , esistono tipicamente due nuclei pari-pari che sono stabili sia per quanto riguarda il decadimento β^- , sia per β^+ o cattura elettronica. Tali decadimenti non possono avvenire su di un nucleo con numero atomico maggiore o inferiore di una unità perché tali processi sarebbero sfavoriti energeticamente, essendo la massa del nucleo padre inferiore a quella del nucleo figlio. Questi nuclei possono quindi solamente decadere $\beta\beta$, caso nel quale si avrebbe un guadagno energetico.

Tutti gli stati fondamentali dei nuclei pari-pari hanno spin e parità 0^+ e quindi le transizioni che ci si aspetta sono $0^+ \rightarrow 0^+$.

Nella tab. 4.2 sono riportati tutti i nuclei che possono decadere per $\beta\beta$, mentre nella tab. 1.2 quelli che possono transire per doppia cattura elettronica o emissione di positroni; per ciascuno è riportata l'abbondanza isotopica naturale e l'energia di transizione Q .

Decadimento	$Q(\text{keV})$	Ab.(%)
$^{46}\text{Ca} \rightarrow ^{46}\text{Ti}$	987 $\pm$ 4	.004
$^{48}\text{Ca} \rightarrow ^{48}\text{Ti}$	4271 $\pm$ 4	.187
$^{70}\text{Zn} \rightarrow ^{70}\text{Ge}$	1001 $\pm$ 3	.6
$^{76}\text{Ge} \rightarrow ^{76}\text{Se}$	2040 $\pm$.9	7.8
$^{80}\text{Se} \rightarrow ^{80}\text{Kr}$	130 $\pm$ 9	50
$^{82}\text{Se} \rightarrow ^{82}\text{Kr}$	2995 $\pm$ 6	9
$^{86}\text{Kr} \rightarrow ^{86}\text{Sr}$	1259 $\pm$ 5	17.3
$^{94}\text{Zr} \rightarrow ^{94}\text{Mo}$	1145 $\pm$ 2.5	17.4
$^{96}\text{Zr} \rightarrow ^{96}\text{Mo}$	3350 $\pm$ 3	2.8
$^{98}\text{Mo} \rightarrow ^{98}\text{Ru}$	112 $\pm$ 7	24.1
$^{100}\text{Mo} \rightarrow ^{100}\text{Ru}$	3034 $\pm$ 6	9.6
$^{104}\text{Ru} \rightarrow ^{104}\text{Pd}$	1299 $\pm$ 2	18.6
$^{110}\text{Pd} \rightarrow ^{110}\text{Cd}$	2013 $\pm$ 19	11.7
$^{114}\text{Cd} \rightarrow ^{114}\text{Sn}$	534 $\pm$ 4	28.7
$^{116}\text{Cd} \rightarrow ^{116}\text{Sn}$	2802 $\pm$ 4	7.5
$^{122}\text{Sn} \rightarrow ^{122}\text{Te}$	364 $\pm$ 4	4.6
$^{124}\text{Sn} \rightarrow ^{124}\text{Te}$	2288 $\pm$ 1.6	5.8
$^{128}\text{Te} \rightarrow ^{128}\text{Xe}$	868 $\pm$ 4	31.7
$^{130}\text{Te} \rightarrow ^{130}\text{Xe}$	2528 $\pm$ 1	33.9
$^{134}\text{Xe} \rightarrow ^{134}\text{Ba}$	847 $\pm$ 10	10.4
$^{136}\text{Xe} \rightarrow ^{136}\text{Ba}$	2479 $\pm$ 8	8.9
$^{142}\text{Ce} \rightarrow ^{142}\text{Nd}$	1418 $\pm$ 2.5	11.1
$^{146}\text{Nd} \rightarrow ^{146}\text{Sm}$	56 $\pm$ 5	17.2
$^{148}\text{Nd} \rightarrow ^{148}\text{Sm}$	1928 $\pm$ 1.9	5.8
$^{150}\text{Nd} \rightarrow ^{150}\text{Sm}$	3367 $\pm$ 2.2	5.6
$^{154}\text{Sm} \rightarrow ^{154}\text{Gd}$	1252 $\pm$ 1.4	22.1
$^{160}\text{Gd} \rightarrow ^{160}\text{Dy}$	1729 $\pm$ 1.4	21.9
$^{170}\text{Er} \rightarrow ^{170}\text{Yb}$	654 $\pm$ 1.6	14.9
$^{176}\text{Yb} \rightarrow ^{176}\text{Hf}$	1079 $\pm$ 2.7	12.7
$^{186}\text{W} \rightarrow ^{186}\text{Os}$	490 $\pm$ 2.2	26.6
$^{192}\text{Os} \rightarrow ^{192}\text{Pt}$	417 $\pm$ 4	41.0
$^{198}\text{Pt} \rightarrow ^{198}\text{Hg}$	1048 $\pm$ 4	7.2
$^{204}\text{Hg} \rightarrow ^{204}\text{Pb}$	416 $\pm$ 1.1	6.8
$^{232}\text{Th} \rightarrow ^{232}\text{U}$	860 $\pm$ 6	100
$^{238}\text{U} \rightarrow ^{238}\text{Pu}$	1146 $\pm$ 1.7	99.

Tabella 1.1: *Candidati al doppio decadimento beta fra gli isotopi esistenti in natura.*[7],[8]

Decadimento	$Q(\text{keV})$	Ab.(%)
$^{36}\text{Ar} \rightarrow ^{36}\text{S}$	433.1 $\pm$ 0.4	.34
$^{40}\text{Ca} \rightarrow ^{40}\text{Ar}$	192.7 $\pm$.6	97
$^{50}\text{Cr} \rightarrow ^{50}\text{Ti}$	1168.3 $\pm$ 1.6	4.3
$^{54}\text{Fe} \rightarrow ^{54}\text{Cr}$	680.2 $\pm$.7	5.9
$^{58}\text{Ni} \rightarrow ^{58}\text{Fe}$	1927.2 $\pm$.7	68.3
$^{64}\text{Zn} \rightarrow ^{64}\text{Ni}$	1069.3 $\pm$.9	48.6
$^{74}\text{Se} \rightarrow ^{74}\text{Ge}$	1208.3 $\pm$.9	.9
$^{78}\text{Kr} \rightarrow ^{78}\text{Se}$	2877 $\pm$ 8	.35
$^{92}\text{Mo} \rightarrow ^{92}\text{Zr}$	1648 $\pm$ 4	15
$^{96}\text{Ru} \rightarrow ^{96}\text{Mo}$	2721 $\pm$ 8	5.5
$^{102}\text{Pd} \rightarrow ^{102}\text{Ru}$	1198 $\pm$ 4	1
$^{106}\text{Cd} \rightarrow ^{106}\text{Pd}$	2778 $\pm$ 8	1.25
$^{108}\text{Cd} \rightarrow ^{108}\text{Pd}$	261 $\pm$ 6	.9
$^{112}\text{Sn} \rightarrow ^{112}\text{Cd}$	1928 $\pm$ 5	.1
$^{120}\text{Te} \rightarrow ^{120}\text{Sn}$	1722 $\pm$ 19	.1
$^{124}\text{Xe} \rightarrow ^{124}\text{Te}$	2865.6 $\pm$ 2.4	.1
$^{126}\text{Xe} \rightarrow ^{126}\text{Te}$	905 $\pm$ 7	.1
$^{130}\text{Ba} \rightarrow ^{130}\text{Xe}$	2582 $\pm$ 8	.1
$^{132}\text{Ba} \rightarrow ^{132}\text{Xe}$	836 $\pm$ 9	.1
$^{136}\text{Ce} \rightarrow ^{136}\text{Ba}$	2410 $\pm$ 50	.2
$^{138}\text{Ce} \rightarrow ^{138}\text{Ba}$	701 $\pm$ 11	.25
$^{152}\text{Gd} \rightarrow ^{152}\text{Sm}$	54.0 $\pm$ 1.6	.2
$^{156}\text{Dy} \rightarrow ^{156}\text{Gd}$	2011 $\pm$ 7	.06
$^{158}\text{Dy} \rightarrow ^{158}\text{Gd}$	283 $\pm$ 3	.1
$^{162}\text{Er} \rightarrow ^{162}\text{Dy}$	1843.9 $\pm$ 2.7	.14
$^{164}\text{Er} \rightarrow ^{164}\text{Dy}$	24.5 $\pm$ 2.2	1.6
$^{168}\text{Yb} \rightarrow ^{168}\text{Er}$	1421 $\pm$ 4	.13
$^{174}\text{Hf} \rightarrow ^{174}\text{Yb}$	1104 $\pm$ 3	.16
$^{184}\text{Os} \rightarrow ^{184}\text{W}$	1453.3 $\pm$ 1.6	.02
$^{196}\text{Hg} \rightarrow ^{196}\text{Pt}$	820 $\pm$ 3	.15

Tabella 1.2: *Candidati doppia cattura elettronica o emissione di positroni fra gli isotopi esistenti in natura.* [7],[8]

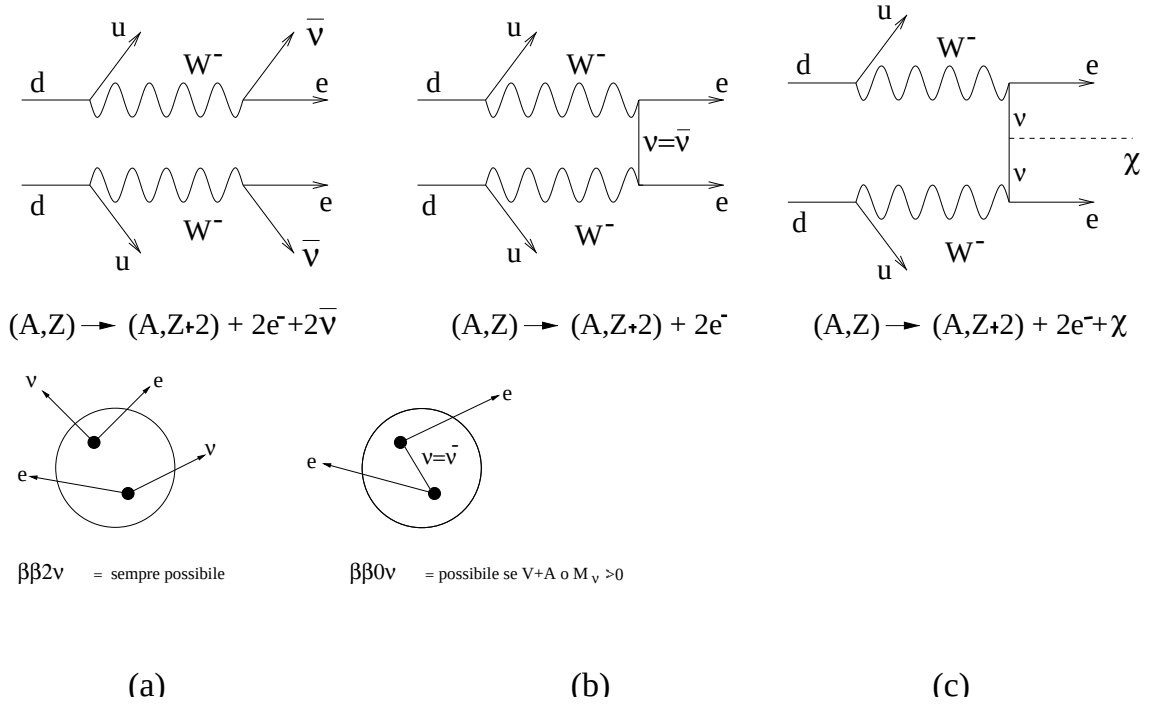


Figura 1.2: Diagrammi di Feynman per il doppio decadimento beta: (a) con emissione di 2 neutrini; (b) senza emissione di neutrini; (c) con emissione di un Majorone

1.3.1 Modi di decadimento $\beta\beta$

Se la massa di un nucleo (A, Z) è maggiore di quella di uno degli isobari $(A, Z \pm 2)$, può avvenire il DDB che, in linea di principio e limitandosi solo a decadimenti di tipo $\beta^-\beta^-$, può presentarsi in uno dei seguenti canali:

$$\begin{aligned}
 (A, Z) &\longrightarrow (A, Z+2) + 2e^- + 2\bar{\nu}_e & (a) \\
 (A, Z) &\longrightarrow (A, Z+2) + 2e^- & (b) \\
 (A, Z) &\longrightarrow (A, Z+2) + 2e^- + \chi^0 & (c)
 \end{aligned} \tag{1.39}$$

dove χ^0 è un bosone, detto Majorone [6]. Gli schemi delle prime due reazioni sono riportati in fig. 1.2.

Processi simili sono l'emissione di due positroni, la cattura elettronica singola con l'emissione di un positrone, la doppia cattura elettronica, tutti con o senza contemporanea emissione di due neutrini. Ci concentreremo comunque solo sulle reazioni riportate in 1.39.

Il processo (a), come detto in precedenza, è previsto anche dal Modello Standard, infatti conserva il numero leptonico ($\Delta L = 0$), come mostrato in fig. 1.2 (a). Si tratta di una interazione del secondo ordine, con tempo di decadimento $\tau_{\beta\beta} \sim 10^{18} - 10^{22}$ anni. A

causa di questo elevato tempo di dimezzamento, il $\text{DDB}2\nu$ fu osservato direttamente per la prima volta solo nel 1987 da Elliot et al.[9].

Recentemente esso è stato nuovamente osservato da altri gruppi, in un totale di 9 isotopi, con tempi di dimezzamento relativi al $\text{DDB}2\nu$ che vanno da $9 \cdot 10^{18}$ a $3 \cdot 10^{24}$ y.

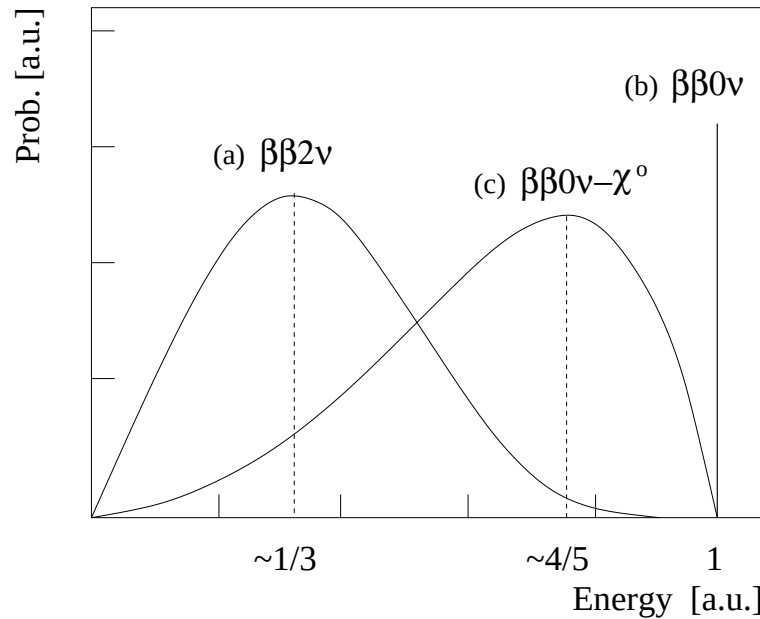


Figura 1.3: *Spettri energetici totali degli elettroni emessi per il doppio decadimento beta: (a) con emissione di due neutrini; (b) senza emissione di neutrini; (c) con emissione di un Majorone*

Si tratta di un decadimento a quattro corpi, per cui gli elettroni emessi hanno uno spettro di energia continuo, come si può vedere in fig. 1.3 (a) e nello spettro ottenuto dal gruppo di Heidelberg-Moscow per quanto riguarda il ^{76}Ge in fig. 1.4

Di maggior interesse è il processo (b), in cui non si ha l'emissione di neutrini (Vedi fig. 1.2 (b)). In questo decadimento, proposto da Furry [10] già nel 1939, si ha la violazione del numero leptonico ($\Delta L = 2$), ovvero della simmetria $B-L$, dove B è il numero barionico; esso non è quindi previsto dal Modello Standard. Una sua eventuale conferma sperimentale sarebbe come abbiamo visto un passo fondamentale nella comprensione della fisica delle particelle elementari oltre il Modello Standard.

Il decadimento $\text{DDB}0\nu$ può essere visualizzato come lo scambio di un neutrino virtuale (Vedi fig. 1.2 (b)).

Tale neutrino deve però sottostare ad alcune restrizioni, affinché possa avvenire questo tipo di decadimento: il neutrino deve essere una particella di Majorana e deve avere una massa diversa da zero e/o deve esistere una componente destrorsa nella corrente debole.

La seconda richiesta è necessaria per la chiralità del neutrino. Se si assume, infatti, (come nella teoria elettrodebole standard) che la corrente elettrodebole sia puramente

levogira (V-A), al primo vertice viene emesso un antineutrino destrogira, mentre al secondo vertice può solo esser assorbito un neutrino levogiro. Ma se il neutrino ha massa, l'elicità non è più un buon numero quantico: in tal caso, accanto alla componente dominante destrogira, l'antineutrino emesso al primo vertice avrà anche una componente levogira, proporzionale a m_ν/E_ν . Grazie a tale componente può avvenire l'assorbimento al secondo vertice. Una massa di Majorana può quindi indurre il DDB0 ν con una ampiezza che risulta proporzionale a m_ν .

Bisogna sottolineare che nel caso di $m_\nu = 0$ il DDB0 ν non è da considerarsi realizzabile, anche se apparentemente una corrente destrogira (V+A) lo renderebbe possibile. Infatti ciò è escluso nelle GUT, in cui si dimostra che, se l'interazione elettrodebole è descritta da una teoria di Gauge, allora l'osservazione del DDB0 ν implica necessariamente che il neutrino abbia massa finita [11].

La transizione DDB0 ν è un decadimento a tre corpi (nucleo + due elettroni), in cui gli elettroni si dividono l'energia di transizione Q . Quindi ci si aspetta che lo spettro somma sia una linea all'energia Q , come è mostrato in fig. 1.3 (b).

In tal caso, poiché sono emessi solamente due leptoni invece che quattro, lo spazio delle fasi risulta $10^4 - 10^8$ volte maggiore rispetto al caso $\beta\beta 2\nu$ (Vedi tab.1.3); tuttavia, poiché il calcolo della probabilità del DDB0 ν contiene un fattore $\left(\frac{\langle m_\nu \rangle}{m_e}\right)^2 \ll 1$, questo decadimento risulta complessivamente sfavorito rispetto al DDB2 ν .

Gli esperimenti in corso sono per ora riusciti a dare solamente limiti inferiori per il tempo di decadimento (ossia limiti superiori per la massa del neutrino), ottenuti dall'analisi dello spettro di fondo del rivelatore, da cui non si è ancora riusciti ad isolare il picco netto dalla transizione.

Si vedano ad esempio gli spettri 1.5 e 1.4 (a), ottenuti rispettivamente dal gruppo di Milano e dal gruppo di Heidelberg-Moscow.

I limiti ottenuti per i tempi di dimezzamento sono riportati in tab. 1.5, mentre quelli per la massa del neutrini in tab 1.6.

Al momento gli esperimenti che danno i limiti più stringenti per la massa del neutrino di Majorana, sono quello di Heidelberg-Moscow (Vedi tab. 1.4) [13] e l'esperimento IGEX.

Il decadimento $\beta\beta$ può avvenire, oltre che sullo stato fondamentale del nucleo figlio, anche sui suoi stati eccitati, come mostrato in fig. 1.6. Tale decadimento è però energeticamente sfavorito.

Un terzo modo di decadimento è il processo riportato in 1.39 (c). Esso consiste in un decadimento senza neutrini ma con emissione di un Majorone (bosone di Goldstone) [18]. Lo spettro che ci si aspetta in questo caso per i due elettroni è continuo, con il massimo spostato verso energie maggiori rispetto al caso $\beta\beta 2\nu$, come si vede in fig. 1.3 (c).

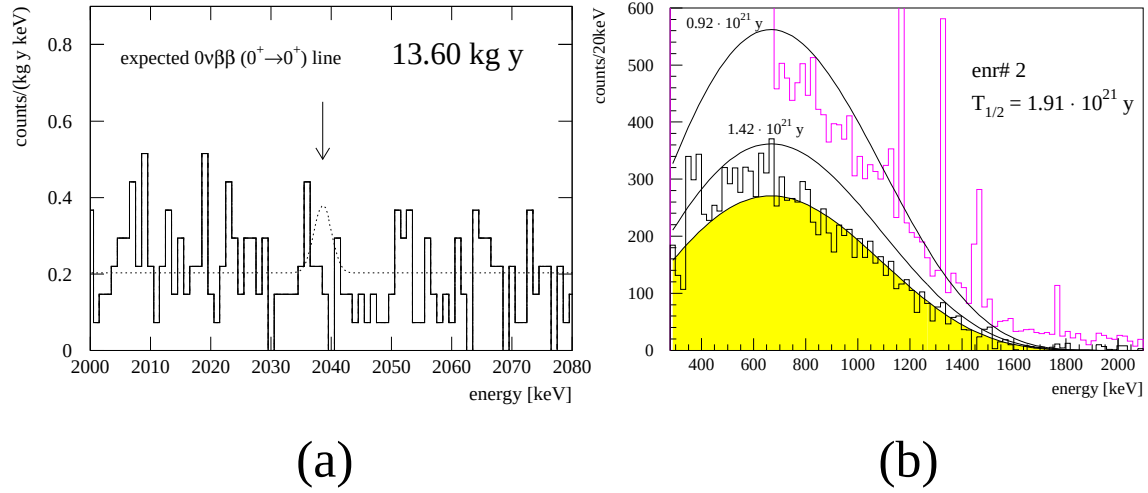


Figura 1.4: Spettri di decadimento doppio beta del ^{76}Ge ottenuti dall'esperimento Heidelberg–Moscow. A destra sono mostrati i risultati dello spettro di decadimento $\beta\beta 2\nu$ per un singolo rivelatore: spettro originale (istogramma punteggiato), spettro residuo dopo la sottrazione del fondo “simulato” (istogramma continuo) e spettro interpolato (area ombreggiata); per comparazione, sono riportati due precedenti risultati $\beta\beta 2\nu$ [14].

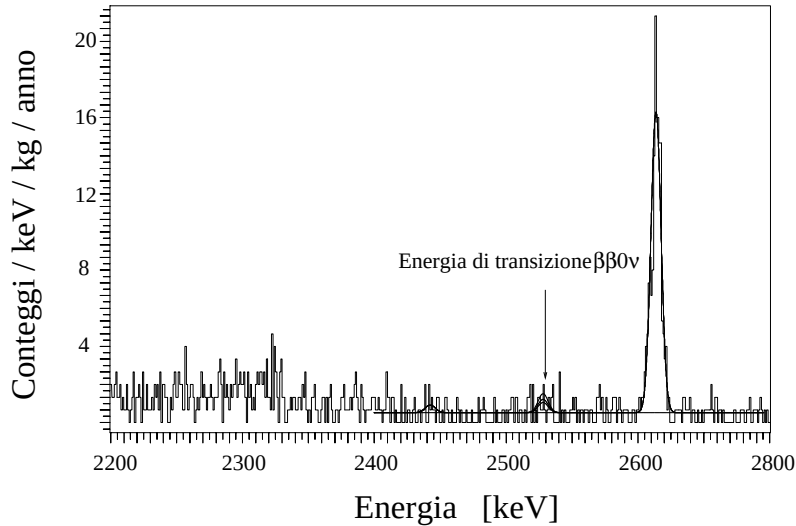


Figura 1.5: Spettro di fondo dell'Array di 20 cristalli di TeO_2 del gruppo di Milano, nella regione intorno all'energia di transizione del decadimento $\beta\beta 0\nu$. La statistica corrisponde a 1.57 kg-anno; si nota il picco di radioattività naturale dovuto al ^{208}Tl [15].

Isotopo	$G_{2\nu}$	$G_{0\nu}$
^{76}Ge	$1.31 \cdot 10^{-19}$	$6.40 \cdot 10^{-15}$
^{82}Se	$4.35 \cdot 10^{-18}$	$2.82 \cdot 10^{-14}$
^{100}Mo	$9.43 \cdot 10^{-18}$	$4.58 \cdot 10^{-14}$
^{116}Cd	$8.00 \cdot 10^{-18}$	$4.95 \cdot 10^{-14}$
^{128}Te	$8.54 \cdot 10^{-22}$	$1.83 \cdot 10^{-15}$
^{130}Te	$4.80 \cdot 10^{-18}$	$4.44 \cdot 10^{-14}$
^{136}Xe	$4.86 \cdot 10^{-18}$	$4.73 \cdot 10^{-14}$
^{150}Nd	$1.19 \cdot 10^{-16}$	$2.10 \cdot 10^{-13}$
^{238}U	$6.80 \cdot 10^{-19}$	$1.55 \cdot 10^{-13}$
$^{78}\text{Kr}(\beta^+\beta^+)$	$3.90 \cdot 10^{-25}$	$1.45 \cdot 10^{-18}$

Tabella 1.3: Fattori di spazio delle fasi per alcuni candidati al decadimento $\beta\beta 2\nu$ e $\beta\beta 0\nu$.

	$t_{1/2}^{0\nu}(y)$	$\langle m \rangle [eV]$	C.L. [%]
Dati completi	$\geq 1.3 \cdot 10^{25}$	≤ 0.43	90
	$\geq 2.1 \cdot 10^{25}$	≤ 0.33	68
Dati SSE(single site events) dopo [2]	$\geq 1.6 \cdot 10^{25}$	≤ 0.38	90
	$\geq 2.8 \cdot 10^{25}$	≤ 0.29	68
Dati SSE dopo [12]	$\geq 1.9 \cdot 10^{25}$	≤ 0.20	90
	$\geq 3.1 \cdot 10^{25}$	≤ 0.10	68
Sensibilità	$\geq 1.6 \cdot 10^{25}$	≤ 0.38	90
	$\geq 2.5 \cdot 10^{25}$	≤ 0.30	68

Tabella 1.4: Limiti sulla massa del neutrino di Majorana dal $DDB0\nu$ del ^{76}Ge nell'esperimento Heidelberg-Moscow [13]. Si noti che il passaggio da $t_{1/2}^{0\nu}(y)$ a $\langle m \rangle$ di conoscere gli elementi di matrice nucleare, e questo introduce un'incertezza sul valore di un fattore ~ 2 .

Isotopo	Esperimento	Rivelatore	$Q_{\beta\beta}(MeV)$	$t_{1/2}^{2\nu}(y)$	$t_{1/2}^{0\nu}(y)$
^{48}Ca	HEP	scint.(4) CaF_2	4.276		$> 9.5 \cdot 10^{21}$
^{76}Ge	UCI	TPC a He	2.039	$4.3 \begin{smallmatrix} +2.4 \\ -1.1 \end{smallmatrix} (\pm 1.4) \cdot 10^{19}$	
	IGEX [16]	a semic. (Ge)		$1.1 \pm 0.15 \cdot 10^{21}$	$> 1.6 \cdot 10^{25}$
^{82}Se	H/M [17]	a semic. (Ge)	2.992	$1.77(\pm 0.01) \begin{smallmatrix} +0.13 \\ -0.11 \end{smallmatrix} \cdot 10^{21}$	$> 1.9 \cdot 10^{25}$
	UCI	TPC a He		$1.08 \begin{smallmatrix} +0.26 \\ -0.06 \end{smallmatrix} \cdot 10^{20}$	$> 2.74 \cdot 10^{22}$
^{96}Zr	NEMO	3 riv. tracc.	3.351	$0.83(\pm 0.1 \pm 0.07) \cdot 10^{20}$	$> 9.5 \cdot 10^{21}$
	NEMO	3 riv. tracc.		$3.9(\pm 0.9) \cdot 10^{19}$	
^{100}Mo	ELEGANT	camere a deriva +scint. plast. +array di NaI	3.134	$2.1 \begin{smallmatrix} +0.8 \\ -0.4 \end{smallmatrix} (\pm 0.09) \cdot 10^{19}$	$> 1.0 \cdot 10^{21}$
	ELEGANT	camere a deriva +scint. plast. +array di NaI		$1.15 \begin{smallmatrix} +0.3 \\ -0.2 \end{smallmatrix} \cdot 10^{19}$	$> 6.5 \cdot 10^{22}$
^{116}Cd	NEMO	3 riv. tracc.	2.804	$0.95(\pm 0.04 \pm 0.09) \cdot 10^{19}$	$> 6.4 \cdot 10^{21}$
	UCI	TPC a He		$7.6 \begin{smallmatrix} +2.2 \\ -1.4 \end{smallmatrix} \cdot 10^{18}$	$> 2.2 \cdot 10^{22}$
	ELEGANT			$2.6 \begin{smallmatrix} +0.9 \\ -0.5 \end{smallmatrix} (\pm 0.35) \cdot 10^{19}$	$> 5.44 \cdot 10^{21}$
	INR Kiev	scint. $^{116}\text{CdWO}_4$		$2.7 \begin{smallmatrix} +0.5 & +0.9 \\ -0.4 & -0.6 \end{smallmatrix} \cdot 10^{19}$	$> 2.94 \cdot 10^{22}$
^{128}Te	NEMO		0.867	$3.75(\pm 0.35 \pm 0.21) \cdot 10^{19}$	$> 5.0 \cdot 10^{21}$
^{130}Te	Milano	bolometro		$7.7(\pm 0.4) \cdot 10^{24}$	$> 8.6 \cdot 10^{22}$
^{130}Te	Milano		2.615	$1.4(\pm 0.1) \cdot 10^{21}$	$> 1.44 \cdot 10^{23}$
^{136}Xe	Caltech	TPC allo Xe	2.467	$> 3.6 \cdot 10^{20}$	$> 5.6 \cdot 10^{22}$
^{150}Nd	UCI		3.368	$6.75 \begin{smallmatrix} +0.38 \\ -0.42 \end{smallmatrix} (\pm 0.68) \cdot 10^{18}$	$> 4.4 \cdot 10^{23}$
^{238}U			1.437	$2.0(\pm 0.6) \cdot 10^{21}$	$> 1.22 \cdot 10^{21}$
^{244}Pu			1.352	$> 1.1 \cdot 10^{18}$	$> 0.84 \cdot 10^{21}$
					$> 1.1 \cdot 10^{18}$

Tabella 1.5: Risultati sperimentali circa le vite medie per la transizione $\beta^-\beta^-$ tra gli stati $0^+ \rightarrow 0^+$

esperimento	$< m_\nu > \text{ (eV)}$
IGEX	$< 0.6 - 1.4$
HM	$< 0.4 - 1.4$ (< 0.2 con SSE)
NEMO2	$< 6 - 18$
Caltech	$< 1.8 - 5.2$
MiBeta	$< 1.1 - 2.6$

Tabella 1.6: Limiti per la $< m_\nu >$ forniti dai vari esperimenti che cercano il DDB. L'esistenza di un intervallo di valori è dovuta al risultato diverso che si ottiene a seconda degli elementi di matrice utilizzati nel calcolo

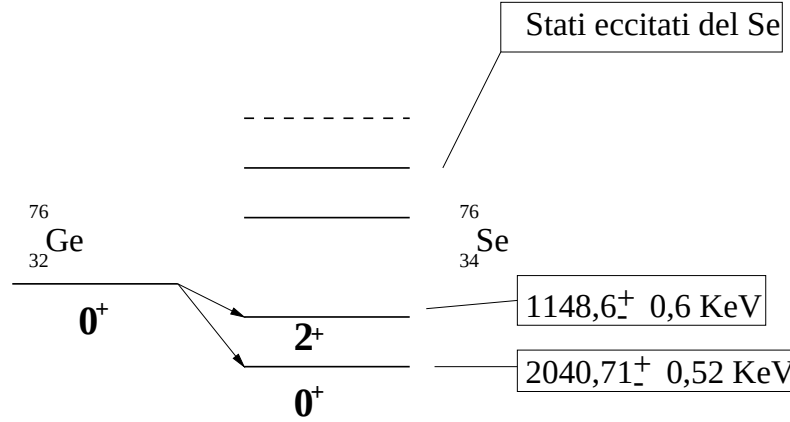


Figura 1.6: Decadimenti del ^{76}Ge su stati eccitati del ^{76}Se

Le difficoltà principali che si pongono nella valutazione della massa del neutrino per questo processo, sono legate all'identificazione e al calcolo degli elementi di matrice della transizione nucleare: le differenze che si hanno tra le stime operate con metodi di calcolo diversi sono notevoli, come avremo modo di vedere. Lo studio del DDB può fornire perciò elementi utili ad una migliore conoscenza anche della fisica del nucleo, grazie al confronto tra le previsioni dei modelli e i risultati sperimentali. Cominciamo con l'esaminare gli aspetti fondamentali della teoria del DDB, per passare poi a descrivere gli esperimenti attualmente in corso e i più importanti tra quelli in fase di progetto.

1.3.2 Probabilità di decadimento per il DDB2 ν

Il decadimento a due neutrini è un processo standard del second'ordine che non dipende dalle proprietà del neutrino, a differenza di quanto avviene per il decadimento a zero neutrini. Il processo può seguire lo schema di figura (1.7), in cui va considerato che gli stati nel nucleo intermedio dispari-dispari sono virtuali. Il meccanismo rappresentato è quello che viene chiamato *a due nucleoni*.

Per ricavare la formula della probabilità di decadimento, si parte dalla regola aurea di Fermi, scritta per un processo del second'ordine:

$$d\lambda = 2\pi\delta(E_0 - \sum_f E_f) \left| \sum_{m,\beta} \frac{\langle f|H_\beta|m\rangle \langle m|H^\beta|i\rangle}{E_i - E_m - p_\nu - E_e} \right|^2 \quad (1.40)$$

in cui E_0 è l'energia della transizione, E_i quella iniziale, E_m quella dello stato intermedio $|m\rangle$, mentre con E_f si è indicata genericamente l'energia di uno dei costituenti dello stato finale $|f\rangle$.

Considerando che l'Hamiltoniana debole è il prodotto di due correnti, quella adronica e quella leptonica, si ricava:

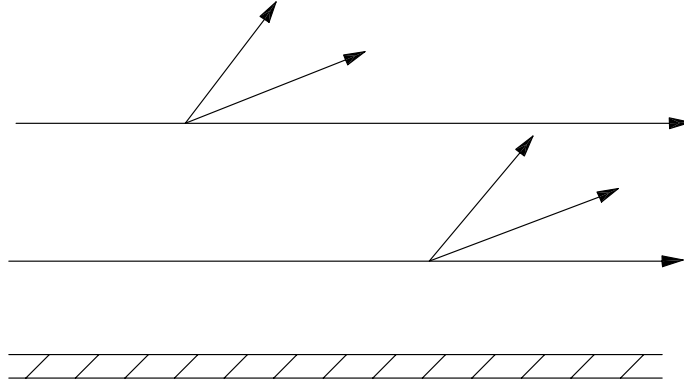


Figura 1.7: a) Meccanismo di decadimento a due nucleoni, schematizzato per il caso del $DDB2\nu$.

$$d\lambda = 8\pi G_F^4 \cos^4 \theta_C \delta(E_0 - \sum_f E_f) \times \left| \sum_{m,\alpha,\beta} M_{f,m}^\alpha M_{m,i}^\beta \sum_{n_e,n_\nu} (-1)^{n_e+n_\nu} \frac{J_\alpha^{n'_e+n'_\nu} J_\beta^{n_e+n_\nu}}{E_i - E_m - p_{n_\nu} - E_{n_e}} \right|^2 \quad (1.41)$$

M^α e J^α indicano i quadrivettori delle correnti adronica e leptonica rispettivamente ed $n_e = 1, 2$ il primo ed il secondo elettrone. L'indice n' vale 2 se $n = 1$ e viceversa.

Il passaggio successivo consiste nella somma sulle possibili polarizzazioni dei leptoni dello stato finale, in cui bisogna considerare in modo opportuno l'indistinguibilità delle due coppie prodotte. In tal modo si ottiene un termine, che indicheremo con X , in cui sono contenute tutte le grandezze che dipendono dagli stati nucleari e che, moltiplicato per il volume dello spazio delle fasi leptonico, fornisce la formula per il rate di decadimento. Introducendo le notazioni

$$\begin{aligned} K_m &= \frac{1}{E_m + E_{e1} + p_{\nu1} - E_i} + \frac{1}{E_m + E_{e2} + p_{\nu2} - E_i} \\ M_m &= \frac{1}{E_m + E_{e1} + p_{\nu1} - E_i} - \frac{1}{E_m + E_{e2} + p_{\nu2} - E_i} \\ L_m &= \frac{1}{E_m + E_{e1} + p_{\nu2} - E_i} + \frac{1}{E_m + E_{e2} + p_{\nu1} - E_i} \\ N_m &= \frac{1}{E_m + E_{e1} + p_{\nu2} - E_i} - \frac{1}{E_m + E_{e2} + p_{\nu1} - E_i} \end{aligned} \quad (1.42)$$

si può scrivere il termine X distinguendo i due casi di interesse: per la transizione $0^+ \rightarrow 0^+$ si ha

$$\begin{aligned}
X = & \frac{1}{4} \sum_{m,m'} [g_V^4 \langle f|\tau^+|m \rangle \langle m|\tau^+|i \rangle \langle f|\tau^+|m' \rangle^* \langle m'|\tau^+|i \rangle^* \times \\
& [K_m K_{m'} + L_m L_{m'} - (K_m L_{m'} + L_m K_{m'})/2] - \\
& g_V^2 g_A^2 \operatorname{Re} [\langle f|\tau^+|m \rangle \langle m|\tau^+|i \rangle \langle f|\sigma\tau^+|m' \rangle^* \langle m'|\sigma\tau^+|i \rangle^* \times \\
& (K_m L_{m'} + L_m K_{m'})] + \\
& g_A^4 \langle f|\sigma\tau^+|m \rangle \langle m|\sigma\tau^+|i \rangle \langle f|\sigma\tau^+|m' \rangle^* \langle m'|\sigma\tau^+|i \rangle^* \times \\
& [K_m K_{m'} + L_m L_{m'} + (K_m L_{m'} + L_m K_{m'})]/2] \quad (1.43)
\end{aligned}$$

mentre per la transizione $0^+ \rightarrow 2^+$ si ottiene

$$\begin{aligned}
X = & \frac{1}{4} g_A^4 \sum_{m,m'} \langle f|\sigma\tau^+|m \rangle \langle m|\sigma\tau^+|i \rangle \langle f|\sigma\tau^+|m' \rangle^* \langle m'|\sigma\tau^+|i \rangle^* \times \\
& (K_m - L_m)(K_{m'} - L_{m'}) \quad (1.44)
\end{aligned}$$

L'integrazione sullo spazio delle fasi leptonic fornisce l'espressione della probabilità di decadimento:

$$\begin{aligned}
\omega_{2\nu} = & \frac{G_F^4 \cos^4 \theta_C}{8\pi^7} \int_{m_e}^{E_0-m_e} F(Z, E_{e1}) p_{e1} E_{e1} dE_{e1} \int_{m_e}^{E_0-E_{e1}} F(Z, E_{e2}) p_{e2} E_{e2} dE_{e2} \times \\
& \int_0^{E_0-E_{e1}-E_{e2}} X p_{\nu 1}^2 (E_0 - E_{e1} - E_{e2} - p_{\nu 1})^2 dp_{\nu 1} \quad (1.45)
\end{aligned}$$

Il termine X dipende, tramite i denominatori dei fattori K , L , M ed N , dalle energie degli elettroni e dei neutrini. Nel caso della transizione $0^+ \rightarrow 0^+$, una buona approssimazione consiste nel porre:

$$E_e + p_\nu \sim E_0/2 \quad (1.46)$$

In questo modo si disaccoppiano i gradi di libertà leptonic da quelli adronici e si può integrare facilmente l'ultimo termine della (1.45). Lo spettro energetico del singolo elettrone si ottiene effettuando anche l'integrazione nella variabile E_{e2} , mentre lo spettro dell'energia complessiva dei due elettroni si ricava cambiando le variabili in $(E_{e1} + E_{e2})$ e $(E_{e1} - E_{e2})$ ed integrando sulla seconda (si veda la figura 1.3).

Il calcolo esatto richiede la forma relativistica della funzione F che descrive l'interazione coulombiana nucleo-elettrone e ciò rende necessari metodi di risoluzione numerici. È possibile altrimenti impiegare un'approssimazione per F , fornita da Primakoff e Rosen [19], con cui si arriva ad espressioni analitiche per gli spettri e per la probabilità di decadimento. Quest'ultima risulta:

$$\omega_{2\nu} \sim T_0^7 \left[1 + \frac{T_0}{2} + \frac{T_0^2}{9} + \frac{T_0^3}{90} + \frac{T_0^4}{1980} \right] \quad (1.47)$$

in cui $T_0 = E_0/2$ è l'energia cinetica massima dei due elettroni, espressa, come E_0 , in termini di m_e . Si può notare che nell'approssimazione di Primakoff e Rosen il tasso di conteggi non dipende dalla carica nucleare Z .

In generale possiamo esprimere il tempo di dimezzamento per il DDB 2ν nel seguente modo:

$$\left[T_{1/2}^{2\nu}(0+ \rightarrow 0+) \right]^{-1} = G^{2\nu}(E_0, Z) \left| M_{GT}^{2\nu} - \frac{g_V^2}{g_A^2} M_F^{2\nu} \right|^2 \quad (1.48)$$

avendo condensato tutte le costanti e l'informazione relativa allo spazio delle fasi leptonico nel termine $G^{2\nu}(E_0, Z)$. Il contributo nucleare si trova invece nei due elementi di matrice di Gamow–Teller e di Fermi

$$\begin{aligned} M_{GT}^{2\nu} &= \frac{\langle 0_f^+ | \sum_l \vec{\sigma}_l \tau_l^+ | m \rangle \langle m | \sum_k \vec{\sigma}_k \tau_k^+ | 0_i^+ \rangle}{E_m - (M_i + M_f)/2} \\ M_F^{2\nu} &= \frac{\langle 0_f^+ | \sum_l \tau_l^+ | m \rangle \langle m | \sum_k \tau_k^+ | 0_i^+ \rangle}{E_m - (M_i + M_f)/2} \end{aligned} \quad (1.49)$$

in cui le somme in l e k sono estese a tutti i nucleoni. Più avanti parleremo dei problemi connessi con loro la valutazione e dei metodi di calcolo adottati.

1.3.3 Probabilità di decadimento per il DDB 0ν

Il *meccanismo a due nucleoni* secondo cui può avvenire il decadimento a zero neutrini è rappresentato negli schemi di figura (1.8), nei quali sono anche indicate le componenti dominanti di chiralità del neutrino che media il processo.

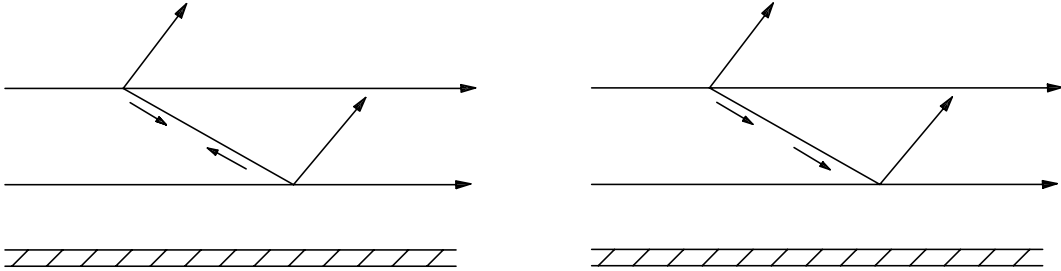


Figura 1.8: *Meccanismo di decadimento a due nucleoni, schematizzato per il caso del DDB 0ν .*

Come già avevamo già anticipato, il DDB 0ν può avvenire solo se il numero leptonico L non viene conservato, cioè se $\bar{\nu}_e \equiv \nu_e$ e allo stesso tempo entrambi i neutrini, quello emesso e quello assorbito, hanno la componente di chiralità corretta per interagire nel rispettivo vertice. Questa condizione di *helicity matching* può essere soddisfatta se il neutrino è massivo, oppure se esiste una componente right-handed nelle correnti deboli, come indicato nello schema (1.8.b). In questo secondo caso, come vedremo, la probabilità di interazione dipenderebbe, oltre che dalle caratteristiche dell'accoppiamento destrorso, anche

dai parametri di mixing del neutrino, e si annullerebbe in assenza di mixing. Pertanto una massa non nulla del neutrino risulta condizione necessaria affinché il DDB0 ν possa avere luogo.

- **Caso di $m_\nu \neq 0$.** La probabilità di decadimento si può esprimere come:

$$\omega_{0\nu} = 2\pi \sum_{spin} |R_{0\nu}|^2 \delta(E_{e1} + E_{e2} + E_f - M_i) d^3 p_{e1} d^3 p_{e2} \quad (1.50)$$

in cui E_f è l'energia del nucleo finale e $R_{0\nu}$ è l'ampiezza di transizione che contiene sia il contributo leptónico che nucleare. Per il processo leptónico l'ampiezza è fornita da:

$$\bar{e}(x) \gamma_\rho \frac{1}{2} (1 \pm \gamma_5) \nu_j(x) \bar{e}(y) \gamma_\sigma \frac{1}{2} (1 \pm \gamma_5) \nu_k(y) \quad (1.51)$$

ove ν_j e ν_k rappresentano neutrini di sapore j e k rispettivamente, e si ha una contrazione tra i due operatori di neutrino (possibile solo se il neutrino è di Majorana). Il segno positivo davanti a γ_5 corrisponde alla componente destrorsa dell'accoppiamento debole.

Inserendo l'espressione per il propagatore del neutrino, l'integrazione sul momento del neutrino virtuale fornisce per l'ampiezza:

$$-i\delta_{jk} \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \frac{e^{-iq(x-y)}}{q^2 - m_j^2} \bar{e}(x) \gamma_\rho \frac{1}{2} (1 \pm \gamma_5) (q^\mu \gamma_\mu + m_j) \frac{1}{2} (1 \pm \gamma_5) \gamma_\sigma e(y) \quad (1.52)$$

Dal momento che valgono le seguenti relazioni

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} (1 - \gamma_5) (q^\mu \gamma_\mu + m_j) \frac{1}{2} (1 - \gamma_5) &= m_j \frac{1}{2} (1 - \gamma_5) \\ \frac{1}{2} (1 - \gamma_5) (q^\mu \gamma_\mu + m_j) \frac{1}{2} (1 + \gamma_5) &= q^\mu \gamma_\mu \frac{1}{2} (1 - \gamma_5) \end{aligned}$$

si può osservare che, per correnti puramente left-handed, solo il termine in m_j del propagatore dà contributo, mentre nel caso in cui si abbia interazione right-handed in uno dei due vertici, anche la parte in q^μ del propagatore contribuisce all'ampiezza di transizione.

L'integrazione sull'energia del neutrino virtuale porta alla sostituzione del termine $(q^2 - m_j^2)^{-1}$ con il residuo π/ω_j (ove $\omega_j = (\vec{q}^2 + m_j^2)^{1/2}$), mentre quella sulla parte spaziale dell'impulso del neutrino deve tener conto dei denominatori dell'espressione perturbativa (simile alla (1.41) in cui la (1.53) è inserita. Tali denominatori contengono le energie del nucleo iniziale e delle particelle nello stato intermedio. L'integrazione in $d\vec{q}$ permette di ricavare l'espressione di una sorta di "potenziale di neutrino" che comparirà negli elementi di matrice nucleari, nei quali introdurrà una dipendenza dalle coordinate dei due nucleoni interagenti e, seppure in modo debole, dall'energia del nucleo intermedio.

Definendo $A_{ne} = E_m - E_i + E_{ne}$ ed introducendo il raggio nucleare $R = 1.2A^{1/3}$, il potenziale di neutrino si può scrivere nella forma:

$$H_n(r, E_m) = \frac{R}{2\pi^2} \int \frac{d\vec{q}}{\omega} \frac{1}{\omega + A_n} e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}} = \frac{2R}{\pi r} \int_0^\infty dq \frac{q \text{sen}(qr)}{\omega(\omega + A_n)} \quad (1.53)$$

In esso compare il termine $1/\omega$ derivante dal residuo, e il termine $1/(\omega + A_n)$ che è il denominatore dell'espressione perturbativa. Un'approssimazione ragionevole è quella di considerare $A_n \ll q$, dal momento che, per il principio di indeterminazione, si può stimare $q \sim 1/r \sim 100$ MeV, essendo r una distanza tipica tra due nucleoni. In questo modo il potenziale si riduce a

$$H_n(r, E_m) = H(r) = \frac{R}{r} e^{-rm_j} \quad (1.54)$$

e risulta indipendente dall'energia del nucleo intermedio. Esso inoltre viene fortemente soppresso per valori della massa m_j superiori a ~ 10 MeV. Nel caso dell'esistenza di interferenza left-right il potenziale di neutrino contiene termini aggiuntivi in ω e $\vec{q}$, di cui ci occuperemo più oltre.

A questo punto si possono ottenere le espressioni degli elementi di matrice nucleari, che hanno struttura simile a quelli incontrati per il decadimento a 2 neutrini: nel caso attuale, dato il valore elevato del momento q , si possono trascurare le differenze nell'energia di eccitazione dello stato intermedio ed impiegare un valore medio $\bar{E}_m$. Così si ottiene:

$$\begin{aligned} M_{GT}^{0\nu} &= \langle f | \sum_{lk} \vec{\sigma}_l \cdot \vec{\sigma}_k \tau_l^+ \tau_k^+ H(r_{lk}, \bar{E}_m) | i \rangle \sim \langle f | R \sum_{lk} \vec{\sigma}_l \cdot \vec{\sigma}_k \tau_l^+ \tau_k^+ / r_{lk} | i \rangle \\ M_F^{0\nu} &= \langle f | \sum_{lk} \tau_l^+ \tau_k^+ H(r_{lk}, \bar{E}_m) | i \rangle \sim \langle f | R \sum_{lk} \tau_l^+ \tau_k^+ / r_{lk} | i \rangle \end{aligned} \quad (1.55)$$

La sommatoria in l e k è estesa a tutti i nucleoni; r_{lk} è la loro distanza reciproca.

La formula del tempo di dimezzamento si può porre nella seguente forma, in cui i parametri del mixing del neutrino sono condensati nel termine $\langle m_\nu \rangle$, su cui ci soffermeremo più avanti:

$$\left[T_{1/2}^{0\nu}(0+ \rightarrow 0+) \right]^{-1} = G^{0\nu}(E_0, Z) \left| M_{GT}^{0\nu} - \frac{g_V^2}{g_A^2} M_F^{0\nu} \right|^2 \langle m_\nu \rangle^2 \quad (1.56)$$

La funzione $G^{0\nu}(E_0, Z)$ scaturisce dall'integrazione sullo spazio delle fasi leptonic e, nell'approssimazione di Primakoff e Rosen, è data da:

$$G_{PR}^{0\nu} \sim \left[\frac{E_0^5}{30} - \frac{2E_0^2}{3} + E_0 - \frac{2}{5} \right] \quad (1.57)$$

Una tabella completa, per tutti i candidati al DDB, con i valori delle funzioni $G^{0\nu}$ e $G^{2\nu}$, si può trovare in [20]. Ciò che è importante rilevare è il fatto che il canale a 0ν è favorito dal punto di vista dello spazio delle fasi (a due leptoni anziché quattro) rispetto al canale a 2ν . Se il parametro di massa efficace del neutrino $\langle m_\nu \rangle$ fosse dell'ordine di m_e , il DDB 0ν risulterebbe circa 10^5 volte più veloce del DDB 2ν .

Lo spettro della somma delle energie dei due elettroni emessi è un picco, allargato solo dalla risoluzione del rivelatore, all'energia della transizione E_0 , come mostrato in figura (??), e ciò ne facilita molto l'identificazione da un punto di vista sperimentale.

• **Caso di correnti right-handed.**

Una parametrizzazione della Lagrangiana debole utile allo studio del $\text{DDB}0\nu$ in presenza di componenti destrorse delle correnti è la seguente:

$$H_W = \frac{G}{\sqrt{2}} [J_L^\alpha(M_{L\alpha}^+ + \kappa M_{R\alpha}^+) + J_R^\alpha(\eta M_{L\alpha}^+ + \lambda M_{R\alpha}^+)] + h.c. \quad (1.58)$$

$J_{L(R)}^\alpha$ e $M_{L(R)}^\alpha$ sono rispettivamente le quadricorrenti leptoniche e adroniche sinistrorse (o destrorse). Si è posta uguale ad 1 la costante di accoppiamento tra correnti leptoniche e adroniche left-handed, mentre per caratterizzare gli altri accoppiamenti si sono introdotti i parametri adimensionali κ , η e λ .

Nei modelli estesi ciascuno di questi parametri ha valori non nulli e ben determinati. Per esempio nel modello simmetrico left-right si prevede:

$$\kappa = \eta = -\tan \zeta \quad \lambda \sim (M_L/M_R)^2 \quad (1.59)$$

in cui ζ è l'angolo di mixing tra i bosoni vettori W e M_L ed M_R le loro masse.

In realtà si può dimostrare che il parametro κ dà un contributo trascurabile al $\text{DDB}0\nu$. Gli unici parametri rilevanti sono η e λ , cioè quelli che interessano le correnti leptoniche destrorse.

Come abbiamo già notato in precedenza, nel caso di componenti destrorse nelle correnti, l'integrazione in $\vec{d}q$ porta, nelle espressioni tipo la (1.53), ad avere una componente aggiuntiva, conseguenza del termine q^μ , quadrimomento del neutrino virtuale. Tale componente dà origine, nel potenziale di neutrino, alla cosiddetta *parte ω* e alla *parte q* .

La *parte ω* è sottoposta a regole di selezione per cui gli elettroni emessi sono entrambi in onda s (cioè non trasportano momento angolare orbitale) e le uniche transizioni possibili sono quelle $0^+ \rightarrow 0^+$. L'analisi [21] indica che essa dovrebbe dare un contributo dominante nel caso in cui la transizione $\beta\beta$ fosse prodotta dal termine in λ dell'Hamiltoniana.

La *parte q* contiene invece un potenziale di neutrino di forma vettoriale, dispari per inversione di parità, perciò essa contribuisce all'ampiezza di transizione per mezzo di due termini: quello in cui entrambi gli elettroni sono emessi in onda p e quello che tiene conto del rinculo nucleare. Senza entrare nei dettagli (si veda ad esempio il testo di Boehm e Vogel [22]) possiamo dire che entrambi i termini entrano nella formula della probabilità di decadimento attraverso il parametro η . Inoltre dal momento che gli integrali degli spazi delle fasi corrispondenti a tali termini sono notevolmente più grandi (a seconda del nucleo considerato) di quelli relativi a m_ν e a λ , un limite sperimentale su $T_{1/2}^{0\nu}$ fornisce limiti molto più stringenti su $\langle \eta \rangle$ che su $\langle m_\nu \rangle$ e $\langle \lambda \rangle$. Le tre grandezze appena introdotte prendono il nome di *parametri efficaci*. Esse scaturiscono direttamente dal considerare il mixing tra gli autostati di massa dei neutrini e ne parleremo tra breve.

Innanzitutto va fatto un cenno riguardo alle transizioni $0^+ \rightarrow 2^+$. Il contributo maggiore all'ampiezza di transizione si ha quando uno degli elettroni emessi si trova nello stato $p_{3/2}$ e l'altro in onda s . L'integrale dello spazio delle fasi, nell'approssimazione di Primakoff e Rosen, dipende da E_0^7 . Si può dimostrare che le transizioni $0^+ \rightarrow 2^+$ possono avvenire

solo se esistono accoppiamenti right-handed. Tuttavia risulta che i parametri λ ed η sono nulli in assenza di mixing. Pertanto l'osservazione di questo tipo di transizioni dimostrerebbe al tempo stesso l'esistenza di correnti right-handed e di una massa di Majorana per il neutrino.

È importante ora comprendere l'origine e il significato dei tre parametri efficaci $\langle m_\nu \rangle$, $\langle \lambda \rangle$ e $\langle \eta \rangle$ e il loro legame con le proprietà di mixing dei neutrini.

Nel primo capitolo abbiamo scritto l'espressione (1.29) per il termine di massa più generale nel caso di due famiglie leptoniche. Se ora consideriamo N famiglie ed esplicitiamo le componenti chirali dei campi, possiamo scrivere il termine di massa nel seguente modo:

$$L_M = - \sum_{lk} [M_{lk}^D \bar{\nu}_l L \nu_{kR} + M_{lk}^L (\bar{\nu}_l^c)_R \nu_{kL} + M_{lk}^R (\bar{\nu}_l^c)_L \nu_{kR}] + h.c. \quad (1.60)$$

$\nu_{lL(R)}$ descrive neutrini di chiralità definita, $(\bar{\nu}_l^c)_{L(R)}$ è il campo coniugato di carica, e gli indici l, k contraddistinguono gli N autostati di sapore. M^D è una matrice complessa $N \times N$ di masse di Dirac, mentre M^L e M^R sono matrici simmetriche $N \times N$ di masse di Majorana complesse. Come sempre avviene passando ad una descrizione in termini di componenti chirali dei campi, la dimensione del problema raddoppia, come si vedrebbe facilmente ponendo in forma matriciale la (1.60).

La diagonalizzazione simultanea del termine L_M e di quello cinetico della Lagrangiana, permette di identificare $2N$ autostati di massa

$$\Phi_A = \Phi_{AL} + \Phi_{AR} \quad (1.61)$$

con

$$\Phi_{AL} = \sum_l [V_{Al} \nu_{lL} + V_{A(l+N)} \nu_{lL}^c] \quad \Phi_{AR} = \sum_l [V_{Al}^* \nu_{lR}^c + V_{A(l+N)}^* \nu_{lR}^c] \quad (1.62)$$

Ciascuno dei $2N$ operatori Φ_A descrive una particella di Majorana avente le due proiezioni chirali Φ_{AL} e Φ_{AR} . Invertendo le due relazioni (1.62) si possono esprimere i campi di sapore in termini degli autostati di massa ora ricavati:

$$\nu_{lL} = \sum_{j=1}^{2N} U_{lj}^L \Phi_{jL}, \quad \nu_{lR} = \sum_{j=1}^{2N} U_{lj}^R \Phi_{jR} \quad (1.63)$$

ove si è introdotta la notazione $U_{lj}^L = V_{jl}^*$, $U_{lj}^R = V_{j(l+N)}$.

Le matrici U^L e U^R obbediscono alle seguenti condizioni di normalizzazione e di ortogonalità:

$$\sum_j U_{lj}^{L*} U_{l'j}^L = \delta_{ll'}, \quad \sum_j U_{lj}^{R*} U_{l'j}^R = \delta_{ll'}, \quad \sum_j U_{lj}^L U_{l'j}^R = 0 \quad (1.64)$$

Nel DDB0 ν l'unico sapore leptonico che appare nei due vertici di interazione è quello elettronico. Il neutrino virtuale che si propaga è uno degli autostati di massa, pertanto nella probabilità di transizione compariranno, al posto dei valori della massa m_ν e delle

costanti di accoppiamento corrente–corrente η e λ , delle medie pesate sugli autostati della massa. Tali medie prendono il nome di *parametri efficaci* e sono espresse dalle relazioni (in cui poniamo $l = e$ per indicare il sapore elettronico):

$$\begin{aligned} \langle \eta \rangle &= \eta \sum_j' U_{ej} V_{ej} \\ \langle \lambda \rangle &= \lambda \frac{g_V'}{g_V} \sum_j' U_{ej} V_{ej} \\ \langle m_\nu \rangle &= \sum_j' \lambda_j^{CP} m_j |U_{ej}|^2 \end{aligned} \quad (1.65)$$

Le tre sommatorie sono estese ai soli autostati “leggeri”, in base a quanto si era evidenziato riguardo al potenziale di neutrino. Il coefficiente λ_j^{CP} è la fase CP dell’autostato avente massa m_j e può assumere i valori ± 1 . I diversi termini della somma che compone $\langle m_\nu \rangle$ dunque possono anche sottrarsi a vicenda, rendendo possibile la situazione in cui, anche con masse non nulle per i singoli autostati, il parametro di massa efficace risulti uguale a zero o così piccolo da inibire fortemente il DDB0 ν .

Esaminando le prime due relazioni possiamo infine giustificare l’affermazione secondo cui il DDB0 ν , anche in presenza di correnti e accoppiamenti destrorsi, richiede masse finite per i neutrini. Se infatti nessuno dei neutrini fosse massivo le due sommatorie sarebbero estese a tutti i sapori e, per la condizione di ortogonalità espressa nelle (1.64), risulterebbero nulle.

1.3.4 Calcolo degli elementi di matrice nucleare

Tutti gli elementi di matrice riportati nel paragrafo precedente hanno una struttura simile: contengono la funzione d’onda del nucleo iniziale e quella del nucleo finale connesse da un operatore di diverso grado di complessità a seconda dei casi. Inoltre è necessario sommare i contributi ottenuti per ciascuno dei possibili stati del nucleo virtuale intermedio; tale somma può essere evitata compiendo l’approssimazione “di chiusura”, che consiste nel trascurare le differenze tra i diversi stati intermedi. Nel caso dell’elemento di matrice di Gamow–Teller per la transizione a due neutrini si ottiene ad esempio:

$$\begin{aligned} M_{GT}^{2\nu} &= \frac{\langle 0_f^+ | \sum_l \vec{\sigma}_l \tau_l^+ | m \rangle \langle m | \sum_k \vec{\sigma}_k \tau_k^+ | 0_i^+ \rangle}{E_m - (M_i + M_f)/2} \equiv \\ &= \frac{\langle 0_f^+ | \sum_{kl} \vec{\sigma}_k \vec{\sigma}_l \tau_k^+ \tau_l^+ | 0_i^+ \rangle}{\Delta \bar{E}_{GT}} \end{aligned} \quad (1.66)$$

avendo sostituito i denominatori dell’espressione di partenza con il valore medio $\Delta \bar{E}_{GT}$.

L'approssimazione di chiusura fornisce risultati migliori nella valutazione del canale a zero neutrini, in cui l'impulso del neutrino virtuale è molto elevato rispetto alle differenze di energia tra gli stati eccitati del nucleo intermedio. Nel caso del canale a due neutrini essa si rivela invece piuttosto inadeguata.

Idealmente, una procedura per il calcolo di tutti gli elementi di matrice potrebbe configurarsi così: in primo luogo occorre risolvere il problema a molti corpi del nucleo impiegando un'interazione nucleone–nucleone realistica ed il minor numero possibile di ipotesi semplificative, per ricavare un *set* di livelli energetici e di stati di singola particella; con tale insieme di funzioni d'onda si costruiscono tutte le configurazioni che rispettino i vincoli imposti dal numero di massa, dalla carica e dagli altri numeri quantici conservati, del nucleo in esame; diagonalizzando la matrice delle configurazioni risultante, si ottengono le possibili funzioni d'onda nucleari, sulle quali è possibile effettuare il calcolo di qualunque elemento di matrice.

Da un punto di vista tecnico una procedura del genere non è applicabile senza limitare il numero di configurazioni considerate introducendo approssimazioni opportune.

Le linee seguite in questo campo sono sostanzialmente due: il calcolo secondo lo *Shell Model* (SM) e la *Quasi Random Phase Approximation* (QRPA). Il primo approccio si fonda sul modello a *shell* del nucleo. La complessità del calcolo richiede di troncamento fortemente lo spazio delle configurazioni possibili. Fino a pochi anni fa il metodo consentiva di calcolare unicamente gli elementi di matrice per il ^{48}Ca , e solo di recente [23] si sono ottenuti risultati buoni su nuclei di medie dimensioni: un buon accordo con i dati sperimentali si ha per il ^{48}Ca , il ^{76}Ge e il ^{82}Se .

Il secondo approccio, basato sulla QRPA, offre un metodo sistematico di calcolo degli elementi di matrice, in cui si tiene conto degli ingredienti fondamentali che caratterizzano la struttura nucleari: il *pairing*, responsabile dell'incremento in energia di legame per i nuclei pari–pari, e l'interazione spin–isospin che dà origine alle risonanze giganti di Gamow–Teller. Il metodo fa uso di un'interazione particella–particella ricavata fenomenologicamente e dipendente da un parametro g_{pp} (costante di accoppiamento protone–neutrone) aggiustabile sulla base delle energie di pairing e delle risonanze giganti. La forte dipendenza degli elementi di matrice dal parametro g_{pp} , soprattutto per la transizione $\beta\beta_{2\nu}$, è uno dei punti deboli del metodo. Tale dipendenza scompare invece quasi del tutto nel caso del decadimento a zero neutrini, rendendo la QRPA molto più affidabile.

Parecchie sono le varianti e le espansioni del metodo introdotte negli anni, come pure alcune tecniche alternative. Il decadimento a due neutrini è stato osservato direttamente in diversi nuclei: ^{48}Ca , ^{76}Ge , ^{82}Se , ^{96}Zr , ^{100}Mo , ^{116}Cd e ^{150}Nd ed altri nuclei sono attualmente studiati (tra essi il ^{130}Te , proprio dal gruppo di Milano). La QRPA, nelle sue molteplici varianti, riproduce abbastanza bene le vite medie misurate, grazie ad un aggiustamento fine del parametro g_{pp} . Ciò consente di riporre una certa fiducia anche nella stima che essa offre per gli elementi di matrice del DDB0 ν .

Un confronto tra previsioni teoriche e dati sperimentali, è fornito nella tabella 1.7 [24, 25] per il DDB2 ν ; i risultati di diversi metodi di calcolo per il DDB0 ν sono riportati

nella tabella 1.8 [24]; infine la tabella (1.9), ricavata da [26], mostra gli attuali limiti sperimentali sul DDB 0ν , per i principali nuclei studiati. Una rassegna più completa, ma lievemente meno aggiornata sui risultati sperimentali, si può trovare, ad esempio, nel lavoro di Suhonen e Civitarese [25]. Agli stessi riferimenti si possono trovare anche i limiti sui parametri $\langle\lambda\rangle$ e $\langle\eta\rangle$ e sulla costante di accoppiamento con il Majorone.

Nucleo	Teoria						Esperimento
	SM			QRPA		OEM	
	[27]	[28]	[23]	[20]	[29]	[30]	
^{48}Ca	2.9	7.2	3.7				$4.3^{+2.4}_{-1.1} \pm 1.4$ (UCI)
^{76}Ge	42	116	220	130	300	28	177^{+14}_{-12} (Heid.-Moscow) 145 ± 15 (IGEX)
^{82}Se	2.6	8.4	5	12	11	8.8	$10.8^{+2.6}_{-0.6}$ (UCI) $8.3 \pm 0.9 \pm 0.6$ (NEMO)
^{96}Zr				0.85	1.1		$2.1^{+0.8}_{-0.4} \pm 0.2$ (NEMO)
^{100}Mo				0.6	0.11	3.4	$1.15^{+0.30}_{-0.20}$ (Osaka) $1.16^{+0.34}_{-0.08}$ (UCI) $0.95 \pm 0.04 \pm 0.09$ (NEMO)
^{116}Cd					6.3		$2.6^{+0.9}_{-0.5}$ (Osaka) $2.7^{+0.5}_{-0.4} \pm 0.9$ (Kiev) $3.75 \pm 0.35 \pm 0.21$ (NEMO)
^{128}Te				73500			7.7 ± 0.4 (geoch.)
^{130}Te				23			$70 \pm 20 - 270 \pm 10$ (geoch.) ≥ 30 (MIBETA)
^{136}Xe			200	85	460		≥ 55 (Gottardo)
^{150}Nd					0.74		$1.88^{+0.66}_{-0.39} \pm 0.19$ (ITEP) $0.675^{+0.037}_{-0.042} \pm 0.068$ (UCI)

Tabella 1.7: Valori di $T_{1/2}^{\nu}$ in $[10^{19} \text{ y}]$ calcolati teoricamente e misurati, per diversi nuclei. Per le sigle a fianco dei risultati sperimentali si rimanda al prossimo paragrafo.

1.4 Esperimenti che ricercano il decadimento $\beta\beta$

In questa sezione saranno riassunte le caratteristiche dei principali esperimenti diretti che ricercano il DDB. Per una descrizione completa si veda [31].

1.4.1 Esperimenti col germanio

Il ^{76}Ge è il nucleo studiato più ampiamente, a partire dal lavoro pionieristico di Fiorini e collaboratori nel 1967 [32]. Esistono attualmente due principali esperimenti che cercano il DDB del ^{76}Ge : la collaborazione IGEX a Canfranc (Spagna) e la collaborazione

Nucleo	W.C. SM $g_A = 1.25$ [27, 28]	LSSM [23]	QRPA [20]	QRPA [29]	QRPA con np pair.	OEM [30]
^{48}Ca		6.25			28	
^{76}Ge	1.67	17.5	14	2.3	18.4	2.75
^{82}Se	0.58	2.39	5.6	0.6	2.8	0.704
^{100}Mo			1.9	1.3	350	
^{116}Cd				0.49	4.8	0.583
^{128}Te	4.01		15	7.8	150	12.6
^{130}Te	0.16		0.66	0.49	2.1	0.723
^{136}Xe		12.1	3.3	2.2	2.8	4.29
^{150}Nd				0.034		0.056

Tabella 1.8: La quantità $T_{1/2}^{0\nu} < m_\nu >^2$ in $[10^{24} \text{ y}]$ è riportata per vari modelli teorici. W.C. SM sta per Weak Coupling SM; LSSM per Large Space SM.

Nucleo	$Q_{\beta\beta}$ [MeV]	$T_{1/2}^{0\nu}$ [10^{22} y]	$< m_\nu >$ [eV]	Esperimento
^{76}Ge	2.04	1900 1570	0.40 0.45	Heid.–Moscow IGEX
^{96}Zr	3.35	0.1	33	NEMO
^{100}Mo	3.03	4.5	2.7	Osaka
^{116}Cd	2.8	7	3.3	Kiev
^{128}Te	0.87	690	1.5	geoch.
^{130}Te	2.53	14.4	2.6	MIBETA
^{136}Xe	2.47	44	3.5	Neuchatel
^{150}Nd	3.37	0.12	7.1	UCI

Tabella 1.9: Limiti sul tempo di dimezzamento per il $DDB0\nu$ e sul parametro di massa efficace, ottenuti nei principali esperimenti (dati tratti da [26]). Gli elementi di matrice sono ottenuti con la $RQRPA$ di Faessler e Simkovic.

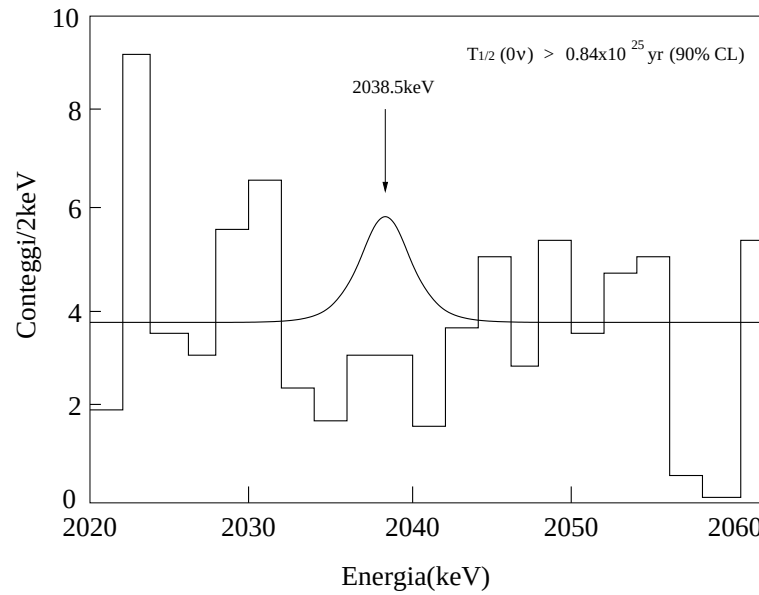


Figura 1.9: *Spettro somma delle energie dei due elettroni nella regione del $DDB0\nu$ del ^{76}Ge [24]*

Heidelberg-Moscow, funzionante nei Laboratori Nazionali del Gran Sasso. Entrambi utilizzano un grande ammontare di ^{76}Ge arricchito, in “set” di rivelatori. Essi risultano, al momento, gli esperimenti migliori, in quanto:

- la risoluzione è eccellente ($\Delta E/E \approx 10^{-3}$ @ 2 MeV), e la radiopurezza risulta estremamente buona;
- può essere facilmente schermato dalla radioattività ambientale con schermi attivi (rilevatori NaI) o passivi (strati di Cu e Pb molto puri);
- è possibile crescere cristalli di grandi dimensioni (~ 2 kg) che permettono di avere una efficienza vicina al 100%;
- è possibile crescere cristalli arricchiti nell’isotopo che decade.

IGEX

Il sistema è costituito da uno schermo interno di 2.5 t (cubi da 60 cm) di piombo antico di circa 2000 anni, con un contenuto radioattivo di $^{210}\text{Pb}(^{210}\text{Bi}) < 0.01$ Bq/kg, in cui tre grandi rivelatori sono collocati in modo da minimizzare lo spazio vuoto, attorno ad essi, accessibile al radon. A tale scopo è pure forzato, nel rimanente spazio vuoto, del gas di azoto. Lo schermo di piombo è chiuso da lastre di plastica e cadmio. Il tutto è chiuso da un discriminatore per muoni cosmici e da uno schermo per neutroni. La parte rivelante dell’esperimento consta di tre grandi rivelatori di germanio arricchito ($> 86\%$) di 2 kg e tre piccoli di circa 1 kg. Le risoluzioni energetiche (FWHM) dei rivelatori grandi a 1333

keV sono 2.16, 2.47 e 2.13 keV, e la risoluzione dei dati sommati è di 4 keV al $Q_{2\beta} = 2038$ keV. Il limite, ottenuto con una statistica di 75 moli $\times$ anno, risulta essere $T_{1/2}^{0\nu} > 1.6 \cdot 10^{25}$ anni per il DDB 0ν del ^{76}Ge , corrispondente ad un limite per la massa effettiva del neutrino di Majorana pari a $< m_\nu > < 0.6 - 1.4$ eV [16] (Vedi tab. 1.5). Lo spettro somma delle energie dei due elettroni nella regione del $Q_{2\beta}$ è riportato in fig. 1.9.

Heidelberg-Moscow

Questo esperimento utilizza cinque rivelatori “p-type HPGe”, situati nei laboratori sotterranei del Gran Sasso. I cristalli di Ge sono stati cresciuti da 19.2 kg di materiale di ^{76}Ge arricchito all’86%. La massa totale attiva dei rivelatori è di 10.96 kg, corrispondente a 125.5 moli di ^{76}Ge , la più intensa sorgente attuale per la ricerca del DDB. Quattro rivelatori sono collocati in uno schermo di 30 cm di piombo in atmosfera di idrogeno priva di radon, circondato da 10 cm di polietilene caricato con boro e con due lastre di 1 cm di scintillatore sopra. Il rimanente rivelatore è collocato in un box a parte con 27 cm di rame elettrolitico e 20 cm di schermo di piombo, flussato con azoto gassoso, e con 10 cm di polietilene caricato con boro sotto il box. I dati acquisiti dai primi tre rivelatori arricchiti con una significatività statistica di 13.6 kg-anno forniscono un limite, per il tempo di dimezzamento per DDB 0ν , pari a $T_{1/2}(0^+ \rightarrow 0^+) > 1.3 \cdot 10^{25}$ anni (90% C.L.) [33]. Il limite corrispondente, per la massa effettiva del neutrino di Majorana, risulta $< m_\nu > < 0.42 - -1.4$ eV (90% C.L.). Il risultato sul DDB 2ν dà $T_{1/2}^{2\nu} = (1.55 \pm 0.01 \text{ (stat)} \text{ } ^{+0.19}_{-0.15} \text{ (sist.)}) \cdot 10^{21}$ anni. Gli spettri sono mostrati in Fig. 1.4.

La collaborazione, per ridurre ulteriormente il fondo, ha recentemente sviluppato un nuovo metodo di analisi che si basa sulla forma dell’impulso (PSA) [34]. Tale analisi è in grado di distinguere tra interazioni a scattering multiplo nel cristallo di Ge (eventi a sito multiplo MSE) e interazioni puntiformi (eventi a sito unico SSE). Poiché il DDB appartiene alla seconda categoria, tale metodo permette di ridurre il fondo dovuto ai fotoni che hanno subito scattering multiplo per effetto Compton. È così stato dato un limite $T_{1/2}^{0\nu} > 1.9 \cdot 10^{25}$ anni (90% C.L.) (Vedi tab.1.4); va però aggiunto che tale risultato è maggiore della sensibilità dell’esperimento, data da $F_{1/2}^{0\nu} = 1.6 \cdot 10^{25}$ anni (90% C.L.).

1.4.2 Esperimento Nemo-2

La collaborazione NEMO sta realizzando l’esperimento NEMO-3, in grado di studiare il DDB 0ν del ^{100}Mo e di altri nuclei con vite di dimezzamento superiori ai 10^{25} y, corrispondenti a masse del neutrino di 0.1-0.3 eV. Nel frattempo sono stati realizzati due rivelatori prototipo, NEMO-1 e NEMO-2, con cui è stato studiato il DDB 2ν di ^{100}Mo , ^{116}Cd , ^{82}Se e ^{94}Zr .

Nemo-2 [35] è stato realizzato nei laboratori sotterranei del Frejus (4800 m.w.e). È un esperimento sorgente≠rivelatore, dedicato alla misura delle transizioni $\beta\beta 2\nu$ di vari isotopi. Esso consiste in una camera tracciante di 1 m³, riempita con elio e 4% di alcool etilico. A tagliare in due parti verticalmente il rivelatore c’è il piano del foglio sorgente

(1 m $\times$ 1 m). La parte tracciante del rivelatore è costituita da contatori Geiger aperti, con sezioni ottagonali incrociate, definite da fili di nichel da 100 μm . Da ogni lato della sorgente ci sono 10 piani di 32 celle, che alternano l'orientamento verticale ed orizzontale. Le celle forniscono il tracciamento tridimensionale delle particelle, registrando il tempo di deriva e due tempi di propagazione del plasma in ciascuna cella.

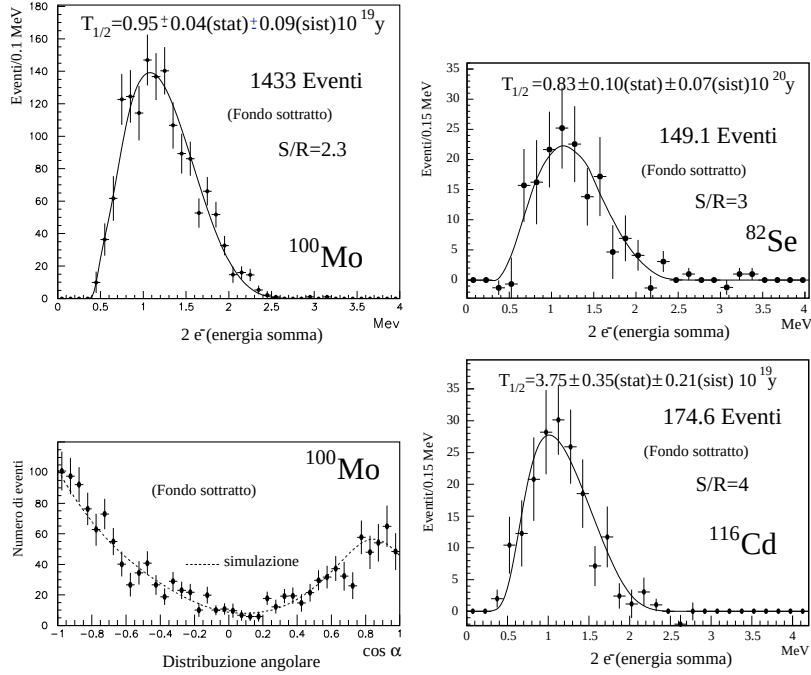


Figura 1.10: Spettri di decadimento ottenuti dall'esperimento NEMO-2.

Un calorimetro, formato da scintillatori, copre le due parti opposte verticali del volume di tracking. La configurazione del calorimetro consiste di 2 piani di 64 scintillatori (12 cm $\times$ 12 cm $\times$ 2.25 cm³) letti con fotomoltiplicatori. La camera tracciante e gli scintillatori sono circondati da schermi di piombo (5 cm) e ferro (20 cm).

Le prestazioni e i parametri operativi sono i seguenti: la soglia degli scintillatori è posta a 50 keV, la risoluzione di energia (FWHM) è 18% ad 1 MeV ed il tempo di risoluzione è 25 ps per elettroni da 1 MeV (550 ps a 0.2 MeV).

L'acquisizione dei dati è terminata all'inizio del 1997, per iniziare la costruzione di Nemo-3. Dal 1992 al 1995 sono stati studiati i decadimenti $\beta\beta 2\nu$ di ^{100}Mo ($Q_{\beta\beta} = 3038\text{MeV}$) [36] (172 g di ^{100}Mo al 98% e 163 g di ^{100}Mo (naturale) al 9.6%) e ^{116}Cd ($Q_{\beta\beta} = 2802\text{MeV}$) [37] (152 g di ^{116}Cd al 93% e 143 g di ^{116}Cd (naturale) al 7.6%), misurando gli spettri delle energie sommate, la distribuzione angolare e gli spettri di singolo elettrone. Il tempo totale di misura per questi esperimenti è stato di 6140 h, per un totale di 1433 eventi per il ^{100}Mo e di 174.6 eventi per il ^{116}Cd . Si sono così ottenuti i tempi di dimezzamento per il DDB 2ν pari a : $T_{1/2}^{2\nu} = [0.95 \pm 0.04(\text{sist.})] \times 10^{19}$ y per il ^{100}Mo e

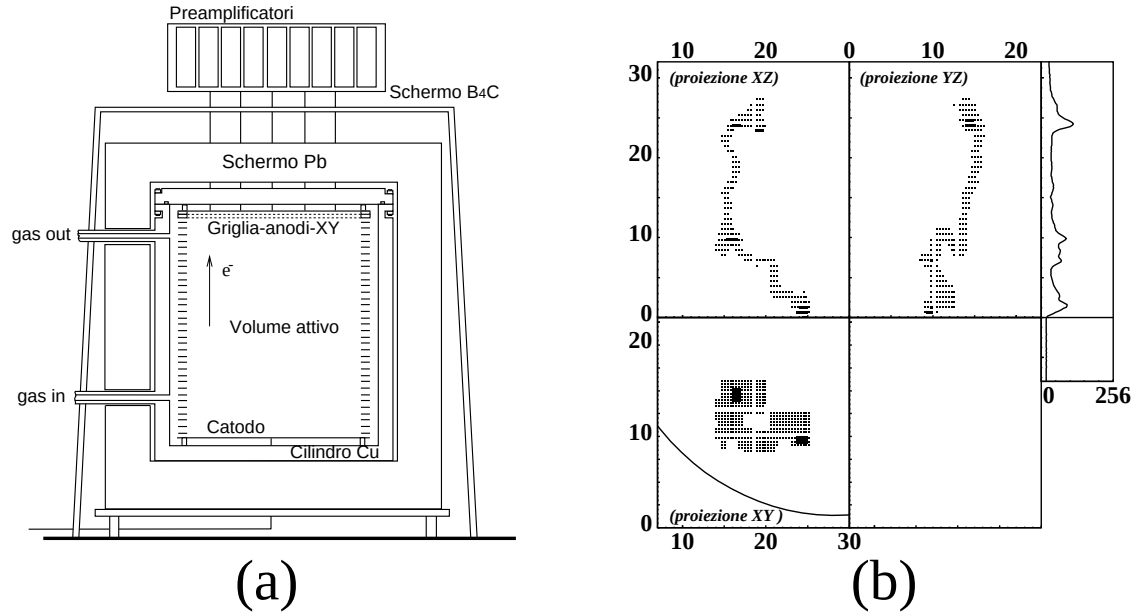


Figura 1.11: (a) Rappresentazione schematica della TPC dell'esperimento del Gottardo; (b) Tipico evento a 2 elettroni: sono rappresentate la proiezione XZ, quella YZ e quella "ricostruita" XY. Le scale sono in cm. L'evoluzione temporale del segnale anodico è riportata sulla destra. Un candidato $\beta\beta$ mostra una "goccia" alla fine di entrambe le tracce.

$T_{1/2}^{2\nu} = 3.75 \pm 0.35(\text{stat.}) \pm 0.21(\text{syst.}) \times 10^{19}$ y per il ^{116}Cd (Vedi fig. 1.10).

Dal 1995 al 1997 il DDB 2ν è stato studiato con una sorgente di ^{82}Se ($Q_{\beta\beta} = 2995\text{MeV}$) [38] (156 g di ^{82}Se al 97% e 143 g di ^{82}Se (naturale) al 8.7%) e ^{96}Zr (20 g di $^{96}\text{ZrO}_2$ al 57% e 18 g di $^{96}\text{ZrO}_2$ (naturale) al 3%). Il tempo complessivo di raccolta dati è stato di 10357h per un totale di 149.1 eventi, e si è ottenuto un tempo di dimezzamento di: $T_{1/2}^{2\nu} = 0.83 \pm 0.1(\text{stat.}) \pm 0.07(\text{syst.}) \times 10^{20}\text{yr}$. Gli spettri di DDB 2ν per i vari nuclei sono mostrati in Fig. 1.10. I migliori limiti ottenuti su $\langle m_\nu \rangle$ vanno da 6 a 18 eV, a seconda degli elementi di matrice nucleare del decadimento.

1.4.3 L'esperimento del Gottardo con lo ^{136}Xe

La collaborazione Caltech-Neuchâtel-PSI [39] utilizza una camera a deriva temporale (Time Projection Chamber, TPC) per lo studio del DDB dello ^{136}Xe . L'esperimento è realizzato nel tunnel del Gottardo, sotto le Alpi svizzere; la roccia fornisce uno scudo per i Raggi Cosmici pari a 3000 m.w.e.

La TPC (vedi Fig. 1.11(a)) è costituita da un cilindro di rame OFHC (Oxygen Free High Conductivity) dello spessore di 5 cm. Il volume attivo è 180 litri (69.7 cm di altezza, 57.4 cm di diametro).

Il gas è costituito da Xenon arricchito al 62.5% in ^{136}Xe con aggiunta di metano (3.6%), per aumentare la velocità di deriva e diminuire la diffusione di elettroni secondari.

La pressione di esercizio è 5 atm, a cui corrispondono 24.2 moli di ^{136}Xe , con una massa di 3.3 kg.

Il catodo viene mantenuto ad una tensione di 68 kV e genera un campo statico di circa 970 V/cm; la velocità di deriva degli elettroni è 1.3 cm/ μs ; la miscela di gas viene continuamente filtrata, al fine di mantenere i contaminanti elettronegativi ad un livello minore di 0.1 ppm, che assicura una attenuazione degli elettroni che derivano verso l'anodo minore di 2% /70 cm.

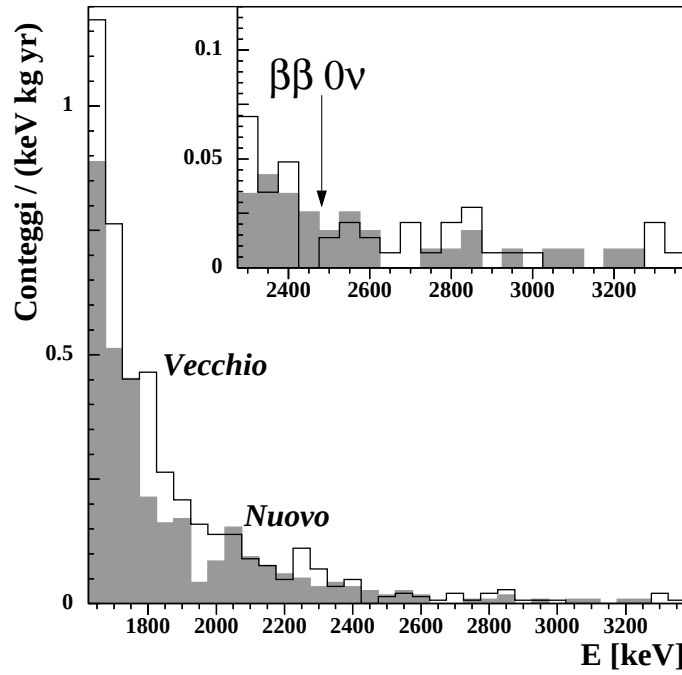


Figura 1.12: Spettro di fondo di eventi a 2 elettroni per il vecchio run (2.6 kg-anno) e per il nuovo run (2.3 kg-anno) dell'esperimento del Gottardo.

L'efficienza simulata di contenimento per un evento $\beta\beta$ a zero neutrini è circa il 30%.

Il piano anodico (i fili sono tutti elettricamente collegati tra di loro) contiene i fili anodici (tungsteno dorato, 25 μm diametro) separati da fili tenuti a massa (tungsteno, 100 μm diametro); la distanza tra i fili è 5 mm. I fili della griglia (tungsteno, 100 μm diametro) sono montati in maniera analoga, perpendicolarmente ai fili anodici; la distanza tra i 2 piani di fili è 8.5 mm.

Dietro il piano anodico ad una distanza di 3 cm è posizionato un piano per la ricostruzione della coordinata XY; esso è costituito da un sottile foglio in PET dello spessore di 125 μm ricoperto da entrambi i lati da strisce di rame; la distanza tra le strisce (poste a 45° rispetto ai fili anodici) è 3.5 mm; le strisce X ed Y sono 168 e sono lette in maniera indipendente.

L'energia di un evento è misurata integrando il segnale anodico; la risoluzione nella regione di transizione a zero neutrini (2479 keV) è circa 7%.

Nella TPC, gli elettroni prodotti da una ionizzazione primaria (e di eventi $\beta\beta$) derivano nel campo elettrico costante verso il piano anodico dove avviene la moltiplicazione. I segnali elettrostatici indotti sul piano XY danno la coordinata dell'evento. L'informazione sulla coordinata Z è data dalla evoluzione temporale del segnale.

Un vantaggio rilevante dell'utilizzo di una TPC è l'alta reiezione del fondo: un evento a 2 elettroni, infatti, è caratterizzato da 2 tracce che partono da un medesimo punto e che terminano a "goccia"; tale goccia è dovuta al fatto che a bassa energia aumenta sia la perdita per ionizzazione, sia la diffusione multipla a larghi angoli (vedi Fig. 1.11(b)).

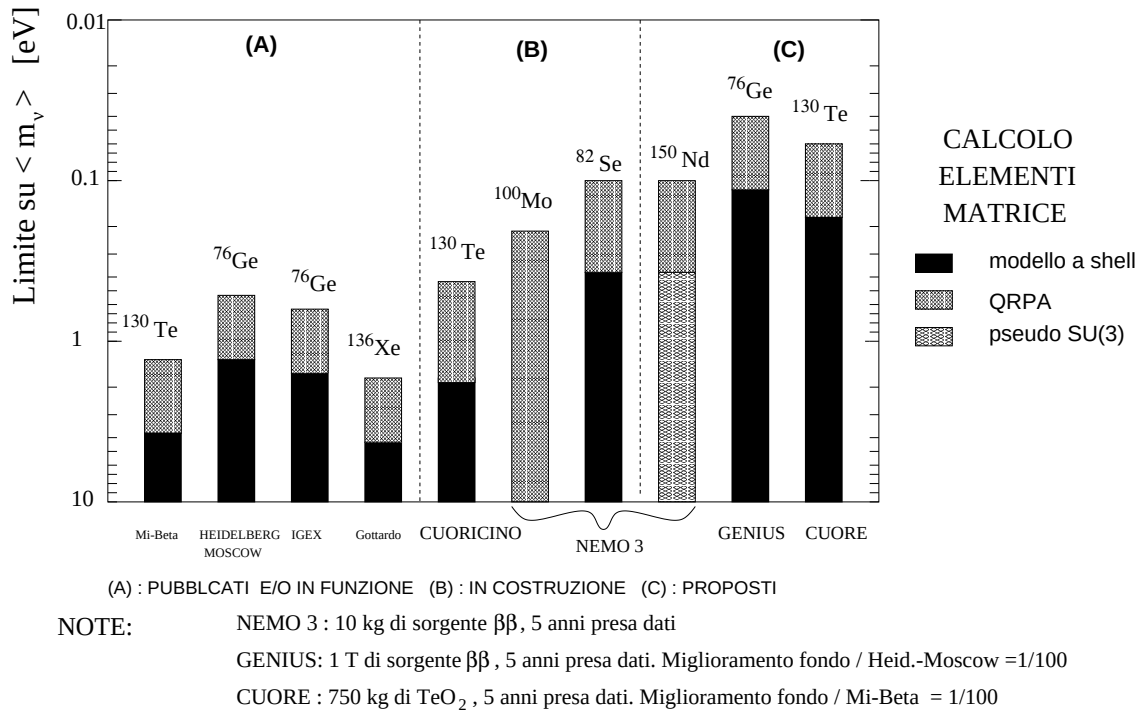


Figura 1.13: Confronto fra i futuri esperimenti per la ricerca del decadimento a zero neutrini.

In Fig. 1.12 sono mostrati 2 spettri di fondo ottenuti in 2 differenti run; il primo (vecchio) corrisponde ad un tempo di misura pari a 6830 ore; il secondo (nuovo) ha una durata totale di 6013 ore; il fondo minore ottenuto nel nuovo run è dovuto alla eliminazione delle saldature con cui i fili erano collegati alla struttura.

Combinando i dati delle due misure di fondo, la collaborazione ha posto i seguenti limiti: $T_{1/2}^{0\nu} > 4.4 \cdot 10^{23}$ anni, $T_{1/2}^{2\nu} > 3.6 \cdot 10^{20}$ anni, con un livello di confidenza del 90%. Il limite corrispondente sulla massa effettiva del neutrino di Majorana è $\langle m_\nu \rangle < 1.8\text{--}5.2$ eV, a seconda dei diversi elementi di matrice nucleare utilizzati.

1.4.4 Esperimento del gruppo di Milano col ^{130}Te

Su questo esperimento si è incentrato il lavoro di tesi e se ne discuterà quindi in seguito in modo approfondito.

Un confronto grafico tra i vari esperimenti circa il limite per la massa del neutrino si può vedere in fig. 1.13

Capitolo 2

Rivelatori termici

Introduzione

L'uso di calorimetri a bassa temperatura per esperimenti di fisica nucleare e misure di radioattività è stato proposto per la prima volta da Simon [40] più di 60 anni fa; la rivelazione di singole particelle α per mezzo di un bolometro superconduttivo è stata effettuata da Andrews *et al.* nel 1949 [41]. La proposta di rivelatori termici di grande massa per la ricerca di eventi rari, come il doppio decadimento beta senza emissione di neutrini ($\text{DDB}0\nu$), è invece molto più recente e risale al 1983 [42].

I rivelatori termici possono essere divisi in due categorie:

- rivelatori costituiti da due distinte unità: un assorbitore che trasforma l'energia cinetica di una particella in fononi, ed un sensore, che “raccolge” i fononi e li converte in segnali elettrici;
- rivelatori monolitici, nei quali sensore ed assorbitore coincidono.

Storicamente, i primi bolometri proposti sono stati concepiti come calorimetri perfetti, come oggetti cioè in grado di termalizzare completamente l'energia rilasciata in loro da una particella incidente. Questa è di fatto un'idealizzazione ma consente comunque di introdurre i principi di funzionamento dei bolometri e di evidenziare le caratteristiche che li rendono particolarmente efficaci come rivelatori di particelle nell'ambito della fisica degli eventi rari. In questo capitolo viene fornita una breve descrizione generale delle proprietà e caratteristiche dei rivelatori termici con un'approfondita descrizione qualitativa dei bolometri con termistore a semiconduttore.

2.1 Rivelatori convenzionali

Quando una particella interagisce con i nuclei e gli elettroni di un materiale, dissipa gradualmente la sua energia cinetica, trasferendola al sistema elettronico e a quello fononico.

Il principio di funzionamento generale, comune alla maggior parte dei rivelatori utilizzati in fisica nucleare e subnucleare, consiste nel misurare l'energia rilasciata da una particella eccitando o ionizzando gli atomi all'interno del rivelatore. Tuttavia, per quanto

riguarda la risoluzione, questo sistema di rivelazione è intrinsecamente limitato dalla piccola porzione dell'energia della particella che viene effettivamente convertita in eccitazione o in ionizzazione. Consideriamo ad esempio un elettrone dell'energia di 1 KeV che perda tutta la sua energia in un rivelatore: la frazione di energia che va in ionizzazione è circa il 30% nel caso di rivelatori a semiconduttore mentre per gli scintillatori, in cui tutta l'energia della particella è convertita inizialmente in coppie elettrone-lacuna, la quantità di energia che si trasforma effettivamente in luce è il 5 – 15%. Se invece consideriamo un nucleo che riceve un'energia di rinculo di 1 KeV, la frazione di questa energia che va in ionizzazione è addirittura del 6%. La rimanente energia va in produzione di fononi e, in quanto tale è da considerarsi “perduta”. Quindi se fosse possibile rivelare questa energia si avrebbe un rivelatore in grado di fornire a parità di energia depositata una risposta molto migliore. Questa è appunto l'idea che sta alla base dello sviluppo dei rivelatori termici.

2.1.1 Risoluzione energetica

Una particella produce, interagendo con il rivelatore, un numero finito di quanti di energia: questo numero N è proporzionale all'energia E della particella e inversamente proporzionale all'energia ε media necessaria a produrre un quanto di energia ($N \propto \frac{E}{\varepsilon}$). Inoltre ogni rivelatore è caratterizzato da un'energia di soglia che è la minima energia necessaria per produrre un quanto: particelle che rilascino un'energia $< \varepsilon_{min}$ non sono osservabili. In un rivelatore reale l'energia media effettiva è $\varepsilon_a > \varepsilon$, a causa alla perdita di energia dovuta alla produzione di fononi indesiderati e all'eccitazione di stati metastabili che si rilassano successivamente in calore. La risoluzione di un rivelatore sarà tanto migliore quanto più ε_a è piccola; infatti a parità di E rilasciata avrò un maggiore numero di quanti N , dunque una miglior statistica associata al singolo evento. È possibile dare un'espressione statistica risoluzione energetica ΔE (FWHM) utilizzando la statistica di Poisson secondo la quale la deviazione standard di una misura, caratterizzata dal conteggio di N eventi elementari, è data da $\Delta N = \sqrt{N}$. La risoluzione per un rivelatore di particelle è quindi teoricamente data da:

$$\frac{\Delta E}{E} = 2.35 \frac{\Delta N}{N} = 2.35 \sqrt{\frac{F \varepsilon_a}{E}} \quad (2.1)$$

dove F è detto fattore di Fano [43] e rappresenta il distaccarsi delle fluttuazioni statistiche osservate dalla statistica di Poisson; in genere è un numero minore di 1 e tiene conto del fatto che gli eventi prodotti non sono statisticamente indipendenti [44].

2.2 Rivelatori termici

Un rivelatore termico può essere schematizzato come una capacità termica C ancorata ad un bagno termico, reservoir mantenuto a temperatura costante T_0 , tramite una conduttanza termica G (Vedi Fig. 2.1). La capacità termica C racchiude i contributi forniti dagli elementi costituenti il rivelatore: capacità reticolare dell'assorbitore di radiazione e capacità reticolare ed elettronica del sensore. La conduttanza G rappresenta la connes-

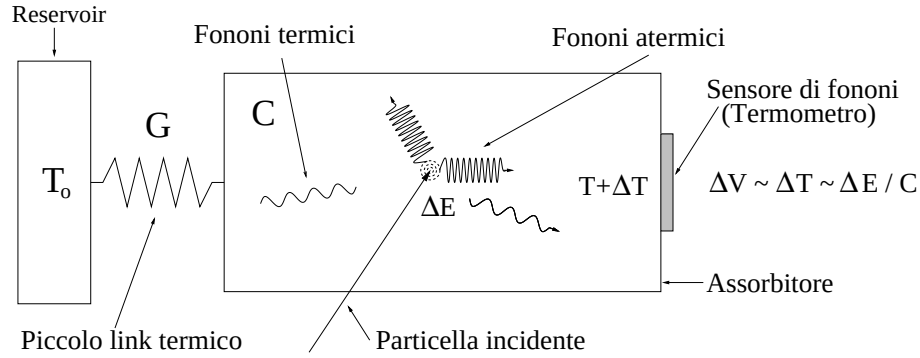


Figura 2.1: Modello semplificato di rivelatore termico.

sione elettrotermica tra rivelatore e bagno ed in genere è costituita da una coppia di fili conduttori di capacità termica trascurabile.

Sia $T(t)$ la temperatura dell'assorbitore: supponiamo $\Delta T = |T(t) - T_0| \ll T_0 \quad \forall t$, in modo che C e G possano essere trattate come costanti. Se un'energia ΔE viene depositata sull'assorbitore, immaginando tale deposizione istantanea, si ottiene:

$$\Delta T(t) = \frac{\Delta E}{C} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \quad \text{con} \quad \tau = \frac{C}{G} \quad (2.2)$$

dove τ è il tempo di decadimento termico del segnale mentre $C(T)$, capacità termica alla temperatura T è data da $C(T) = c(T) \cdot n$ dove $c(T)$ è il calore specifico a T e n è il numero di moli dell'assorbitore. Essendo $T_{Max} \propto \frac{\Delta E}{C}$ risulta che minore è C maggiore sarà l'ampiezza del segnale. Capacità termiche molto piccole possono essere ottenute solo a temperature molto basse. Si osservi infatti che, ad esempio, una particella di 1 MeV di energia incidente su un cristallo di una mole a temperatura ambiente provoca una variazione ΔT di $10^{-18} - 10^{-15}$ K che è di fatto impossibile da rilevare.

2.2.1 Proprietà dell'assorbitore

A basse temperature il calore specifico di un cristallo può essere espresso come:

$$c(T) = c_r(T) + c_e(T) \quad (2.3)$$

dove c_r rappresenta il contributo del reticolo cristallino al calore specifico e c_e il contributo degli elettroni.

Per cristalli dielettrici e diamagnetici solamente il reticolo contribuisce al calore specifico ed è dato dalla legge di Debye:

$$c_r(T) = \frac{12}{5} \pi^4 k_B N_A \left(\frac{T}{\Theta_D} \right)^3 \quad (2.4)$$

dove k_B , N_A e Θ_D sono rispettivamente la costante di Boltzmann, il numero di Avogadro e la temperatura di Debye, che è caratteristica di ogni cristallo. Questa legge in termini

di capacità termica assume la forma

$$C(T) = \beta \frac{m}{M} \left(\frac{T}{\Theta_D} \right)^3 \quad T < \Theta_D \quad (2.5)$$

dove $\beta = 1944 \text{ JK}^{-1} \text{moli}^{-1}$, m è la massa dell'assorbitore e M il suo peso molecolare.

Il termine c_e diventa invece dominante per i metalli a basse temperature. Nei conduttori gli elettroni di conduzione si comportano come un gas di Fermi e quindi vale l'espressione:

$$c_e(T) = \frac{\pi^2}{\Theta_D} ZR \frac{T}{\Theta_F} \quad (2.6)$$

dove Z, R e Θ_F sono rispettivamente il numero di elettroni di conduzione per atomo, la costante dei gas e la temperatura di Fermi. Questo contributo, essendo proporzionale a T diventa dominante nei metalli, con l'eccezione del caso in cui transiscano allo stato superconduttivo. Per i superconduttori al di sotto della temperatura critica T_c vale infatti la legge:

$$c_e(T) = K_s e^{-2(\frac{T_c}{T})} \quad (2.7)$$

dove K_s è una costante che dipende dal materiale. Questo termine può essere trascurato rispetto al contributo del reticolo se $T \ll T_c$.

I materiali più adatti per costituire l'assorbitore sono da ricercarsi quindi tra i cristalli dielettrici e diamagnetici (che hanno capacità termica data dalla eq. 2.5), con elevata temperatura di Debye. È tuttavia possibile utilizzare anche superconduttori con temperature critiche sufficientemente più elevate della temperatura di lavoro.

2.2.2 Risoluzione energetica

Nel caso in cui si verifichi una completa termalizzazione dell'energia rilasciata dalla particella, è possibile utilizzare un modello molto semplice [45] per dare una valutazione della risoluzione energetica. In questo caso infatti la risoluzione del rivelatore è limitata solamente dalla fluttuazione termodinamica dei fononi termici scambiati con il reservoir attraverso la conduttanza G . Ciò produce fluttuazioni dell'energia rilasciata sull'assorbitore e quindi fluttuazioni di temperatura dell'assorbitore stesso. Il numero N di fononi prodotti può essere facilmente stimato:

$$N = \frac{E}{\varepsilon_a} = \frac{C(T) \cdot T}{k_B \cdot T} = \frac{C(T)}{k_B} \quad (2.8)$$

dove si è tenuto conto che l'energia media di ciascun fonone è data da $k_B \cdot T$.

Partendo da questa espressione, dal quanto di energia del fonone e assumendo una statistica di Poisson, per cui $\Delta N = \sqrt{N}$, possiamo stimare la risoluzione:

$$\Delta E = \Delta N \cdot k_B T = \sqrt{\frac{C(T)}{k_B}} k_B T = \sqrt{k_B C(T) T^2} \quad (2.9)$$

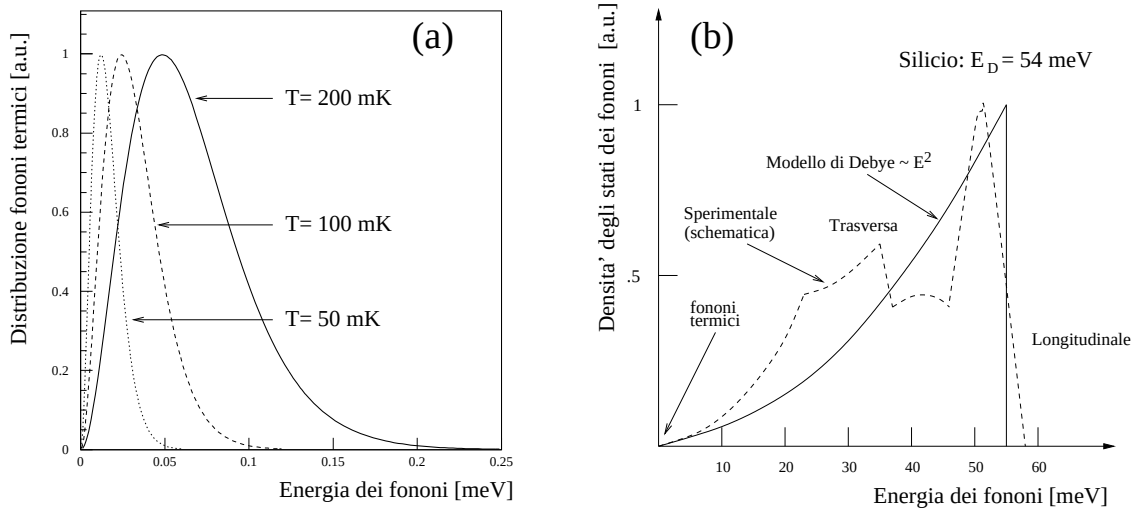


Figura 2.2: (a) Distribuzione normalizzata dei fononi termici per tre temperature. (b) Densità degli stati dei fononi nel silicio.

Nel caso di bolometri monolitici, un calcolo dettagliato del rumore dovuto a sorgenti intrinseche mostra come sia in realtà opportuna l'introduzione nell'ultimo termine di un fattore moltiplicativo adimensionale ξ , con valori di poche unità, per rappresentare le informazioni sul sensore, sul link termico e la dipendenza di $C(T)$ dalla temperatura [46].

Si osservi innanzitutto che ΔE è indipendente da E al contrario di quanto avviene per i rivelatori convenzionali.

La risoluzione "teorica" è molto buona: per un cristallo di Si di 1 g, operante a 20 mK, ΔE risulterebbe minore di 1 eV, ovvero due ordini di grandezza meglio del migliore diodo al Si(Li). Un cristallo di Ge di 1 Kg operante a 10 mK, potrebbe misurare raggi γ con una risoluzione di circa 10 eV, ossia due ordini di grandezza meglio dei rivelatori a diodi di Ge. Si deve notare tuttavia, che questo limite termodinamico può essere raggiunto in un rivelatore reale solo quando le fluttuazioni statistiche associate ad altri meccanismi di deposizione di energia sono opportunamente minimizzate (ad esempio stati metastabili elettrone-lacuna) e quando si trascurano contributi solitamente dominanti come il rumore elettronico e altre sorgenti di rumore tipiche per i bolometri, quali microfonismo e instabilità termiche.

2.3 Sensori di temperatura per rivelatori termici

I fononi termici sono il prodotto finale del processo di termalizzazione successivo ad un rilascio di energia sull'assorbitore. Alla temperatura T , l'energia media di un fonone è in realtà $2.7 kT$ ($0.23 \text{ meV } K^{-1}$) secondo l'approssimazione di Debye che qui risulta adeguata (Vedi fig. 2.2(a)). L'energia massima permessa a un fonone in questo modello è rappresen-

tata dall'energia associata alla frequenza di taglio di Debye, che cade nell'intervallo 10-100 meV per la maggior parte dei solidi. Nel momento in cui la particella interagisce, essa crea una distribuzione di fononi, detti balistici, lontana dall'equilibrio. Tali fononi andranno quindi incontro ad un processo di termalizzazione piuttosto lungo che li porterà ad avere alla fine una distribuzione di equilibrio, che rispetti la statistica di Bose-Einstein.

2.3.1 Processi di termalizzazione dei fononi

Per comprendere meglio i sensori di temperatura e le tecniche di rivelazione è utile avere almeno un'idea generale molto semplice del processo di termalizzazione.

Esaminiamo ora il processo di trasferimento dell'energia dalla particella al cristallo. I canali attraverso i quali tale trasferimento avviene sono essenzialmente due: quello nucleare e quello elettronico.

Canale nucleare. Per quanto concerne il canale nucleare è importante rilevare che l'interazione della particella, oltre che eccitare vibrazioni del reticolo per scattering sui nuclei, può produrre danneggiamenti strutturali del reticolo nei quali viene immagazzinata energia. Tale energia, non convertita in fononi (perlomeno non in un tempo paragonabile a quello di sviluppo del segnale nel rivelatore), non può essere rilevata dal sensore e la sua fluttuazione statistica è causa di una perdita di risoluzione per il rivelatore.

A seconda del tipo di particella incidente, la frazione di energia persa nel danneggiamento reticolare è più o meno rilevante: è trascurabile per gli elettroni e i fotoni, mentre può causare una FWHM dell'ordine anche di qualche centinaio di eV nel caso di particelle α con energie di qualche MeV [47].

Canale elettronico. Consideriamo il trasferimento di energia cinetica da parte di una particella carica ad un cristallo semiconduttore. Nell'arco di pochi μm dal punto di interazione la particella viene rallentata e si ferma nel cristallo, producendo un grande numero di coppie elettrone-lacuna (e-h), inizialmente aventi una densità spaziale e un'energia molto elevate. Le cariche primarie così generate, interagiscono dapprima tra di loro, diffondendo nel cristallo molto rapidamente. Quando la loro densità diviene paragonabile a quella delle impurezze presenti nel reticolo, entra in gioco il primo meccanismo in grado di sottrarre loro energia, lo *scattering sulle impurezze*. Una volta raggiunta in tal modo una situazione di quasi-equilibrio, la degradazione finale dell'energia dei portatori avviene per interazione diretta fra essi ed il reticolo, con produzione di fononi.

È in questa fase che possono avvenire alcuni processi (fortemente indesiderati), nei quali una parte dell'energia delle coppie, invece di trasferirsi al reticolo, esce dal cristallo o viene immagazzinata in stati stabili o metastabili: si possono avere *ricombinazioni radiative* di coppie e-h con successiva fuga del fotone emesso, *ricombinazioni non radiative* con tempi lunghi rispetto a quello di raccolta del segnale, oppure *intrappolamenti* permanenti di elettroni e lacune in siti di impurezze o difetti reticolari. Una frazione preponderante dell'energia iniziale invece, viene effettivamente trasferita al reticolo in forma di eccitazioni

vibrazionali (fononi), con meccanismi diversi a seconda della densità delle coppie e-h e dell'energia che esse trasportano.

Concentriamoci ora sul processo di termalizzazione dei fononi all'interno del cristallo (assorbitore). Semplificando molto possiamo spiegare quello che accade tramite la rappresentazione monodimensionale delle curve di dispersione dei fononi. La ricombinazione di coppie e-h tra banda di conduzione e banda di valenza produce fononi di "alta" energia sulla branca ottica. Questi fononi primari poi si allontanano dalla regione di interazione della particella. I fononi ottici decadono nella branca *longitudinale acustica* (LA) in una scala di tempo molto breve (10 – 100 ps). Il decadimento di un fonone avviene ovviamente conservando energia e momento e produce principalmente due fononi di energia dimezzata rispetto a quella iniziale, circa pari all'energia di Debye, e aventi momento opposto. A questa popolazione di fononi contribuiscono in parte anche ricombinazioni e-h su livelli di impurezze interni al gap. Dunque il risultato finale è un sistema di fononi, in gran parte appartenenti alla branca LA, aventi energie dell'ordine di $\hbar\omega_D$ (ove $\omega_D = 2\pi\nu_D$, con ν_D frequenza di cut-off di Debye del cristallo in questione), ben superiori all'energia media dei fononi termici alla temperatura di funzionamento del bolometro (a titolo di esempio, l'energia media per $T = 10$ mK è dell'ordine del μeV).

A questo punto si introducono nuovi fenomeni di degradazione dell'energia dei fononi che fanno sì che i fononi diventino termici. I canali di questi processi sono fondamentalmente tre: interazione fonone-fonone o decadimento di un fonone in due, scattering sulle impurezze e riflessione sulle superfici del cristallo. Il primo canale è reso possibile dall'anarmonicità del potenziale reticolare, tuttavia è chiaro che tale anarmonicità gioca un ruolo via via minore al calare della temperatura del cristallo o dell'energia del fonone: in effetti si può vedere che la probabilità di decadimento per un fonone LA cala come la quinta potenza della sua frequenza ω . Inoltre, mentre il decadimento di un fonone LA è possibile, ed è anche responsabile della produzione di fononi *trasversali acustici* (TA), il decadimento di questi ultimi è vietato dalle regole di conservazione della quantità di moto e del momento. Da queste due osservazioni si comprende la necessità che esistano altri meccanismi di degradazione dell'energia, affinché la termalizzazione sia possibile e possa avvenire in tempi ragionevoli alle basse temperature a cui opera un bolometro.

Tali meccanismi sono appunto gli altri due citati più sopra: in entrambi i casi un aspetto fondamentale risiede nella loro capacità, oltre che di frazionare l'energia dei fononi, di indurre delle conversioni di modo che consentano anche la termalizzazione dei fononi TA, altrimenti stabili. La conversione verso basse energie diventa un processo sempre più lento e tipicamente ha bisogno di ~ 0.1 secondo (per un calorimetro con una massa di ~ 100 grammi) per raggiungere la scala di energia dei fondi termici.

Ritornando al processo di decadimento, dopo un certo numero di decadimenti il cammino libero medio diventa maggiore delle dimensioni del cristallo. A questo punto, in cristalli sufficientemente puri (cioè in cristalli in cui i fenomeni di dispersione su piani di frattura sono trascurabili e lo scattering isotopico è minimo), i fononi si propagano ba-

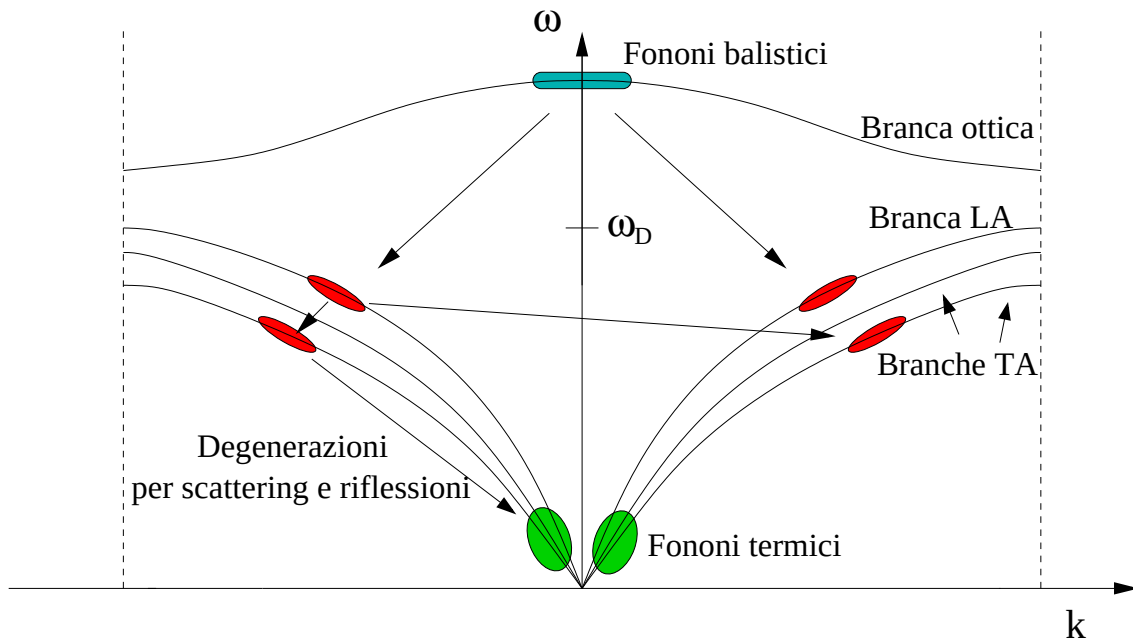


Figura 2.3: *Modello di termalizzazione di fononi balistici*

listicamente fino a che non raggiungono la superficie del cristallo [48]. Usando numerosi sensori (capaci di rivelare fononi non termici) è possibile ricostruire il punto di interazione usando il tempo relativo del segnale dei fononi [50].

I fononi che non sono assorbiti da un sensore (lo stesso sensore dei fononi può contribuire all'intero processo di termalizzazione) nel loro primo incontro con una superficie saranno riflessi, subendo ulteriori processi di decadimento. Alla fine essi interagiscono con i fononi termici esistenti e si termalizzano. Nel contempo, l'energia rilasciata fluisce dall'assorbitore attraverso il link termico verso il bagno termico.

Dunque come risultato dei diversi processi, è effettivamente possibile per un cristallo, anche con dimensioni lineari dell'ordine dei cm, raggiungere una nuova situazione di equilibrio dopo l'interazione di una particella, ad una temperatura superiore a quella iniziale di una quantità corrispondente all'energia rilasciata, in tempi ragionevoli, cioè di alcune centinaia di μs .

2.3.2 Modalità di funzionamento

Vista la duplice natura dei fononi che una particella produce con la sua interazione, possono essere concepiti due differenti tipi di rivelatori fononici:

- rivelatori di fononi balistici, con i quali si cerca di individuare i fononi alla loro prima interazione con le pareti.

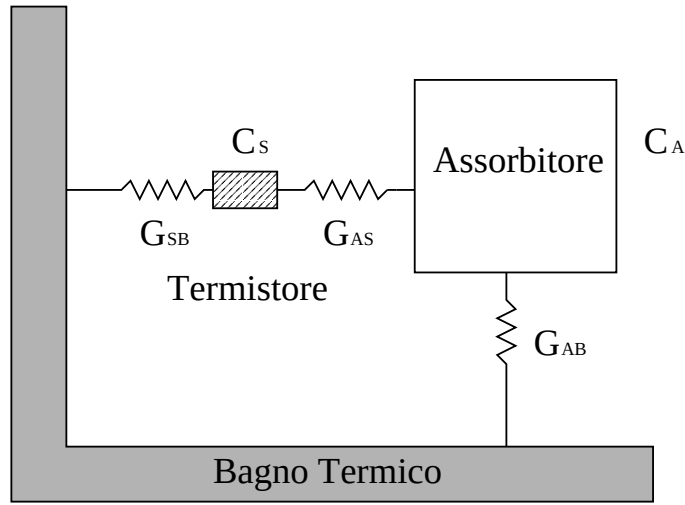


Figura 2.4: Modello semplificato di rivelatore termico con disaccoppiamento assorbitore-sensore tramite capacità termica G_{AS} .

- rivelatori di fononi termici o calorimetri, nei quali si tenta di ottenere in tempi rapidi una completa termalizzazione dell'energia rilasciata.

Esistono diversi tipi di sensori in grado di misurare fononi balistici o termici: i più comuni sono il termistore a semiconduttore e il sensore a transizione superconduttiva.

Tenendo conto del tempo di termalizzazione e assumendolo finito, si può scrivere lo sviluppo del segnale termico in un sensore:

$$\Delta T(t) = \frac{E}{C(T)} \frac{\tau}{\tau - \tau_{th}} [e^{(-\frac{t}{\tau})} - e^{(-\frac{t}{\tau_{th}})}] \quad (2.10)$$

dove τ_{th} è una costante di tempo approssimativamente data da $\tau_{th} = \frac{C_S}{G_{AS}}$ che rende conto del fatto che l'incremento di temperatura del sensore non è istantaneo. Con C_S si indica la capacità del sensore, e con G_{AS} la conduttanza tra assorbitore e sensore, che solitamente è molto grande, in modo che la maggior parte del calore fluisca attraverso il termistore.

Dalla formula precedente, si può notare che i tempi di decadimento caratteristici di questi rivelatori sono i tempi di rilassamento termico, che sono dell'ordine di diversi ms, per rivelatori microscopici (dimensioni submillimetriche) e di diversi sec, per rivelatori macroscopici. I tempi di salita, invece, sono dominati dalla velocità del suono nel cristallo, nel caso di bolometri monolitici, dalla propagazione del calore attraverso l'interfaccia sensore-assorbitore, per bolometri compositi e variano quindi tra 100 ns e 10 μ s nel primo caso, tra 100 μ s e 10 ms nel secondo caso. Di solito, quindi, un rivelatore termico non può sostenere rate di conteggio molto maggiori di qualche Hz, riducendone il campo d'applicazione, per il momento, allo studio di eventi rari ed allo studio dei Raggi X Cosmici.

Per ricavare l'espressione 2.10 sono state fatte alcune assunzioni che, in alcuni casi, non possono essere completamente giustificate. Si è supposto ad esempio che le energie rilasciate nell'assorbitore provochino piccole variazioni di temperatura, allo scopo di poter considerare costanti sia C che G . Anche la potenza dissipata sul sensore è stata considerata costante, trascurando il fenomeno del "feedback elettrotermico", che verrà spiegato più avanti.

I sensori termici più in uso sono, come detto, di due tipi: il termistore a semiconduttore, e il sensore a transizione superconduttiva (vi sono anche vari altri tipi di sensori utilizzati che sfruttano per lo più proprietà dei superconduttori). Per entrambi i tipi di sensori, una deposizione di energia produce un cambiamento nella resistenza elettrica $R_{th}(T)$. La risposta è solitamente espressa in termini della sensibilità logaritmica:

$$A = \left| \frac{d \log R(T)}{d \log T} \right| \quad (2.11)$$

che ha valori tipici tra 1 e 10 per termistore a semiconduttore, e dell'ordine dei 10^2 - 10^3 per un sensore a superconduttore alle temperature di lavoro di un bolometro (dell'ordine dei mK). L'efficacia di un sensore si valuta attraverso questo parametro, che esprime la capacità di tradurre piccolissime variazioni di temperatura (frazioni di mK) in variazioni apprezzabili della resistività.

Andiamo ora a considerare in maniera approfondita i termistori semiconduttori, che sono principalmente usati in bolometri per la rivelazione di fononi termici.

2.4 Termistori semiconduttori

Si tratta essenzialmente di semiconduttori con concentrazione di drogante prossima alla transizione metallo-isolante, in cui la conducibilità dipende fortemente dalla temperatura, cioè dai fononi termici: una misura accurata della loro resistenza consente una notevole sensibilità sulle variazioni di temperatura.

2.4.1 Fenomeni di conduzione

In un semiconduttore puro la conduzione elettrica può avvenire solo grazie alla presenza di una piccola quantità di elettroni, eccitati termicamente in banda di conduzione, e del corrispondente numero di lacune nella banda di valenza. Se il semiconduttore viene drogato in modo opportuno, gli atomi di impurezze introducono, come è noto, nuovi livelli energetici a disposizione degli elettroni, poco al di sotto della banda di conduzione nel caso di atomi donori (drogaggio di tipo n), poco al di sopra della banda di valenza nel caso si tratti invece di accettori (drogaggio di tipo p).

Consideriamo il caso in cui il drogaggio sia di tipo n . A temperatura ambiente praticamente tutti gli atomi del drogante sono ionizzati, cioè hanno perso un elettrone che, grazie all'energia cedutagli dalle vibrazioni reticolari, è passato in banda di conduzione ed è libero di muoversi all'interno del cristallo. Al calare della temperatura diminuisce il

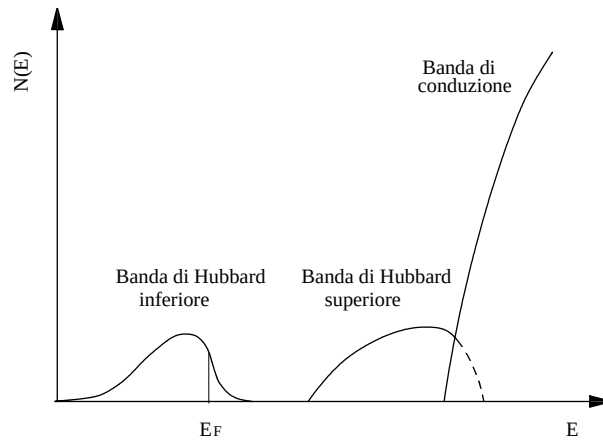


Figura 2.5: *Struttura a bande in prossimità del livello di Fermi, in un semiconduttore fortemente drogato.*

numero atomi ionizzati, e la banda di conduzione tende a svuotarsi, con una conseguente riduzione della conducibilità elettrica del materiale.

Esiste una concentrazione critica di drogante al di sopra della quale, anche portando a zero la temperatura, il semiconduttore manifesta un carattere metallico, cioè presenta una conducibilità non nulla. Tale concentrazione segna la cosiddetta transizione *metallo-isolante* (Metal-Insulator Transition, MIT). È intuitivo in effetti pensare che, aumentando la concentrazione di atomi donori, le funzioni d'onda dei loro elettroni esterni arrivino, ad un certo punto, a sovrapporsi l'una all'altra. Grossolanamente possiamo affermare che in una tale situazione gli elettroni cesserebbero di essere localizzati e diverrebbero capaci di condurre, non più passando in banda di conduzione, ma saltando da un sito donore ad un altro (meccanismo detto di *hopping*). Si tratta della cosiddetta *impurity conduction* che, oltre ad una elevata concentrazione di drogante principale, richiede anche un certo grado di compensazione $K = N_A/N_D$ (con N_D concentrazione delle impurezze maggioritarie, in questo caso di tipo donore, e N_A concentrazione di impurezze minoritarie, di tipo accettore), cioè la presenza di un numero ben definito di impurezze minoritarie, affinché siano disponibili siti liberi per accogliere gli elettroni *hopping*.

Precisando un po' i termini, si può dire che la struttura a bande del solido viene modificata come in figura 2.5, in cui si vede come l'elevata concentrazione di impurezze di tipo donore dia luogo, invece che ad un singolo livello, ad una banda di livelli energetici, divisa in due parti a causa della repulsione coulombiana che si manifesta tra due elettroni che intendessero occupare lo stesso sito (che, ricordiamo, ammette un livello doppiamente degenere, capace di accogliere, se non fosse per la repulsione coulombiana, due elettroni di spin opposto). Le due bande prendono il nome di *bande di Hubbard* e la prima delle due è occupata da elettroni praticamente fino al livello di Fermi, che risulta perciò determinato dal grado di compensazione.

È proprio realizzando sensori con concentrazioni di drogante appena al di sotto della

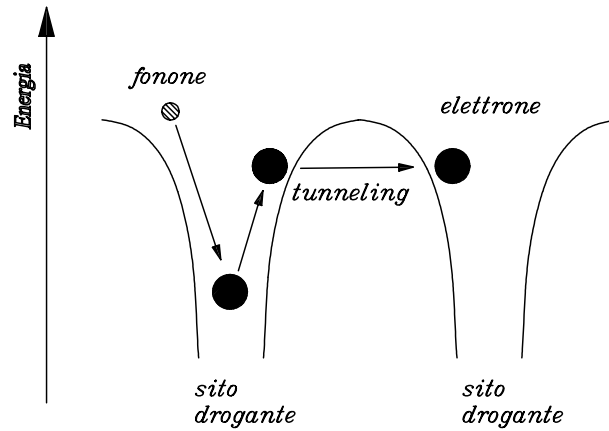


Figura 2.6: Rappresentazione schematica del meccanismo di conduzione hopping.

MIT che si ottengono le sensibilità più alte: infatti in tal modo il sensore opera in un regime di conduzione attivata da fononi, secondo lo schema semplificato di figura 2.6, mantenendo però, grazie alla vicinanza alla concentrazione critica, una resistenza elettrica non eccessivamente elevata. Dalla figura si vede anche come il passaggio da un sito all'altro avvenga per *effetto tunnel*.

La dipendenza della resistività dalla temperatura, trattandosi di un regime attivato dai fononi, ha la forma generale

$$\rho(T) = \rho_0 \exp \left(\frac{\epsilon(T)}{k_B T} \right) \quad (2.12)$$

ove $\epsilon(T)$ è l'energia di attivazione del processo.

Una trattazione esauriente del modo in cui è possibile determinare i parametri ρ_0 e $\epsilon(T)$ che figurano nella (2.12) si può trovare in [49]. Il risultato che a noi interessa è che si possono distinguere essenzialmente due regimi di conduzione:

- **conduzione *hopping* tra primi vicini.** Il salto di un elettrone avviene, per effetto tunnel, tra due siti vicini spazialmente. Il salto è reso possibile dall'interazione elettrone-fonone e dalla disponibilità di un centro donore libero. Quest'ultimo requisito è soddisfatto, come già accennato, grazie alla presenza di un certo grado di compensazione.
- **conduzione in regime di *variable range hopping* (VRH).** È il meccanismo preponderante a temperature più basse che nel caso precedente. Gli elettroni, potendo interagire con fononi di energia media inferiore, saltano da un sito ad un altro non necessariamente vicino nello spazio, ma vicino in energia, ancora per tunneling quanto-meccanico.

Il grado di compensazione gioca, in questa situazione, un ruolo fondamentale, perché determina la densità degli stati in prossimità dell'energia di Fermi del semiconduttore. La

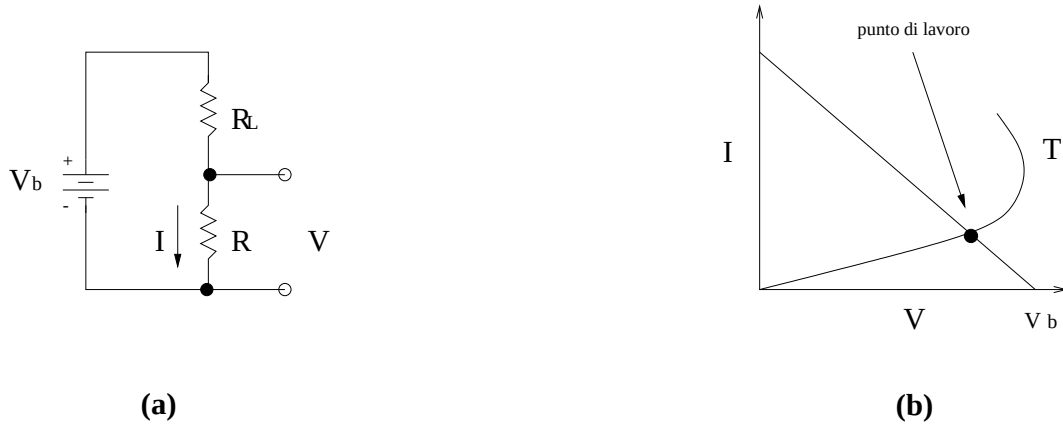


Figura 2.7: Schema elettrico del circuito di polarizzazione (a) e curva di carico tipica (b)

presenza di impurezze minoritarie (ovviamente tutte ionizzate a bassa temperatura, perciò negative, nel caso che stiamo considerando), accentua l'effetto della repulsione coulombiana tra elettroni posti su due siti donori diversi, contribuendo alla formazione di un *gap* nella densità degli stati elettronici vicino all'energia di Fermi, cioè ostacolando il salto tra i diversi siti.

$$\rho = \rho_0 e^{\left(\frac{T_0}{T}\right)^\gamma} \quad (2.13)$$

dove ρ_0 , T_0 e γ dipendono dal drogaggio; γ può avere tre differenti valori, e cioè 1, 1/2 ed 1/4, ai quali corrispondono tre differenti meccanismi di conduzione. Alle tipiche temperature di lavoro di un bolometro, la determinazione dei parametri ρ_0 e $\epsilon(T)$ della (2.12) porta, per basso grado di compensazione e quindi in assenza di gap coulombiano, ad una dipendenza della resistenza dalla temperatura del tipo *alla Mott*:

$$\rho(T) = \rho_0 \exp\left(\frac{T_0}{T}\right)^{\frac{1}{4}} \quad (2.14)$$

Per gradi di compensazione maggiori, si ha invece un regime di *VRH con gap di Coulomb*, per il quale vale la seguente relazione:

$$\rho(T) = \rho_0 \exp\left(\frac{T_0}{T}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.15)$$

Data la forte dipendenza dei meccanismi di conduzione dalla densità di drogante i termistori vanno prodotti in maniera accurata. Una delle tecniche che ha dato migliori risultati è la produzione di semiconduttori NTD (*Nuclear Transmutation Doping*) cui si farà accenno in seguito, mediante la quale i droganti vengono creati all'interno di un semiconduttore puro mediante un fascio accuratamente calibrato di neutroni termici.

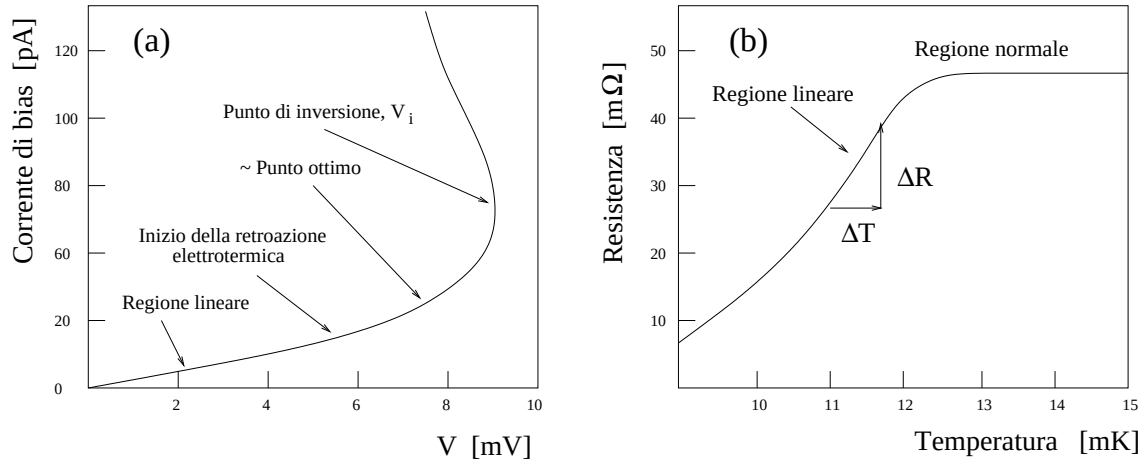


Figura 2.8: *Caratteristiche elettriche tipiche di sensori termici. (a) Curva di carico di un termistore semiconduttore. (b) Transizione superconduttiva di un termometro a film di W, funzionante in modo lineare, con una corrente di bias di $15 \mu A$, che mostra un incremento in resistenza ΔR causato da un incremento di temperatura ΔT .*

2.4.2 Modalità di funzionamento

Per far operare un termistore come sensore di temperatura, è necessario far fluire al suo interno una debole corrente I (corrente di bias). Ciò è ottenuto polarizzando il termistore R in serie ad una resistenza di carico R_L tramite un generatore di tensione costante V_b . In questo modo ai suoi estremi appare una tensione $V = RI$ (Vedi fig.2.7). Il bagno termico, a cui sono connessi l'assorbitore ed il termistore (Vedi fig.2.4), si trova ad una temperatura T_o . In condizioni statiche, l'assorbitore, riscaldato dalla potenza P dissipata dal sensore, si trova ad una temperatura T_b definita da :

$$T_b = T_o + \frac{P}{G} \quad (2.16)$$

dove la conduttanza G è data da G_{AB} .

Questo innalzamento di temperatura, dovuto alla potenza dissipata dal termistore, retroagisce sul termistore stesso, finchè si raggiunge una condizione di equilibrio. Tale fenomeno fa deviare la curva caratteristica ($V - I$) dalla linearità, come si vede in fig. 2.7. Questo particolare comportamento dei bolometri è noto come “feedback elettrotermico”. La temperatura T , alla quale il termistore si stabilizza, è determinata dalla potenza dissipata in esso e dalla conduttanza termica G che lo lega al bagno termico.

L'andamento della curva $I(V)$ porta inoltre ad una non linearità della risposta del rivelatore ad impulsi incidenti di diverse energie; è necessario perciò correggere a posteriori gli spettri ottenuti per ottenere l'esatta calibrazione energetica.

In Fig. 2.8(a) e 2.7(b) viene mostrata una tipica curva $V - I$ per un termistore a semiconduttore. Quando il termistore funziona come sensore termico, una corrente continua I fluisce attraverso esso e, in condizioni stabili, i suoi parametri elettrici e termici

sono descritti da un punto sulla curva di carico, determinato dal valore della corrente. Esso è determinabile infatti dall'intersezione, nel piano (V, I) , fra la retta di equazione $V = V_b - IR_L$ e la curva di carico $I = I(V)$, come rappresentato in fig. 2.7 (b). Tale punto è normalmente chiamato “punto di lavoro” e quando è scelto in modo che l'altezza del segnale (il cui valore è determinato dalla eq. 2.17) o il rapporto segnale/rumore siano massimizzati, è chiamato “punto ottimo”. Tale ottimizzazione dipende dalle caratteristiche dell'assorbitore e dalla figura di rumore del singolo rivelatore.

Le sorgenti di rumore sono date dal rumore termico del termistore stesso, in quanto resistenza, e dal rumore fononico, dovuto alla propagazione casuale dei fononi tra il bagno termico ed il rivelatore [51]. Quando il termistore è polarizzato al punto ottimo, ed è applicata la tecnica del Filtro Ottimo [52] al segnale, il rumore del preamplificatore può essere minimizzato, se la resistenza del termistore è approssimativamente uguale al rapporto tra la tensione di rumore e la corrente di rumore del preamplificatore [49]. Come sempre avviene per sistemi ad alta impedenza a basse temperature, esistono anche sorgenti di rumore microfonico, che possono causare una non stazionarietà del rumore complessivo [53] [54].

Il segnale elettrico, dato dal termistore, quando subisce una variazione di temperatura $|\Delta T|$, si può esprimere come una variazione $|\Delta V|$ della tensione ed è legata a $|\Delta T|$ dalla formula:

$$|\Delta V| = V \cdot A \cdot \frac{|\Delta T|}{T} \quad (2.17)$$

dove A è la sensibilità del termistore. Al fine di aumentare l'altezza del segnale, si può lavorare in un punto di lavoro con un V alto; ma, come si capisce da Fig. 2.8(a), la tensione non può essere aumentata indefinitamente in quanto il punto di “inversione” V_i sulla curva di carico rappresenta la tensione massima che può essere applicata; normalmente, il segnale più alto non è in corrispondenza di V_i , dato che l'incremento di V produce anche un incremento di temperatura, che porta ad una riduzione della sensibilità A e del rapporto $|\Delta T/T|$, che va come T^{-4} per un cristallo diamagnetico. Per ciascun rivelatore è perciò necessario determinare sperimentalmente il punto ottimo.

Capitolo 3

I rivelatori degli esperimenti MiBeta e Cuoricino

Introduzione

In questo capitolo verranno delineate le caratteristiche specifiche dei bolometri realizzati dai gruppi di Milano, Como e dei Laboratori Nazionali del Gran Sasso per l'esperimento MiBeta che ricerca il $\text{DDB0}\nu$ nel Tellurio. Si accennerà inoltre alle caratteristiche dell'apparato sperimentale che rende possibile il funzionamento di tali bolometri.

I rivelatori sono bolometri costituiti da un cristallo assorbitore di ossido di tellurio (TeO_2) a cui è attaccato un termistore semiconduttore di Ge. Questi sono rivelatori calorimetrici, in cui cioè campione e rivelatore coincidono; il campione del quale si vuole studiare il decadimento è infatti costituito dall'isotopo 130 del Tellurio (abbondanza isotopica 33.8%).

Il bagno termico è invece costituito dalla Mixing Chamber di un criostato a diluizione, alla quale i cristalli sono ancorati tramite un "holder" di rame. La conduttanza termica tra assorbitore e bagno è realizzata tramite supporti di teflon che reggono effettivamente il cristallo.

Si cercherà infine di fornire gli strumenti (modello termico e caratterizzazione dei bolometri) per poter valutare il comportamento ed eventualmente modificare un rivelatore.

3.1 I cristalli di TeO_2

I cristalli utilizzati nell'esperimento MiBeta hanno dimensioni $3 \times 3 \times 6 \text{ cm}^3$ (340 g) mentre i bolometri sviluppati per l'esperimento Cuoricino hanno dimensioni $5 \times 5 \times 5 \text{ cm}^3$ (760 g). L'ossido di tellurio è un materiale dielettrico e diamagnetico e la sua capacità termica a bassa temperatura è ben descritta dalla legge di Debye, con una temperatura $\Theta_D = 265 \pm 10 \text{ K}$. Recenti misure effettuate a Firenze [55] sembrano fornire per tale parametro un valore un po' più basso, $\Theta_D = 232 \pm 7 \text{ K}$. La capacità termica che si ricava dalla legge di Debye nella sua forma (2.5) risulta, con quest'ultimo valore di Θ_D e per una temperatura

$T = 10$ mK, $C \approx 3.3 \cdot 10^{-10}$ J per un cristallo da 340 g e $C \approx 7.4 \cdot 10^{-10}$ J per un cristallo di 760 g.

I cristalli vengono prodotti presso uno stabilimento cinese, lo Shanghai Institute of Ceramics, a partire da polveri ottenute immergendo tellurio puro in una soluzione di acido nitrico e cloridrico. La reazione fa precipitare il composto di TeO_2 , che viene poi separato dalla soluzione per evaporazione di quest'ultima. Mettendo la polvere così ricavata in un crogiuolo a circa 1000 °C, insieme ad un grosso pezzo di cristallo che serve da *seme*, si fa crescere il cristallo. La fase successiva della lavorazione consiste nel taglio del cristallo grezzo per portarlo a dimensioni vicine a quelle finali, mediante una sega al diamante. Durante il taglio, il cristallo è fissato ad un supporto con una particolare resina, che viene poi rimossa con alcool etilico. L'ultimo processo è quello di finitura superficiale delle sei facce, che si attua in due momenti successivi: il cristallo è trattenuto con una resina, diversa dalla precedente, e lappato su ogni faccia, dapprima con polveri di Al_2O_3 di diametro decrescente fino alla granulometria finale di 10 μm , poi con polvere più fine, di CeO_2 (granulometria inferiore a 1 μm).

Ogni fase della produzione richiede l'impiego di materiali estremamente puri dal punto di vista della radioattività. In realtà alcune misure effettuate a Milano, hanno rivelato una contaminazione in U e Th in alcune delle sostanze utilizzate, in particolare nella polvere di ossido di cerio per la lappatura fine. Ciò ha spinto il gruppo a mettere a punto procedure diverse per la finitura dei cristalli, di cui parleremo nel prossimo capitolo.

3.2 I termistori di Ge

I sensori, utilizzati dall'esperimento del gruppo di Milano, sono costituiti da termistori di Ge. Sfruttando la dipendenza della resistenza dei termistori drogati dalla temperatura, si può convertire un segnale termico in segnale elettrico, e precisamente una variazione di temperatura in variazione di tensione.

3.2.1 Semiconduttori drogati

Abbiamo visto nel capitolo precedente che in un semiconduttore drogato portato a temperature inferiori al grado Kelvin, come sono le temperature di lavoro dei bolometri, l'energia dei fononi termici, data da $k_B T$, non è più sufficiente per liberare i portatori dai rispettivi livelli d'impurezza, per cui il semiconduttore si comporta come isolante.

Se però la concentrazione di drogante è al di sopra di un certo valore critico (dell'ordine di $10^{15} - 10^{16}$ at/cm³ per il Ge, e dell'ordine di 10^{18} at/cm³ per il Si) il comportamento dei semiconduttori cambia drasticamente. Infatti la conducibilità assume un andamento "metallico" nel senso che assume valori finiti e abbastanza alti anche a temperature vicine agli zero gradi Kelvin. In questo caso si dice che il semiconduttore è stato drogato in prossimità della transizione metallo-isolante.

In questa situazione la conduzione non è più di tipo estrinseco, poiché l'energia dei fononi termici non è più sufficiente a far superare ai portatori il gap energetico; essi si

trovano, quindi, legati al cristallo in orbitali stabili, situati nella prima banda di Hubbard. Si verifica, però, una sovrapposizione delle funzioni d'onda che descrivono i portatori stessi e, tramite l'applicazione di un campo elettrico e l'assorbimento di un fonone termico, le cariche possono saltare da un sito libero di impurezza ad un altro, per effetto tunnel.

La resistività "hopping", espressa in funzione della temperatura e del regime di conduzione, ha la seguente espressione:

$$\rho(T) = \rho_0 \exp \left(\frac{T_0}{T} \right)^\gamma \quad (3.1)$$

dove $\gamma = 1/4$ se il regime di conduzione è hopping, $\gamma = 1/2$ se il regime di conduzione è di "Variable Range Hopping" (Vedi par. 2.4.1).

Il flusso di fononi determina una variazione di conducibilità elettrica del sensore; questa può essere tradotta in un segnale di tensione se il termistore viene polarizzato opportunamente. La resistenza del termistore è determinata dalla resistività ρ , dalla geometria del sensore, e dai contatti elettrici. Se si rivelano fononi termici (e questo è il caso per i rivelatori utilizzati in MiBeta) si ha una variazione della temperatura del bolometro a cui corrisponde una variazione di resistenza del termistore, che rende possibile l'utilizzo del termistore come termometro.

La resistenza ha le seguente espressione [56]:

$$R(T) = \rho(T) \frac{l}{s} = \frac{\rho_0 l}{s} \exp \left(\frac{T_0}{T} \right)^\gamma = R_0 \exp \left(\frac{T_0}{T} \right)^\gamma \quad (3.2)$$

dove $R_0 = \frac{\rho_0 l}{s}$ e l e s sono rispettivamente la distanza tra i contatti e la sezione del termistore;

$$A(T) = \left| \frac{d \ln R}{d \ln T} \right| = \gamma \left(\frac{T_0}{T} \right)^\gamma \quad (3.3)$$

è invece l'espressione assunta dalla sensitività tenendo conto della 3.2.

Ora è necessario aggiungere alcune considerazioni sulla validità dei risultati riportati. Essi infatti descrivono bene la situazione in cui il campo elettrico applicato al termistore è relativamente debole e l'energia che esso è capace di cedere ad un'elettrone che compia un salto da un sito a un altro è piccola rispetto all'energia di attivazione $\epsilon(T)$. Quando si aumenta la tensione di polarizzazione del sensore, per poter ottenere segnali più alti, la resistività del sensore viene alterata; in particolare essa cala poiché il campo favorisce e orienta il meccanismo di *hopping* degli elettroni. Tale dipendenza della resistenza dall'intensità del campo è evidentemente un effetto *non ohmico* ed è indesiderata, soprattutto perché causa una riduzione della sensibilità del sensore, cioè una riduzione della pendenza della curva $R(T)$. Le previsioni della teoria della conduzione *hopping* forniscono un fattore correttivo da applicare alle relazioni sopra scritte; in particolare la (2.15), si modifica per tener conto dell'effetto di campo descritto, nel seguente modo:

$$\rho(T) = \rho_0 \exp \left(\frac{T_0}{T} \right)^{\frac{1}{2}} \exp \left(-C \frac{eEl}{k_B T} \right) \quad (3.4)$$

ove C è una costante dell'ordine dell'unità e l è la distanza di *hopping* media.

Questa correzione, che introduce l'*effetto di campo*, si rivela però insufficiente, in particolare alle basse temperature [?]. È stato perciò introdotto anche il cosiddetto *Hot-Electron Model* nel quale si considera l'esistenza, da un punto di vista fenomenologico, di una conduttanza termica finita tra gli elettroni e i fononi del cristallo semiconduttore: tale conduttanza non sarebbe altro che la manifestazione del disaccoppiamento elettrone-fonone dovuto al "congelamento", cioè alla riduzione progressiva, degli stati finali a disposizione degli elettroni e dei fononi. La conduttanza elettrone-fonone, risulta proporzionale al volume del sensore ed è esprimibile nella forma:

$$G_{ef}(T) \equiv \frac{dP}{dT} = \alpha g_{ef} T^{\alpha-1} \quad (3.5)$$

In base alla (3.5), quando una potenza elettrica viene dissipata sugli elettroni, questi si portano ad una temperatura T_e superiore alla temperatura T_f dei fononi, secondo la relazione che si ottiene integrando la (3.5) tra T_f e T_e :

$$T_e = \left(T_f^\alpha + \frac{P_e}{g_{ef}} \right)^{\frac{1}{\alpha}} \quad (3.6)$$

Il modello *hot-electron* assume che nella formula della conduzione in regime VRH la temperatura da considerare sia quella degli elettroni, cosicchè la resistenza calcolata risulti effettivamente più bassa (e anche la pendenza della curva $R(T_e)$) di quella che corrisponderebbe alla temperatura del reticolo $T_f < T_e$. Nella modellizzazione del nostro rivelatore impiegheremo il modello *hot-electron* perché descrive piuttosto bene i dati sperimentali.

Queste considerazioni risulteranno importanti per realizzare un modello termico realistico per i rivelatori.

3.2.2 Drogaggio per Trasmutazione Nucleare NTD

Per drogare i semiconduttori si possono utilizzare diverse tecniche. Si può diffondere il drogante all'interno del cristallo semiconduttore, oppure crescere direttamente il cristallo in un'atmosfera satura dell'elemento drogante [57]. Un'altra tecnica, molto utilizzata nelle industrie che producono componenti elettronici, è quella di impiantare il drogante all'interno del rivelatore: in tal modo è possibile controllare la profondità dell'impianto con grande precisione, grazie al controllo del campo che accelera gli ioni da impiantare.

Una tecnica, che si è rivelata molto interessante per la sua elevata riproducibilità e uniformità, è la tecnica della Trasmutazione Nucleare (Neutron Transmutation Doping, NTD) [58]. Essa consiste nel produrre atomi droganti all'interno del reticolo del semiconduttore, mediante trasmutazioni nucleari, a seguito di irraggiamento del cristallo con un fascio di neutroni. Il cristallo viene bombardato, per un breve periodo, con i neutroni termici, prodotti da un reattore nucleare. Si ottengono, in questo modo, drogaggi tipo p con compensazione n (per cristalli di Ge) e drogaggi n non compensati (per cristalli di Si).

Il Ge naturale è composto da cinque isotopi stabili (^{70}Ge , ^{72}Ge , ^{73}Ge , ^{74}Ge , ^{76}Ge), che hanno sezioni d'urto di cattura per i neutroni termici sufficientemente alte. Gli isotopi

Reazione di attivazione	a.i. (%)	Sez. d'urto (barn)	Decadimento del figlio	$\tau_{1/2}$ del figlio	Tipo di drogaggio
$^{70}\text{Ge}(n,\gamma)^{71}\text{Ge}$	20.5	3.25	$^{71}\text{Ge} + e^- \rightarrow \nu_e + ^{71}\text{Ga}$	11.4 g	p
$^{74}\text{Ge}(n,\gamma)^{75}\text{Ge}$	36.5	0.52	$^{75}\text{Ge} \rightarrow ^{75}\text{As} + e^- + \bar{\nu}_e$	1.38 h	n
$^{75}\text{Ge}(n,\gamma)^{76}\text{Ge}$	7.6	0.16	$^{76}\text{Ge} \rightarrow ^{77}\text{As} + e^- + \bar{\nu}_e$ $^{77}\text{As} \rightarrow ^{77}\text{Se} + e^- + \bar{\nu}_e$	11.13 h 38.8 h	n

Tabella 3.1: Reazioni di attivazione del germanio che danno luogo ad atomi drogati.

^{72}Ge e ^{73}Ge , tramite reazioni di cattura neutronica con contemporanea emissione gamma (reazioni (n,γ)), producono gli isotopi stabili ^{73}Ge e ^{74}Ge ; al contrario, le reazioni (n,γ) su ^{74}Ge e ^{70}Ge producono isotopi instabili del Ge, che decadono beta o per cattura elettronica, producendo agenti droganti.

In Tab. 3.1 sono riportate l'abbondanza isotopica e le reazioni di cattura neutronica, con relativa sezione d'urto, per tre isotopi di Ge e inoltre i decadimenti radioattivi degli isotopi figli, con il relativo tempo di dimezzamento ed il tipo di drogaggio prodotto.

Da quanto detto si può quindi capire che, mediante l'esposizione a neutroni termici, il Ge è sia drogato che compensato. Il rapporto di compensazione è determinato dai valori dell'abbondanza isotopica e della sezione d'urto per cattura neutronica dei tre isotopi che creano gli atomi droganti. Poiché la sezione d'urto dipende dall'energia dei neutroni incidenti, il fattore di compensazione varia al variare del reattore in cui è effettuato il bombardamento. Valori di compensazione tipici vanno da 0.23 a 0.41. La concentrazione effettiva di drogante $N_A - N_D$ può essere cambiata a piacere, esponendo il cristallo ad una fluena di neutroni più o meno elevata. Mediamente essa è di $7 \cdot 10^{16}$ at/cm³.

Il processo di NTD ha due caratteristiche che lo rendono superiore ad altre tecniche di drogaggio: l'uniformità della distribuzione di agenti droganti nel cristallo e l'elevata riproducibilità del drogaggio stesso.

Il Ge, utilizzato per la fabbricazione di termistori NTD, deve avere un alto livello di purezza, sia per evitare che impurezze "non controllate" possano fungere da drogante, sia perchè eventuali reazioni di cattura neutronica sugli atomi di impurezza potrebbero produrre radionuclidi a vita lunga.

Subito dopo l'irraggiamento i cristalli di Ge sono molto radioattivi, a causa dell'attivazione dei tre isotopi, che producono nuclei instabili. In poco tempo, però, la radioattività scende considerevolmente sotto i livelli di radioprotezione (Cfr. $\tau_{1/2}$ in Tab. 3.1). Dopo alcuni mesi, la radioattività residua è dovuta esclusivamente a processi di attivazione del Ge, molto più rari di quelli di tipo (n,γ) o ad attivazione di atomi di impurezze, contenuti nel reticolo del cristallo. Questa radioattività è estremamente bassa e può essere misurata solo utilizzando rivelatori adatti alla ricerca di contaminazioni radioattive molto ridotte.

Il metodo NTD crea notevoli danni alla struttura cristallina del semiconduttore, principalmente a causa della presenza dei neutroni veloci, che sempre accompagnano i neutroni

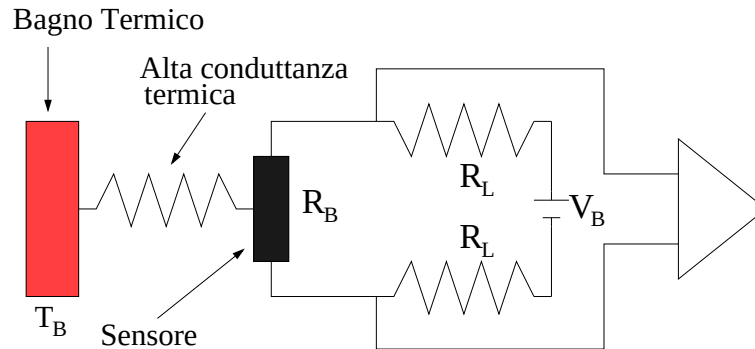


Figura 3.1: Configurazione schematica utilizzata per la caratterizzazione dei termistori NTD.

lenti del reattore, e che non prendono parte al processo di trasmutazione nucleare. Per rimuovere i danni da irraggiamento, il Ge NTD subisce un “annealing” di un’ora a 400 K (il reticolo scaldato si “riordina”).

Successivamente i cristalli irraggiati sono tagliati in forme opportune, con dimensioni scelte in funzione della resistenza e delle conduttanze che si desidera ottenere. Quindi vengono lucidati e su di essi vengono impiantati i contatti elettrici.

3.2.3 Caratterizzazione dei termistori e curva di carico

I sensori utilizzati dal gruppo di Milano sono preparati dal Prof. E. Haller del Department of Materials Science and Mineral Engineering del Lawrence Berkeley Laboratory (Università della California). Il Germanio è costituito da una cialda circolare del diametro ~ 5 cm e di spessore 3 mm. Sulle facce opposte della cialda è presente il contatto ohmico realizzato creando uno strato degenere superficiale (ottenuto drogando per impiantazione con Boro) ed effettuando uno sputtering, prima di palladio e poi di oro.

La cialda viene tagliata per mezzo di una sega a filo di tungsteno al fine di avere dei termistori della dimensione desiderata.

I sensori, utilizzati dall’esperimento MiBeta, sono tagliati in modo da avere una sezione di circa $1.5 \times 0.4 \text{ mm}^3$ ed una distanza tra i contatti di circa 3 mm: queste dimensioni consentono di avere una capacità termica sufficientemente ridotta ed una resistenza adatta per il rivelatore (considerazioni sui termistori per Cuoricino verranno fatte nel Cap. 5).

Una volta tagliati, i termistori vengono lucidati. La lucidatura viene eseguita utilizzando delle polveri di allumina, mischiate con glicerina. Le dimensioni dell’allumina, usata in sequenza, sono 1, 0.3 e $0.05 \mu\text{m}$. Alla fine viene eseguito un breve attacco acido in bagno di ultrasuoni per eliminare i residui della lucidatura. Terminata la lucidatura, viene realizzato il contatto ohmico sulle facce dorate del termistore tramite fili d’oro del diametro di $50 \mu\text{m}$ saldati alla superficie mediante la tecnica del ball-bonding.

Per caratterizzare i termistori è necessario determinare i parametri R_0 e T_0 . La misura della caratteristica $R(T)$ di ogni termistore è effettuata ancorando il sensore ad un bagno

termico a temperatura T_b variabile, e misurando la sua resistenza per differenti valori di T_b ; tale ancoraggio termico deve essere il più grande possibile, e viene effettuato tramite colle, solitamente VARNISH, una colla speciale ad alta conducibilità termica realizzata dall'General Electric. La resistenza deve essere misurata con dispositivi che garantiscano di non riscaldare il termistore, in quanto nella costruzione della curva $R(T)$ si assume che il sensore abbia la stessa temperatura del bagno termico. Questa richiesta porta a forti restrizioni circa gli strumenti da utilizzarsi, soprattutto quando si effettua la misura su sensori che hanno elevata resistività. La maggior parte degli strumenti, comunemente a disposizione, non è in grado di soddisfare questa richiesta, e scarica potenza sul termistore.

Le misure $R(T)$ sono state realizzate utilizzando, come bagno termico a temperatura variabile, un refrigeratore a diluizione $^3\text{He}/^4\text{He}$. Per ogni valore della temperatura T_b del bagno termico, si effettua una curva di carico $I(V)$.

Per compiere questa misura si possono sfruttare vari metodi. Alcune tecniche prevedono l'utilizzo di ponti a resistenze a bassissima dissipazione con eccitazioni in tensione alternata; altri metodi si basano sulla polarizzazione del sensore con una tensione continua. Si è sperimentalmente osservato che le misure in continua, rispetto a quelle in alternata, garantiscono una migliore immunità ai possibili errori, dovuti alla presenza di induttanze e capacità parassite sulla linea di collegamento tra lo strumento ed il sensore. Il problema della dissipazione di potenza sul sensore può essere ridotto utilizzando particolari accorgimenti.

La configurazione attuale, con cui viene realizzata la misura di $R(T)$ (o, equivalentemente, la curva di carico $I(V)$), è mostrata in fig.3.1. Il sensore è polarizzato tramite un alimentatore a corrente continua e due resistenze di carico, scelte con valore molto superiore a quella del bolometro, per non avere perdita di segnale su di esse; la tensione ai suoi capi è misurata con un amplificatore. La presenza di due resistenze di carico uguali e di un preamplificatore differenziale consente, come verrà discusso meglio in seguito, di ridurre disturbi comuni come il microfonismo [59]. Fornendo una tensione di polarizzazione costante V_B , fluisce una corrente costante nella resistenza di carico e nel sensore. Il legame che intercorre tra tensione e corrente sarà dato da:

$$V = V_B - IR_L \quad (3.7)$$

che, nel piano (I, V) è l'equazione di una retta (retta di carico) con pendenza $-1/R_L$. L'intersezione di questa retta con la curva di carico del bolometro $I(V)$ fornisce il punto di lavoro. La misura viene ripetuta per diversi valori T_b del bagno termico.

Come si vede dalla fig. 3.2, la relazione $I(V)$ per un bolometro non è lineare; questo è dovuto alla "retroazione elettrotermica" o "feedback elettrotermico", ossia all'effetto per cui, quando si scarica potenza elettrica sul sensore per polarizzarlo, essa lo scalda, provocando una diminuzione della resistenza (Vedi fig. 3.2 (b)) e quindi della tensione misurata ai suoi estremi. All'aumentare della tensione di polarizzazione, quindi, la corrente cresce, ma in modo più che lineare, come si vede in figura.

Dalla curva di carico si deduce inoltre che il bolometro, per un medesimo valore di

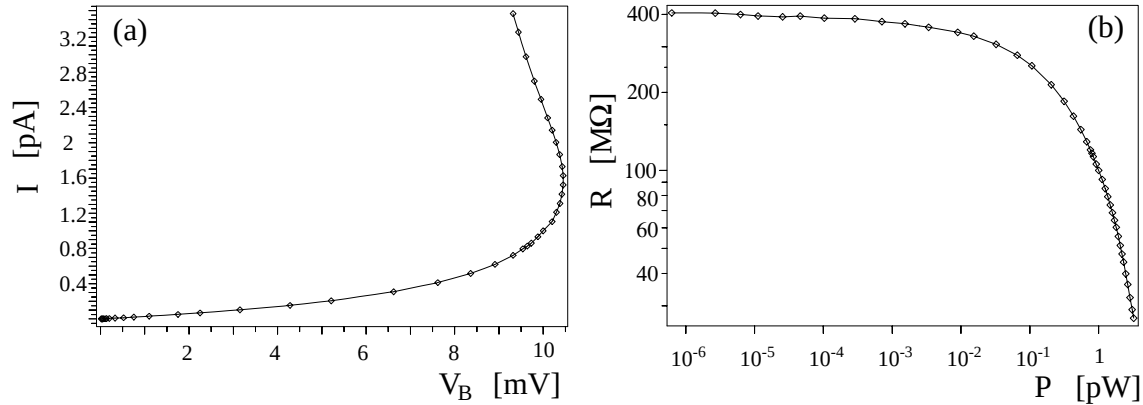


Figura 3.2: Curva di carico per un termistore a 8 mK: (a) curva $I - V$; (b) corrispondente curva $R - P$.

tensione ai suoi estremi, può presentare diversi valori di corrente: la relazione $I(V)$ non è cioè biunivoca.

Normalmente si richiede che il punto di lavoro si trovi nel tratto iniziale, e che non superi la prima inversione; questo perchè in tale tratto si ottiene la condizione di migliore stabilità di funzionamento del sistema.

Una volta ottenuta la curva di carico, è possibile determinare la resistenza $R = V/I$, data, punto per punto, dall'inverso della pendenza della retta congiungente l'origine col punto stesso. Invertendo poi la relazione 3.2 per $R(T)$ è possibile ottenere la temperatura del bolometro. Un'altra importante grandezza che caratterizza il comportamento statico del bolometro nel punto di lavoro è l'inverso della pendenza della curva di carico, che prende il nome di *impedenza dinamica a frequenza zero* ed è indicata con il simbolo Z :

$$Z = \frac{dV}{dI} \quad (3.8)$$

Estrapolando nel punto d'origine la pendenza della curva di carico si può ricavare la resistenza nel caso di potenza dissipata nulla come

$$\frac{1}{R(T)} = \lim_{V \rightarrow 0} \frac{dI}{dV} \quad (3.9)$$

e quindi, invertendo $R = R(T)$ il valore della temperatura di base del bolometro: in questa condizione si assume che il bolometro abbia la stessa temperatura del bagno termico.

La potenza dissipata nel sensore $P = VI$, che permette di determinare il valore di conduttanza G_{SB} esistente tra il sensore ed il bagno termico. Assumendo un semplice modello termico (si veda paragrafo seguente) si può interpolare la curva $P = P(R)$ con la legge del bilancio di potenza:

$$P_j + P_x - \int_{T_B}^{T_e} G(T) dT = P_j + P_x - \frac{g_{e-b}}{\alpha + 1} (T_e^{\alpha+1} - T_B^{\alpha+1}) = 0 \quad (3.10)$$

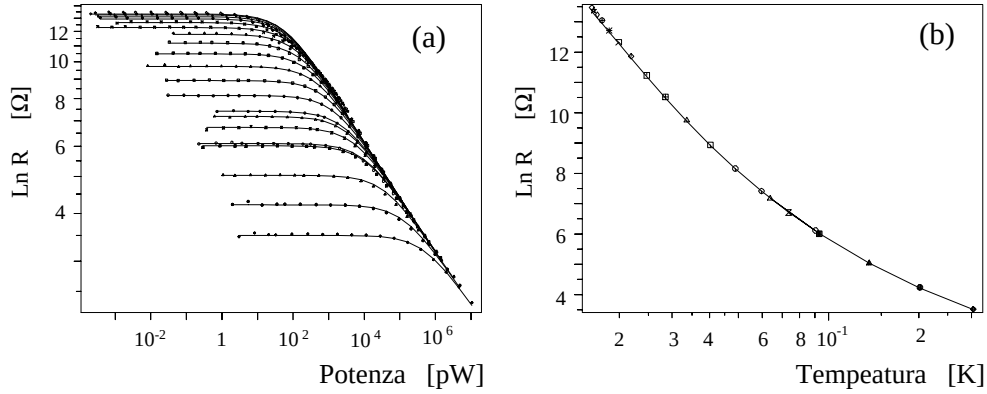


Figura 3.3: (a) Curve resistenza–potenza per un sensore NTD a differenti valori della temperatura di base. (b) Corrispondente curva resistenza–temperatura ottenuta. Si nota l’ottimo accordo con la legge “Variable Range Hopping” ($\gamma = 1/2$).

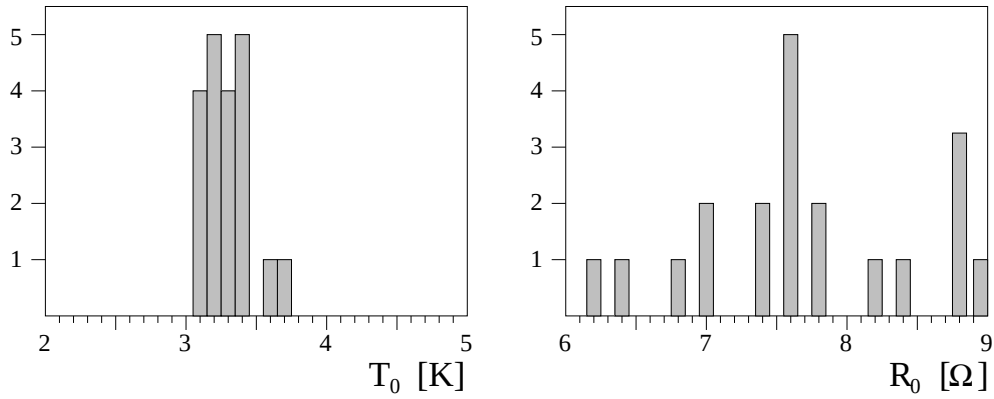


Figura 3.4: Caratteristiche dei 20 sensori utilizzati per l’esperimento MiBeta.

dove P_j rappresenta la potenza Joule dissipata sul sensore; P_x rappresenta una potenza di fondo costante; $G(T) = g_{e-b}T^\alpha$ è la conduttanza termica elettroni–bagno termico; T_e (che contiene i parametri incogniti T_0 ed R_0) è la temperatura degli elettroni del sensore, assunta uguale alla temperatura dei fononi; infine, T_B rappresenta la temperatura del bagno termico. L’esponente α , che teoricamente deve assumere il valore 3 (legge di Kapitza, $G(T) = gT^3$) viene lasciato come parametro libero.

Il fit viene eseguito sulle curve $R - P$ effettuate a diverse temperature di base; la supposizione è che, per ogni temperatura di base, P_x , g_{e-b} e α abbiano il medesimo valore. Il fit è riportato in Fig. 3.3(a); nella Fig.3.3(b) viene invece riportato il grafico $R - T$ ottenuto, che mostra l’ottimo accordo con la legge di “Variable Range Hopping”.

Nella Fig. 3.4 sono mostrati i valori di R_0 e T_0 dei 20 sensori utilizzati per l’esperimento MiBeta.

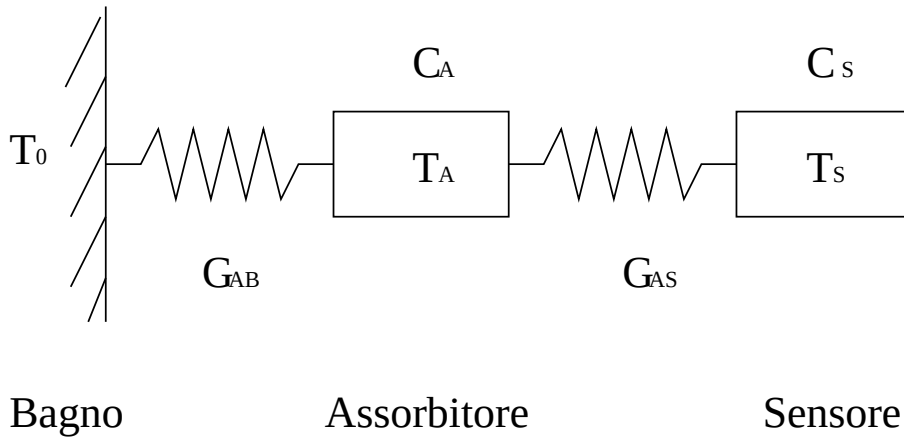


Figura 3.5: *Schema molto semplificato del sistema di rivelazione*

3.3 Modello termico

Quanto detto finora sugli elementi che fanno parte di un rivelatore bolometrico ci permette di costruire un modello termico, costituito da un insieme di *nodi* caratterizzati da una certa capacità e connessi tra loro da *rami* cui è associata una conduttanza nota. Le diverse potenze termiche in ingresso, saranno, come vedremo, applicate ai nodi e si scaricheranno, attraverso le conduttanze, verso il bagno. La determinazione dei parametri termici del modello e l'elaborazione di una teoria corretta del comportamento statico e dinamico del sistema possono servire per prevedere quali prestazioni aspettarsi dal rivelatore e, soprattutto, come guida per eventuali miglioramenti e modifiche.

3.3.1 Modello termico semplificato

Un modello termico molto semplificato per il nostro sistema di rivelazione è rappresentato in fig. 3.5. Esso è costituito da un assorbitore, posto a contatto termico sia col bagno, tramite una conduttanza G_{AB} , sia con un sensore, tramite una conduttanza G_{AS} . Il bagno si trova ad una temperatura costante T_0 , mentre l'assorbitore ed il sensore hanno rispettivamente temperature T_A e T_S . L'energia depositata dalla particella interagente viene trasformata in calore nell'assorbitore stesso; questo viene poi trasferito al sensore attraverso la conduttanza G_{AS} (che, essendo generalmente fatta da colla, non è sicuramente infinita), causandone l'aumento di temperatura; infine, tramite la conduttanza termica G_{AB} , il calore viene scaricato verso il bagno e la temperatura torna al valore iniziale.

Affinchè il segnale termico non sia tagliato, la costante di tempo di trasmissione del calore verso il bagno (τ_{AB}) deve essere molto maggiore di quello di trasmissione verso il sensore (τ_{AS}): in tal modo l'equilibrio termico tra assorbitore e sensore è raggiunto prima del riraffreddamento del rivelatore. Si vedrà in seguito che τ_{AB} e τ_{AS} sono collegati alle conduttanze termiche G_{AS} e G_{AB} .

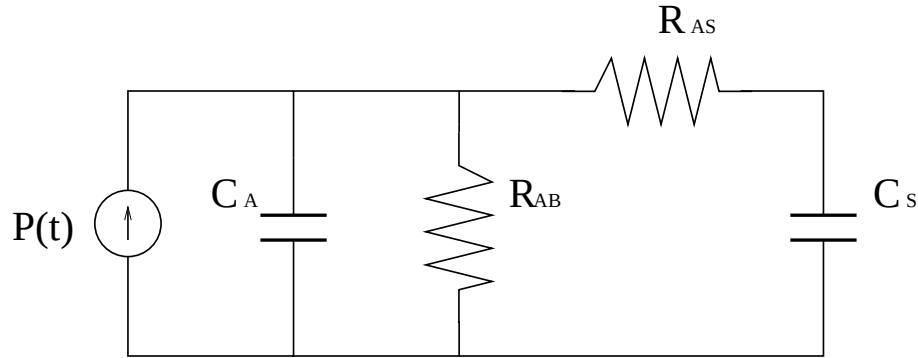


Figura 3.6: Circuito elettrico equivalente del modello termico di fig. 3.5

Per ricavare esplicitamente altezza e forma temporale del segnale di temperatura, consideriamo capacità e conduttanze termiche indipendenti dalla temperatura. Se $P(t)$ è la potenza termica dissipata nell'assorbitore, le equazioni differenziali che descrivono il sistema sono:

$$P(t) = C_A \frac{dT_A}{dt} + G_{AB}(T_A - T_0) + G_{AS}(T_A - T_S) \quad (a) \quad (3.11)$$

$$G_{AS}(T_A - T_S) = C_S \frac{dT_S}{dt} \quad (b)$$

Utilizzando la trasformata di Fourier e tenendo conto che, essendo la temperatura del bagno T_0 costante, $\frac{dT_0}{dt} = 0$, si arriva, nello spazio delle frequenze, al seguente sistema:

$$G_{AS}X(\omega) - (G_{AB} + G_{AS} + j\omega C_A)Y(\omega) = -P(\omega) \quad (a) \quad (3.12)$$

$$(G_{AS} + j\omega C_S)X(\omega) - G_{AS}Y(\omega) = 0 \quad (b)$$

dove $X(\omega)$ è la trasformata di $X(t) = T_S(t) - T_0$, e $Y(\omega)$ di $Y(t) = T_A(t) - T_0$.

Per studiare il comportamento termico del rivelatore, sono stati sviluppati modelli che sfruttano l'analogia tra componenti elettrici e componenti termici [60]. Il sistema riportato in fig.3.5 può essere quindi trattato come un circuito elettrico (ciò consente di utilizzare programmi di simulazione come SPICE). Il modello elettrico relativo al sistema di rivelazione di fig. 3.5 si ottiene facendo le seguenti corrispondenze:

- la temperatura assume il ruolo di potenziale elettrico (la temperatura del bagno termico T_0 diventa il potenziale di riferimento);
- la conduttanza termica assume il ruolo di una conduttanza elettrica ($R_{AB} = 1/G_{AB}$, $R_{AS} = 1/G_{AS}$);
- la capacità termica diventa una capacità elettrica, che va inserita, nel circuito, tra il punto a cui è collegata termicamente ed il punto posto al potenziale di riferimento;
- la potenza termica $P(t)$ è rappresentata da un generatore di corrente, in parallelo alla capacità associata all'assorbitore.

Il circuito elettrico descritto è rappresentato in fig.3.6.

Le impedenze del circuito equivalente sono indipendenti dal tempo, poichè si è ipotizzato che le capacità e le conduttanze termiche siano costanti (“modello per piccoli segnali”); il segnale $P(t)$ ha le dimensioni di una potenza ed il suo integrale, sull’intervallo di tempo in cui si ha rilascio e termalizzazione dell’energia ΔE , depositata dalla particella, è pari a ΔE . Nel dominio delle trasformate questo segnale è rappresentato da una funzione $P(\omega)$. Risolvendo il sistema 3.12 e antitrasformando $X(\omega)$ si ottiene l’andamento della temperatura del sensore nel tempo.

Un altro possibile procedimento per determinare l’andamento della temperatura del sensore nel tempo, è dato dal seguente ragionamento: il sistema di fig. 3.6 è lineare, quindi l’uscita è pari alla convoluzione della risposta impulsiva con l’ingresso; questa, nel dominio delle frequenze, è data da:

$$X(\omega) = F(\omega)P(\omega) \quad (3.13)$$

dove $F(\omega)$ è la trasformata della risposta del circuito, quando in ingresso si ha una delta. Ricavando dal circuito l’espressione per $F(\omega)$, ponendo:

$$\begin{aligned} \alpha + \beta &= \tau_{AS} + \tau_{AB} + R_{AB}C_S \\ \alpha \cdot \beta &= \tau_{AS} \cdot \tau_{AB} \end{aligned} \quad (3.14)$$

dove $\tau_{AS} = C_S R_{AS}$ e $\tau_{AB} = C_A R_{AB}$, e ipotizzando che l’energia rilasciata sia trasformata istantaneamente in calore, ovvero che $P(t) = \Delta E \delta(t)$, e quindi $P(\omega) = \Delta E$, si ottiene il seguente andamento temporale per la temperatura del sensore:

$$T_S(t) = T_0 + \frac{R_{AB} \cdot \Delta E}{\alpha - \beta} \left(e^{-\frac{t}{\alpha}} - e^{-\frac{t}{\beta}} \right) \theta(t) \quad (3.15)$$

con $\theta(t)$ funzione gradino.

Studiando la funzione 3.15 si vede che l’impulso di temperatura parte da zero, raggiunge un massimo e poi decresce in modo esponenziale, determinato dalle due costanti di tempo α e β .

Procedendo in modo analogo, si può determinare l’andamento temporale della temperatura dell’assorbitore:

$$T_A(t) = T_0 + \frac{R_{AB} \cdot \Delta E}{\alpha - \beta} \left[\left(1 - \frac{\tau_{AS}}{\alpha} \right) e^{-\frac{t}{\alpha}} - \left(1 - \frac{\tau_{AS}}{\beta} \right) e^{-\frac{t}{\beta}} \right] \theta(t) \quad (3.16)$$

Studiando la funzione 3.16 si vede che l’impulso di temperatura sale istantaneamente al massimo valore e poi decresce in modo esponenziale, sempre con andamento determinato dalle costanti di tempo α e β .

Confrontando l’andamento temporale degli impulsi di temperatura sul sensore e sull’assorbitore si nota che:

- fissate le conduttanze termiche G_{AB} e G_{AS} , se il rapporto C_A/C_S cresce, l’altezza del segnale sul sensore cresce: la capacità termica del sensore deve quindi essere la più piccola

possibile;

- fissate le capacità termiche C_A e C_S si osserva che, se il rapporto τ_{AB}/τ_{AS} è molto maggiore di 1, i due segnali hanno un'ampiezza che dipende poco da tale rapporto ed i tempi di discesa sono confrontabili tra loro; in questa situazione sensore e assorbitore raggiungono l'equilibrio termico prima che il calore venga trasmesso al bagno e poi si raffreddano con la stessa costante di tempo. Se il rapporto τ_{AB}/τ_{AS} diminuisce al di sotto dell'unità, il tempo di salita del segnale sul sensore aumenta e la sua ampiezza diminuisce apprezzabilmente: in questa situazione il segnale è tagliato in quanto una parte di calore va direttamente verso il bagno.

Il modello trattato è molto approssimativo: non si è presa infatti in considerazione la conduttanza termica che esiste tra sensore e bagno, non si è tenuto conto che capacità e conduttanze dipendono dalla temperatura, e, infine, si è schematizzato il sensore come un elemento passivo del circuito, trascurando la retroazione elettrotermica. Tuttavia alcune considerazioni di carattere generale rimangono valide, come la necessità di lavorare a bassissime temperature, di avere sensori con capacità termiche molto ridotte e di scegliere accuratamente le conduttanze termiche, per garantire il raffreddamento del rivelatore ed al tempo stesso non tagliare il segnale.

Finora si è considerato il caso in cui la deposizione di energia avvenga all'interno dell'assorbitore. Tuttavia, essendo assorbitore e sensore due entità distinte, ha senso chiedersi cosa avviene nel caso in cui venga depositata energia direttamente nel sensore. In tal caso l'impulso che si genera sale istantaneamente e scende in modo esponenziale, ma con tempi caratteristici più brevi rispetto a quelli dell'assorbitore; inoltre la conversione altezza dell'impulso-energia depositata è diversa per il segnale di sensore e di assorbitore. Comunque la differenza tra le costanti di tempo di salita e discesa dei due impulsi consente di discriminare gli eventi.

3.4 Modello termico a due stadi

Se teniamo conto anche della conduttanza esistente tra sensore e bagno, possiamo sviluppare un altro modello termico, definito "modello a due stadi". Esso è rappresentato in Fig. 3.7.

Nell'esperimento MiBeta, G_{AB} è realizzata tramite teflon, G_{AS} viene realizzata tramite colla epossidica a 2 componenti (Araldite) e G_{SB} è data dai fili d'oro che permettono di polarizzare il sensore.

Le temperature di base dei due elementi, in regime stazionario, saranno diverse tra loro e diverse da T_0 , in funzione delle varie potenze dissipate: potenza elettrica sul termistore, vibrazioni meccaniche e flussi di calore dalle connessioni per entrambi. Analizzando la Fig. 3.7 da un punto di vista puramente qualitativo, si intuisce che maggiori sono G_{AB} e G_{SB} , più vicine a T_0 saranno le temperature di lavoro del sensore e nell'assorbitore. Analogamente al caso precedente, si può fare uno studio dinamico del segnale termico, indotto dalla deposizione di una energia ΔE dell'assorbitore.

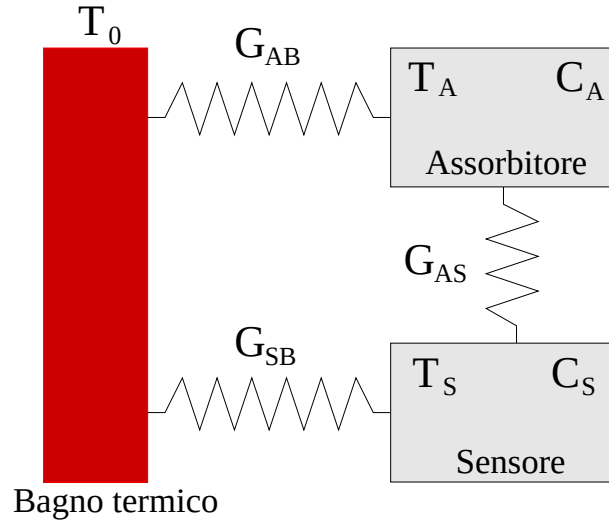


Figura 3.7: *Modello termico a due stadi per un rivelatore bolometrico.*

Facendo l'approssimazione che per $t < 0$ $T_S = T_A$ e supponendo una termalizzazione istantanea dell'energia, si possono scrivere le equazioni di conservazione istantanea dell'energia che, risolte, danno

$$\Delta T_s(t) = \frac{E}{C_A} \left\{ \frac{G_{AS}}{C_S} \frac{\tau_1 \tau_2}{\tau_2 - \tau_1} \left[\exp\left(-\frac{t}{\tau_2}\right) - \exp\left(-\frac{t}{\tau_1}\right) \right] \right\} \quad (3.17)$$

dove τ_1 e τ_2 sono definiti implicitamente dal sistema:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2} &= \frac{G_{SB}}{C_S} + \frac{G_{AS}}{C_S} + \frac{G_{AB}}{C_A} + \frac{G_{AS}}{C_A} \\ \frac{1}{\tau_1} \cdot \frac{1}{\tau_2} &= \frac{G_{AB}G_{SB}}{C_A C_S} + \frac{G_{AB}G_{AS}}{C_A C_S} + \frac{G_{AS}G_{SB}}{C_A C_S} \end{aligned} \quad (3.18)$$

Come nel caso precedente, il massimo della temperatura non è dato da $\Delta E/C$; ciò è sostanzialmente dovuto alla conduttanza finita tra assorbitore e sensore, che introduce un ritardo nella crescita della temperatura di quest'ultimo. Per analogia con questo risultato, si può intuire che, se si ipotizzasse un tempo di termalizzazione non nullo per l'assorbitore, si otterrebbe una risposta descritta da tre costanti di tempo; va però considerato che il tempo necessario per la termalizzazione dell'energia è generalmente dell'ordine delle centinaia di microsecondi; per bolometri massivi risulta quindi più breve dei tempi di salita e discesa dell'impulso determinati sopra, per cui può non influire in modo apprezzabile sulla forma dell'impulso.

3.5 Il disaccoppiamento elettrone-fonone

Quando polarizziamo un termistore con una corrente I , su di esso viene scaricata una potenza $P_e = IV = I^2 R$, che si aggiunge alla potenza di fondo P_f , che, a sua volta, si

scarica su di lui. A causa di queste potenze il sensore si porta ad una temperatura maggiore di quella del bagno termico, a cui è ancorato termicamente attraverso una conduttanza $G(T)$. All'equilibrio, la relazione tra la potenza dissipata sul sensore e la differenza di temperatura sensore-bagno ($T_S - T_B$) è:

$$P = P_e + P_f = \int_{T_B}^{T_S} G(T) dT \quad (3.19)$$

dove, al variare della temperatura del sensore, e quindi della sua resistenza, P_e varia secondo la legge:

$$dP_e = \frac{dP_e}{dR} dR = \frac{(2R_L - R)V_T^2}{(2R_L + R)^3} dR \quad (3.20)$$

mentre la potenza di fondo P_f è indipendente dal segnale, e tiene conto di tutti gli altri fenomeni dissipativi che si hanno sul termistore (ad esempio il microfonismo).

Se la conduttanza termica tra sensore e bagno è dovuta all'esistenza di una superficie di contatto tra i due, la conduttanza termica $G(T)$ può essere descritta con il modello di Kapitza relativo alla trasmissione di calore all'interfaccia tra i due mezzi. Infatti, anche se tra sensore e bagno si ha un terzo mezzo, come potrebbe essere una colla, l'impedenza termica maggiore esistente tra sensore e bagno è quella determinata dall'interfaccia. Secondo il modello di Kapitza, $G(T)$ dipende dal cubo della temperatura: $G(T) = g_k T^3$. In questo caso, la potenza dissipata assume la forma:

$$P = \frac{g}{4} (T^4 - T_b^4) \quad (3.21)$$

In realtà, sperimentalmente non si osserva un andamento di P_J in funzione di $(T - T_b)$ di questo tipo. Se si interpolano i dati sperimentali, a temperature inferiori ai 50 mK, con una legge della forma

$$P_J = \frac{g}{\alpha + 1} (T^{\alpha+1} - T_b^{\alpha+1}) \quad (3.22)$$

si ottengono per α valori sempre superiori a 3.

Questo andamento inaspettato della conduttanza si può interpretare, alle temperature estremamente basse a cui l'effetto è osservato, in termini di disaccoppiamento tra elettroni "hopping" e fononi del sensore (Cfr. 3.2.1). Il disaccoppiamento fa sì che la temperatura degli elettroni si discosti da quella dei fononi per effetto della dissipazione Joule.

In termini di modello termico del termistore, si può immaginare che esista una conduttanza termica finita tra elettroni di "hopping" e fononi: lo schema di Fig.3.7 risulta quindi alterato nel modo rappresentato in Fig.3.8, dove G_{e-ph} è la conduttanza tra elettroni e fononi e G_{ph-b} è la conduttanza tra fononi e bagno termico. T_e e T_{ph} sono rispettivamente la temperatura degli elettroni e quella dei fononi.

Nel caso dei metalli, è nota l'esistenza di un fenomeno di disaccoppiamento elettroni-fononi a bassa temperatura, e valutazioni teoriche portano a concludere che la conduttanza termica G_{e-ph} debba dipendere da T^4 [61]. È quindi coerente assumere che, per i semiconduttori, la funzione $G_{e-ph}(T)$ possa avere la forma $G_{e-ph}(T) = g_{e-ph} T^\beta$ e quindi determinare l'esponente β sperimentalmente.

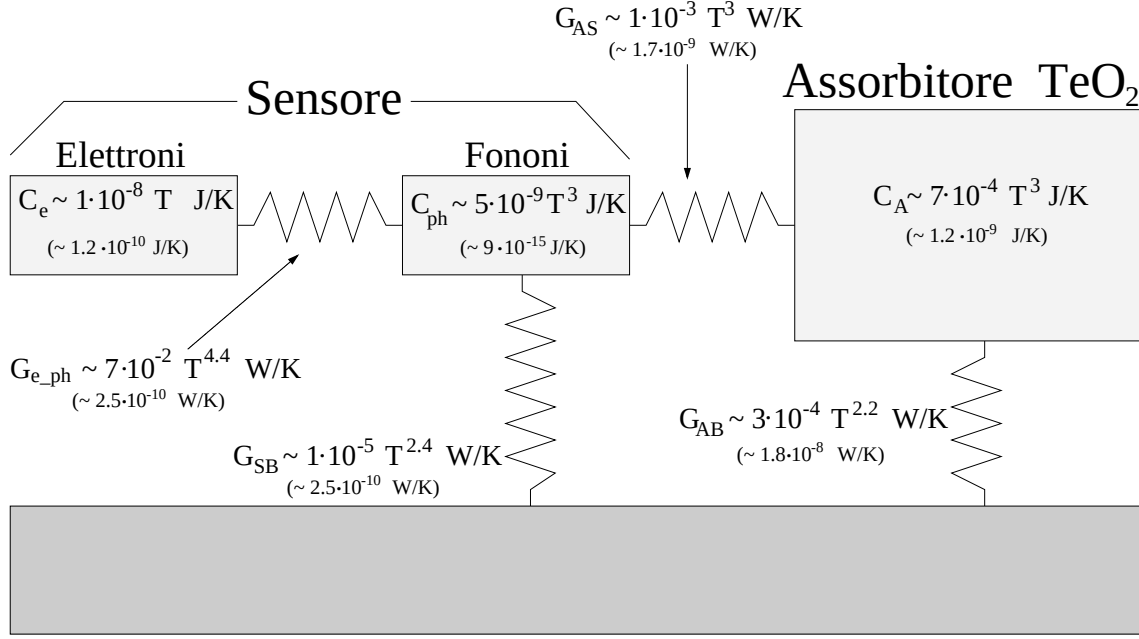


Figura 3.8: *Modello termico a 3 stadi. Sono mostrati gli andamenti delle grandezze in funzione della temperatura e, tra parentesi, i valori calcolati a 12 mK per i rivelatori dell'esperimento MiBeta.*

Per misurare questa conduttanza è stata eseguita una misura ad hoc; si è trovato:

$$G_{e-ph} = 7.3 \cdot 10^{-2} T^{4.4} \text{ W/K} \quad (3.23)$$

Tale valore è stato ottenuto per un termistore di dimensioni $3 \times 1.5 \times 0.4 \text{ mm}^3$; la costante g_{e-ph} risulta proporzionale al volume del termistore.

Quando si valuta la temperatura del sensore, deducendola dalla sua resistenza, si misura la temperatura degli elettroni: non si hanno invece informazioni su quella del reticolo. È perciò difficile ricavare da una curva di carico i valori delle due conduttanze termiche e la loro dipendenza dalla temperatura.

L'interpretazione qui riportata, per il discostamento dell'andamento della conduttanza termica da quello ottenibile col modello di Kapitza, non è l'unica possibile. Un andamento analogo a quello prodotto dal disaccoppiamento elettrone-fonone, potrebbe essere osservato in conseguenza di una dipendenza della resistenza del sensore non solo dalla temperatura, ma anche dal campo elettrico in esso presente, per effetto della tensione di polarizzazione. Per quanto l'esistenza di questo effetto sembri provata, almeno per sensori di Si [62], sembra che esso dia però un contributo trascurabile, nel caso di sensori di Ge, in quanto questo effetto è legato alla quantità totale di cariche attive presenti ed al volume attivo dei sensori.

3.5.1 Il modello termico realistico (a tre stadi)

L'esistenza del disaccoppiamento elettrone-fonone richiede di modificare il modello a due stadi mostrato in figura 3.7 introducendo un ulteriore stadio, come appare da figura 3.8.

In questo caso le equazioni differenziali che descrivono la forma del segnale termico hanno come soluzione una funzione che è la somma di tre esponenziali aventi tre costanti di tempo differenti. Nel caso in cui si trascuri l'effetto della retroazione elettrotermica, le tre costanti di tempo dipendono esclusivamente da capacità e conduttanze termiche in gioco. Se si tiene conto di tale effetto, le tre costanti di tempo dipendono anche dai parametri elettrici del circuito di polarizzazione del sensore. Va inoltre ricordato che i parametri fisici che intervengono (conduttanze e capacità termiche) sono funzioni della temperatura, e dunque una analisi accurata deve trattarle come tali; l'effetto principale che comporta la dipendenza dalla temperatura è una risposta non lineare del rivelatore.

3.6 Conversione da segnale termico a segnale elettrico

Fin ora abbiamo presentato, per differenti modelli, l'espressione che fornisce l'andamento del segnale termico, conseguente alla deposizione di energia, nell'assorbitore, da parte di una particella. Ci si pone ora il problema della traduzione di questo segnale termico in segnale elettrico, cercando di massimizzarne l'altezza.

La struttura del circuito utilizzato per polarizzare il bolometro è sempre quella rappresentata in fig. 3.1. Un alimentatore fornisce una tensione di alimentazione costante V_B che si ripartisce tra le resistenze di carico R_L ed il rivelatore. Dalla fig.3.1 si ottiene facilmente:

$$V_b = \frac{R_b}{(R_b + 2R_L)} V_B \quad (3.24)$$

Per piccole variazioni di resistenza il segnale che si ottiene è:

$$\Delta V_b = \frac{2R_L V_B}{(R_b + 2R_L)^2} \Delta R_b \quad (3.25)$$

e la variazione di R_b è data da:

$$\Delta R_b = -\frac{R_b}{T} A \Delta T \quad (3.26)$$

per cui si ottiene:

$$\Delta V_b = \frac{2R_L V_B}{(R_b + 2R_L)^2} \frac{R_b}{T_b} A \Delta T \quad (3.27)$$

dove A è la sensibilità del sensore e ΔT rappresenta la variazione di temperatura del bolometro che, nell'approssimazione di capacità termica costante (ovvero di $\Delta T/T_b$ piccolo), risulta essere $\Delta T = E/C$. Si può perciò dare un'altra formulazione, considerando l'energia depositata e la potenza elettrica dissipata sul sensore:

$$\Delta V_b = \frac{2R_L V_B}{(R_b + 2R_L)^2} \frac{R_b}{T_b} A \Delta T = \frac{2R_L V_b}{R_b + 2R_L} \frac{A}{T_b} \frac{\Delta E}{C} =$$

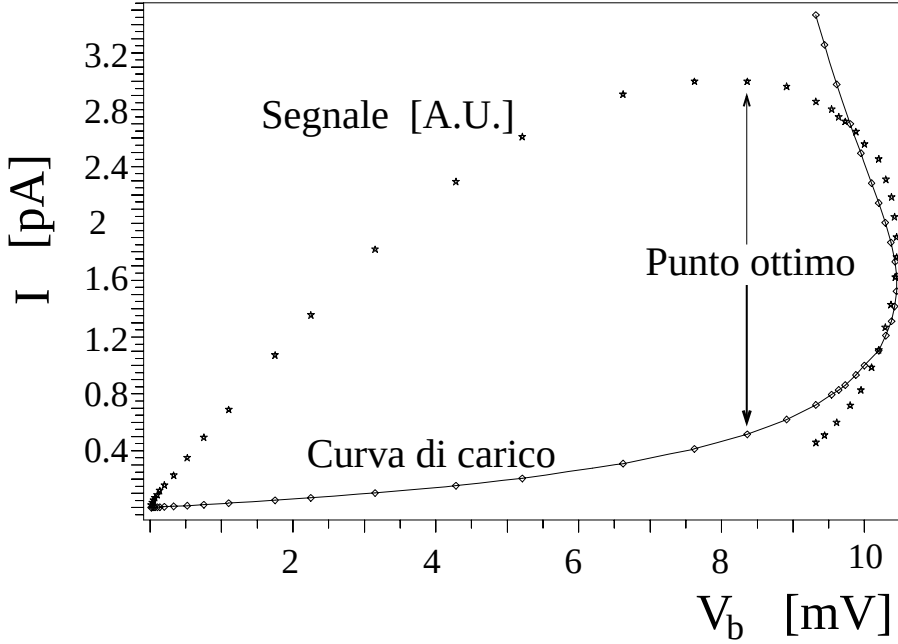


Figura 3.9: Ricerca del punto ottimo di lavoro per un bolometro. La linea continua rappresenta la curva di carico calcolata per diverse tensioni di polarizzazione. Le stelline rappresentano l'altezza del segnale ottenuto mediante una deposizione monocromatica di energia.

$$= \frac{2R_L}{2R_L + R_b} \left\{ \frac{E}{CT_b} A \sqrt{P_e} \sqrt{R_b} \right\} \quad (3.28)$$

3.6.1 Punto Ottimo

Osservando l'espressione 3.28 si possono fare alcune considerazioni: innanzitutto, il fattore moltiplicativo che rappresenta la partizione tra la resistenza di carico ed il bolometro è sempre minore di 1 e tende ad 1 al crescere di R_L , ossia, come già ottenuto nel modello termico approssimato studiato inizialmente, più è elevato il valore della resistenza di carico, e maggiore è l'ampiezza del segnale. Inoltre tenendo conto del termine tra parentesi, si osserva che, l'ampiezza del segnale è tanto maggiore quanto più si hanno un'alta sensibilità per il termistore e una bassa capacità termica del sistema.

Una volta fissati il montaggio e la natura del sensore, l'unico parametro libero è P_e , la cui variazione determina la temperatura di lavoro T_b ed anche la resistenza del bolometro R_b . Dato che l'altezza del segnale va a zero sia per $P \rightarrow 0$ (ovvero per $V_B \rightarrow 0$) che per $P \rightarrow \infty$ (ossia $V_B \rightarrow \infty$), esisterà un valore ottimale che massimizza ΔV . Se invece si supponesse di cambiare il sensore lasciando invariati gli altri parametri, sarebbe desiderabile un aumento della resistenza R_b , nei limiti di $R_b \ll R_L$; tuttavia considerando che anche il rumore del bolometro dipende dalla sua resistenza, tale modifica, come vedremo nel prossimo paragrafo, deve essere verificata con cura.

Grazie alla presenza di un piccolo resistore (heater), incollato sul cristallo, è possibile cedere al cristallo impulsi calibrati in energia, e misurare l'altezza del segnale elettrico associato in funzione della tensione di polarizzazione del sensore. Risulta perciò possibile costruire una curva di risposta del bolometro e trovare il punto ottimo. Una curva di risposta tipica è mostrata in Fig.3.9.

In realtà, è necessario considerare anche il rumore, e quindi risulta più corretto massimizzare il rapporto segnale/rumore, poichè non solo il rumore intrinseco di un bolometro, ma anche quello dovuto all'elettronica di lettura o a sorgenti spurie, dipende dalle caratteristiche del termistore (temperatura e resistenza). È chiaro che la scelta del punto ottimo di lavoro, per essere fatta in modo coerente, dovrebbe essere realizzata misurando, per ogni punto della curva di carico, tanto l'altezza del segnale, quanto il rumore ad esso sovrapposto.

3.7 Caratterizzazione di un bolometro

Per sviluppare i rivelatori è necessario poter confrontare differenti setup dell'insieme bolometro-holder. Questo in definitiva significa poter confrontare diversi rivelatori. Questo non è un problema banale come potrebbe sembrare ad una prima analisi. Infatti il criterio intuitivo che consiste nel confrontare le rispettive ampiezze di impulso (ottime) a parità di energia depositata va considerato con attenzione. In generale termistori con sensibilità e resistenza più alte, danno impulsi più alti, ma questo non implica necessariamente migliori prestazioni, dal momento che resistenze più alte sono responsabili di una più alta sensibilità al rumore spurio (microfonismo, cross talk e rumore di natura termica del criostato, che eccitano la parte a più basse frequenze dello spettro di rumore, 1 – 5 Hz). Anche far lavorare un rivelatore a una minore temperatura del bagno termico genera come conseguenza impulsi più alti, ma al prezzo di una resistenza maggiore e ancora di rumore spurio.

Per questo è stato sviluppato il seguente modo di fornire un valore di merito ad un rivelatore. Si fissa la temperatura del bagno termico tipicamente tra 6 e 13 mK. Si misura a questa temperatura una curva di carico e, per mezzo di impulsi di heater o di particella, si individua il punto ottimo. Si determina quindi una coppia di punti (Resistenza del Termistore R , Ampiezza del Segnale V , espressa in $\mu\text{V}/\text{MeV}$) corrispondente all'impulso di ampiezza massima per quella temperatura. Questa operazione è ripetuta per vari valori della temperatura del bagno. Se tutti i punti R - V così ottenuti vengono rappresentati su un grafico con R in ascissa e V in ordinata, si ottiene la curva caratteristica del rivelatore, che è in buona approssimazione una linea retta in un grafico bilogarithmico (queste curve vengono abitualmente chiamate "Curve di Pirro"). L'esperienza mostra che un rivelatore ha un comportamento molto uniforme in termini di rapporto S/N lungo una curva di Pirro; non c'è una grande differenza, per esempio nel lavorare a 8 mK o a 12 mK: quello che si perde in ampiezza lo si guadagna in rumore spurio e vice versa. Di solito si cerca

comunque di evitare gli estremi della curva che porterebbero rispettivamente a rumore troppo alto o ad ampiezze troppo piccole.

Ora è evidente che un modo più significativo per comparare due rivelatori è comparare le rispettive curve di Pirro: se nel piano R–V la curva del rivelatore A giace sistematicamente al di sopra della curva B, il rivelatore A sarà migliore del rivelatore B. In altre parole è migliore il rivelatore che, lavorando al punto ottimo per una data temperatura di base, ha segnali più alti a parità di resistenza del termistore.

3.8 Il rumore per i bolometri

In questa sezione verranno presentate le principali fonti di rumore che si incontrano in esperimenti che utilizzano tecniche bolometriche, come quelle descritte fin ora. Esse possono essere suddivise in due categorie:

- rumore intrinseco, ovvero rumore proprio del rivelatore, dipendente da parametri fisici dell'assorbitore e del sensore. Questo tipo di rumore è ineliminabile, ed è quello che, in pratica, fornisce il limite alla risoluzione energetica, legata alle fluttuazioni termodinamiche;
- rumore estrinseco, dipendente dal sistema criogenico, dalla catena elettronica di lettura del segnale: è cioè un tipo di rumore non dipendente direttamente dal rivelatore in quanto tale. Queste sono le fonti di rumore attualmente predominanti sulla risoluzione.

La discussione si basa essenzialmente sui risultati presentati da Mather [46]. L'analisi viene effettuata imponendo che tutte le sorgenti di rumore siano tra loro scorrelate. Ciò consente di caratterizzare singolarmente le varie sorgenti, considerando le influenze reciproche trascurabili, e di ottenere lo spettro di potenza totale del rumore semplicemente sommando il quadrato dello spettro di potenza del rumore dovuto a ciascun separato contributo.

Possiamo definire la “potenza di rumore equivalente” (NEP) come:

$$NEP = \frac{e(\omega)}{S(\omega)} \quad (3.29)$$

dove $e(\omega)$ indica la densità spettrale di potenza misurata ai capi del rivelatore, ed $S(\omega)$ rappresenta la responsività del rivelatore, definita come la risposta ad un segnale deltiforme, espressa nel dominio della frequenza.

3.8.1 Rumore intrinseco

Le sorgenti principali di rumore intrinseco sono due: rumore Johnson e rumore fononico. Li possiamo caratterizzare col relativo spettro di potenza in tensione e_n^2 , che è in $[V^2/Hz]$.

Rumore Johnson

Il termistore, dal punto di vista del rumore, si comporta come una resistenza: esso produce quindi rumore Johnson, dovuto alle fluttuazioni statistiche dei portatori di carica. In realtà, a seconda di come si considera la conduttanza termica del rivelatore rispetto al bagno, l'impedenza del bolometro dovrà essere considerata come una resistenza o una impedenza complessa. Infatti, nel caso di conduttanza termica molto grande, si avrà che la potenza dissipata nel bolometro fluirà immediatamente nel bagno termico, annullando gli effetti della retroazione elettrotermica. In questo caso l'impedenza del bolometro è esattamente una resistenza fisica. Se la conduttanza termica è invece finita, come avviene sempre nel nostro caso, avremo invece la comparsa di un disaccoppiamento tra rivelatore e bagno termico. La retroazione elettrotermica non sarà quindi più trascurabile. In questo caso dovremo rappresentare il bolometro come un'impedenza complessa Z_0 , seguendo ad esempio il modello di Jones [63].

Considerando però il primo caso, potremo comunque avere una stima per eccesso del rumore generato dalla resistenza del sensore, poichè la resistenza statica del bolometro sarà sempre maggiore di quella dinamica [63].

Lo spettro di potenza per rumore Johnson dei rivelatori dell'esperimento MiBeta, tenendo conto che la loro temperatura di lavoro è di ~ 12 mK e che la loro resistenza statica è ~ 150 M Ω , si ha

$$\sqrt{e_n^2(\omega)} \leq \sqrt{4kTR_B} \simeq 10^{-8} \frac{V}{\sqrt{Hz}} \quad (3.30)$$

dove e_n^2 è il rumore quadratico medio in tensione generato ai capi del bolometro, che risulta funzione della frequenza a causa della retroazione elettrotermica.

Se si tenesse conto esplicitamente della retroazione elettrotermica, esprimendo il bolometro come una impedenza complessa, si otterrebbe un'espressione per lo spettro di potenza che tende, al limite di frequenze alte e per $R_L \gg R_b$, allo spettro di potenza bianco di eq. (3.30).

Questo rumore che, come detto in precedenza, è stimato per eccesso, risulta minore di più di un ordine di grandezza rispetto a quello effettivamente osservato sui rivelatori, e può essere del tutto trascurato.

Rumore fononico

Anche in condizioni di equilibrio esiste, attraverso la conduttanza termica G_{AB} , che collega l'assorbitore al bagno, un flusso casuale di fononi. Esso ha valor medio nullo, ma valore quadratico medio diverso da zero. Questo flusso fononico produce rumore intrinseco, che si sovrappone al segnale $P(t)$, e che genererà un rumore elettrico, ricavabile attraverso la funzione di risposta del bolometro. La densità spettrale, che si ottiene da un'analisi termodinamica di questi flussi, per una potenza P , è data da:

$$e_P(P) = 4K_B T^2 G \quad (3.31)$$

che è un risultato valido per sistemi isotermici, dove cioè si può definire $P = \sqrt{e_P(P)}|_\omega$.

Se si usa la formula 2.9, utilizzando i parametri relativi ai rivelatori di MiBeta, si ha per la risoluzione in energia:

$$\Delta E(RMS) = \xi \sqrt{kCT^2} \Rightarrow \Delta E(RMS) = 10 \text{ eV} \cdot \xi \quad (3.32)$$

È piuttosto complicato dare una stima precisa del valore di ξ nel caso specifico dei termistori NTD alle condizioni di lavoro, anche se per valori usuali il rumore termodinamico risulta contribuire in minima parte alla risoluzione ottenuta con i bolometri di TeO_2 (se ξ fosse 10 otterrei 400-1500 eV).

Altre sorgenti di rumore

Oltre alle due sorgenti di rumore presentate, ne esistono altre, di minore entità, ma che è comunque bene tener presente.

La prima di esse è il rumore fotonico. Tale rumore è legato alle fluttuazioni del rate di assorbimento dei quanti di radiazione da parte del rivelatore. Normalmente tale termine è trascurabile, tenendo conto che le possibili sorgenti di radiazione sul rivelatore (a parte quelle legate alla radioattività) provengono dagli schermi termici del criostato.

Altro tipo di rumore è quello definito “rumore $1/f$ ”. Questo disturbo si presenta solo nel momento in cui il rivelatore viene polarizzato. È possibile che tale rumore sia dovuto a centri di intrappolamento alla superficie del rivelatore, ovvero che sia un rumore di tipo generazione-ricombinazione. A temperature così basse un tale tipo di rumore può divenire molto importante in quanto i tempi di intrappolamento diventano molto lunghi (hanno infatti una dipendenza inversamente proporzionale alla temperatura). Con tale modello si può ipotizzare un andamento dello spettro di potenza proporzionale a $\sqrt{G}$, che fornisce perciò una resistenza fluttuante nel sistema di misura.

Per questa sorgente di rumore sono state proposte anche altre origini, come ad esempio le guaine isolanti che ricoprono i fili di collegamento tra il rivelatore e l'elettronica.

Probabilmente la spiegazione per il rumore $1/f$ è ancora più complessa di quanto si possa descrivere con i due modelli sopra citati. Tale sorgente di rumore è molto fastidiosa, soprattutto nei casi in cui il rivelatore sia molto lento. Lo sviluppo temporale del segnale dei rivelatori bolometrici è intrinsecamente lungo, il che può rendere importante il rumore $1/f$.

Un'altra forma di disturbo è quella prodotta dal rumore granulare nei contatti del termistore: ciò comporta la necessità di una particolare cura nella realizzazione dei contatti. Il rumore granulare presenta la stessa dipendenza dalla retroazione elettrotermica del rumore Johnson, ed è da esso indistinguibile.

3.9 Elettronica di lettura del segnale

La catena elettronica di lettura del segnale (Vedi fig.3.10) è composta nel seguente modo:

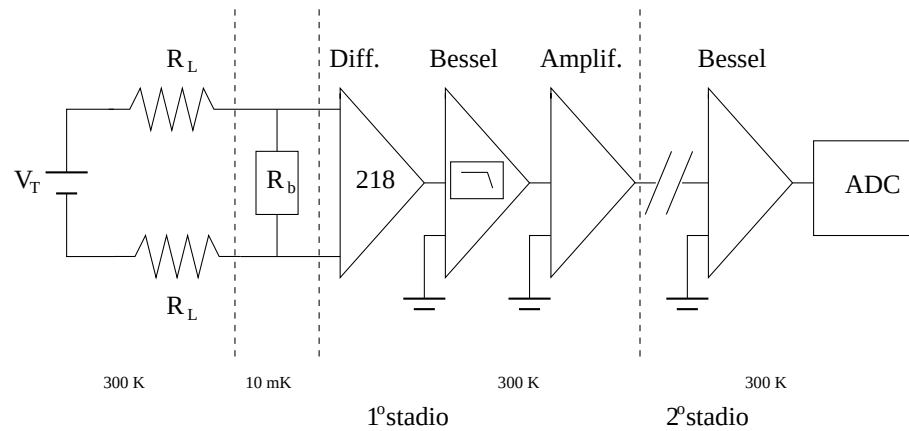


Figura 3.10: Schema dell'elettronica di lettura del segnale.

1. *Circuito di polarizzazione.* La polarizzazione del termistore viene realizzata mediante un opportuno circuito, nel quale è presente anche un filtro passa basso, con frequenza di taglio dell'ordine dei mHz, per eliminare i rumori dovuti alla rete elettrica, a cui è connesso l'alimentatore. Per eliminare questi disturbi, si può pensare di utilizzare una batteria, ma essa, col diminuire della carica, causa problemi di instabilità della tensione di polarizzazione V_T , con conseguente variazione del punto e della temperatura di lavoro del bolometro.

Il termistore viene polarizzato simmetricamente con due resistenze di carico R_L . Come già sottolineato, l'utilizzo di due resistenze di carico ha lo scopo di ridurre il rumore di modo comune, effettuando una lettura differenziale del segnale. Inoltre, affinché l'altezza del segnale sia massima deve essere $R_L \gg R_b$. Alle temperature di lavoro usuali, i termistori hanno resistenze dell'ordine di 1–100 M Ω ; le resistenze di carico devono quindi essere dell'ordine dei G Ω . Dato il loro elevato valore, il rumore Johnson diviene rilevante. Poichè tale rumore è proporzionale alla temperatura di lavoro, sarebbe un buon espediente portare le resistenze a basse temperature. Le uniche resistenze utilizzabili a temperature criogeniche sono quelle a film metallico, poichè quelle basate su ossidi conduttivi presentano forti instabilità termiche o si comportano come un circuito aperto a temperature criogeniche. Le resistenze a film metallico hanno però difficilmente valori maggiori dei 10 M Ω , valore troppo basso per applicazioni in circuiti di polarizzazione di termistori aventi resistenze dell'ordine dei centinaia di M Ω . In realtà esistono resistenze a film metallico anche di valori dell'ordine dei G Ω ; esse presentano però forti innalzamenti della resistività a basse temperature, ed inoltre presentano dei comportamenti non lineari con l'applicazione del campo elettrico. Esse non possono, quindi, essere collocate a pochi mK, nelle vicinanze del rivelatore; possono però esser poste in corrispondenza dello stadio a 4.2 K. Allo stato attuale, le resistenze di carico sono a temperatura ambiente.

In realtà come accenneremo in seguito nel attuale run dell'esperimento MiBeta si è anche testata una nuova elettronica "fredda".

2. *Stadio differenziale.* Il segnale prelevato ai capi del termistore, viene inviato all'ingresso di uno stadio differenziale, avente guadagno $G = 218$. Viene utilizzata una configurazione di tipo differenziale perchè essa permette una sostanziale riduzione del rumore comune, come ad esempio quello microfonico. Infatti gli impulsi di rumore, arrivando in fase agli ingressi del differenziale vengono da quest'ultimo annullati, ottenendo un miglioramento del rapporto segnale/rumore. Anche questo stadio, se posto a temperature criogeniche, porta ad un ulteriore miglioramento. Infatti avvicinare il preamplificatore al rivelatore, consente sia di diminuire la corrente "di buio" (che decresce con la temperatura), sia di ridurre le dimensioni dei cavi di collegamento, minimizzando così le capacità parassite, che sono altrimenti dell'ordine dei pF. Poichè nell'esperimento si utilizzano rivelatori resistivi, la presenza di capacità parassite, comporta un'integrazione indesiderata del segnale sviluppato dal rivelatore. Se il prodotto $R_b C_P$ (che corrisponde alla costante di tempo di integrazione) è molto alto, si genera un'elevata perdita nell'ampiezza del segnale. La miglior temperatura di lavoro per l'elettronica al Si è di circa 120 K; non è però tecnicamente semplice, anche se possibile, creare una regione a 120 K, prossima al rivelatore. I bolometri utilizzati dall'esperimento MiBeta, essendo di grande massa, hanno un tempo di salita molto lungo; l'integrazione dovuta a queste capacità parassite risulta quindi trascurabile.

I fili di collegamento tra il rivelatore e il preamplificatore presentano inoltre un altro problema: il microfonismo, causato dalla vibrazione dei fili stessi. Esso, oltre ad essere ridotto dall'utilizzo di uno stadio differenziale, può essere minimizzato anche utilizzando l'accorgimento di attorcigliare i fili tra loro.

3. *Filtro Bessel.* Il segnale, uscito dallo stadio differenziale, viene opportunamente filtrato; essendo il segnale dei rivelatori molto lento, non ci sono componenti a frequenze superiori a 10 Hz. Il filtro da utilizzare, per tagliare il rumore, deve perciò essere passa basso, con frequenza di taglio più grande della massima frequenza contenuta nel segnale. Il filtro utilizzato è Bessel a 6 poli, con frequenza di taglio a 12 Hz e guadagno unitario. Il rumore residuo, di bassa frequenza, non può essere tagliato con filtri hardware, altrimenti si avrebbe anche una contemporanea riduzione dell'altezza del segnale; l'analisi software permette, però, di ridurre il rumore in modo considerevole, tramite la tecnica del Filtro Ottimo.
4. *Ulteriore stadio amplificante e filtro Bessel.* Una volta uscito dal primo filtro Bessel, il segnale viene nuovamente amplificato, con un amplificatore a guadagno variabile (2-10, a seconda del rivelatore), e passa poi attraverso un altro filtro Bessel con frequenza di taglio a 24 Hz e $G=2.71$.

5. *Trigger e ADC.* Infine viene inviato, da una parte al circuito di trigger, dall'altra al campionatore a 16 bit, che converte il segnale da analogico a digitale.
6. *VXI.* Una volta digitalizzato, il segnale è trasmesso ad un computer che funge da memoria di massa del sistema e che esegue una pre-analisi in linea, consentendo in tal modo di seguire l'evoluzione della misura.

La temperatura di lavoro dell'elettronica di lettura del segnale è di 300K; tutta l'elettronica di lettura fino all'amplificatore è dentro la Gabbia di Faraday, mentre il filtro anti-aliasing (il secondo filtro Bessel) ed il modulo di trigger sono fuori da essa, e recentemente posti entro una gabbia di Faraday aggiuntiva e più piccola.

L'elettronica di lettura a temperatura ambiente, oltre agli svantaggi descritti sopra, presenta però il vantaggio di essere più riproducibile rispetto a quella fredda, ed inoltre offre la possibilità di intervenire su di essa anche dopo il raffreddamento del criostato.

3.9.1 Rumore indotto dalla catena elettronica

La risoluzione energetica di un bolometro è limitata dal rumore totale (intrinseco ed esterno), quindi, per massimizzare il rapporto segnale/rumore, è necessario conoscere tutti i suoi contributi.

Il rumore indotto dall'elettronica di lettura del segnale, può essere riassunto in tre contributi fondamentali: i disturbi associati al preamplificatore differenziale, il rumore dovuto alle resistenze di carico ed, infine, quello dovuto al microfonismo elettrico, causato dalla reciproca induzione dei fili che trasportano il segnale.

Rumore dovuto al preamplificatore differenziale

Una delle principali sorgenti di rumore, esterna al rivelatore, è il preamplificatore dello stadio differenziale; ad esso sono associati, fondamentalmente tre tipi di rumore (illustrati in fig. 3.11): un rumore "serie", di origine termica, causato dalle fluttuazioni di corrente nel canale; un rumore "serie" che ha spettro di potenza inversamente proporzionale alla frequenza (rumore 1/f), la cui origine non è ben nota; un rumore "parallelo", causato dalla corrente di fuga del "gate".

1. *Rumore serie termico.* Il rumore serie è un rumore di origine termica, causato dalla resistenza che il JFET (stadio d'ingresso del pre) offre al flusso di cariche. Il suo spettro di potenza in tensione è dato da [64]:

$$|e_s(\omega)|^2 = 4k_B T_A \frac{0.7}{g_m} \left(\frac{V^2}{Hz} \right) \quad (3.33)$$

dove g_m è la transconduttanza e T_A è la temperatura di lavoro dell'amplificatore differenziale. Se si tiene conto che, per via dell'applicazione del campo elettrico, si ha un disaccoppiamento termico tra elettroni e fononi, per il quale gli elettroni

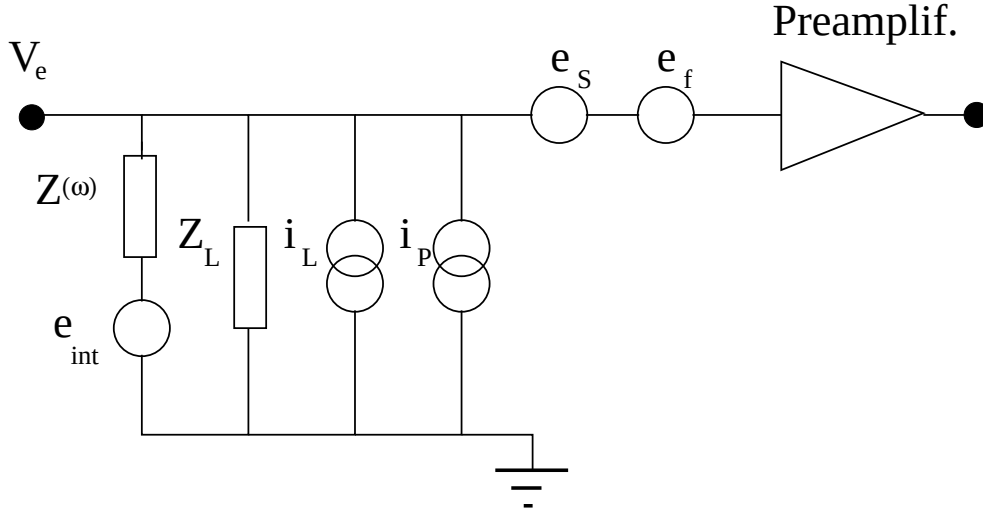


Figura 3.11: Rappresentazione schematica delle principali sorgenti di rumore all'ingresso del preamplificatore dello stadio differenziale

diventano “caldi” e risulta più conveniente porre, al posto del fattore 0.7, un fattore generico a , che possa conglobare i vari effetti di conduzione non ohmica, a cui tali elettroni sono soggetti.

Dall'espressione 3.33 si nota che il rumore serie è bianco: esso può quindi essere eliminato tramite un opportuno filtraggio. Si può inoltre vedere che lo spettro di potenza è proporzionale alla temperatura. Per i JFET al Si utilizzati dal gruppo di Milano si ottiene, per il rumore bianco, circa $10^{-17} \text{ V}^2/\text{Hz}$ a 290 K, circa 2 ordini di grandezza minore rispetto al livello di rumore ottenuto sperimentalmente. Se si riuscisse a portare la temperatura di lavoro a 77 K, si otterrebbe, a parità di g_m una diminuzione del rumore.

2. Rumore serie $1/f$

Questa sorgente di rumore serie, rappresentata in fig. 3.11 come un generatore di tensione e_f , ha un'origine non completamente chiara [46]. Si pensa che i contributi a questo tipo di rumore vengano da due effetti distinte. L'andamento dello spettro di potenza del rumore è dato dalla legge semiempirica di Hooge [65]:

$$|e_f(f)|^2 = \frac{A_f}{f} \left(\frac{V^2}{\text{Hz}} \right) \quad (3.34)$$

L'utilizzo della frequenza f al posto della pulsazione ω è solo una convenzione.

Il rumore $1/f$ è importante per la regione a basse frequenze per i JFET, che operano a temperature prossime o minori quella ambiente. In queste condizioni $A_f \approx 10^{-16} \text{ V}^2$.

Il particolare andamento di questo rumore con la frequenza, non permette di filtrarlo

efficacemente. Il contributo del rumore $1/f$, ad 1 Hz e ad una temperatura di 290 K, è pari a $2.5 \cdot 10^{-17} \text{ V}^2/\text{Hz}$, risultando quindi del tutto trascurabile.

3. *Rumore parallelo.* Questo è il rumore “shot”, causato dalle fluttuazioni del numero di portatori di carica, che costituiscono la corrente di fuga dell’amplificatore differenziale (o corrente di gate, se si utilizzano FET). Esso viene espresso come spettro di potenza in corrente, ed ha la forma [64]:

$$|i_P|^2 = 2qI_G \left[\frac{A^2}{Hz} \right] \quad (3.35)$$

dove q è la carica dell’elettrone ed I_G è il valore della corrente di fuga del preamplificatore. L’andamento di I_G è esponenziale decrescente con l’inverso della temperatura, secondo la legge:

$$I_G \propto \exp \left[-\frac{E_g}{k_B T} \right] \quad (3.36)$$

dove E_g è il gap energetico tra banda di valenza e banda di conduzione del semiconduttore utilizzato per realizzare il transistor [66].

Lavorando con i preamplificatori a temperature dell’ordine dei 120 K, la corrente di fuga diventa molto piccola, e quindi questo contributo al rumore risulta trascurabile.

Allo stato attuale dell’esperimento i preamplificatori sono a temperatura ambiente e lo spettro di potenza ha un valore $|i_P(\omega)|^2 = 3.2 \cdot 10^{-30} A^2/Hz$.

L’espressione 3.35 è riconducibile ad un rumore in tensione tramite l’analisi del circuito di polarizzazione di Fig.3.10.

Si ha:

$$|e_p|^2 = i_p^2 \left| \frac{2R_b R_L}{R_b + R_L} \right|^2 \left[\frac{V^2}{Hz} \right] \sim i_p^2 R_b^2 \quad (3.37)$$

Visto che si ha $I_G \simeq 500 \text{ fA}$, utilizzando $R_b \sim 100 \text{ M}\Omega$, si ottiene $|e_p|^2 \simeq 2 \cdot 10^{-15} \text{ V}^2/\text{Hz}$, che equivale a (130 eV)_{rms}, ovvero un contributo non trascurabile.

Va inoltre detto che nella formula 3.37 si è assunto il bolometro come puramente resistivo; se si considera la retroazione elettrotermica si ha $R_b > |R_b(\omega)|$ e, quindi, il contributo risulta minore.

Rumore dovuto alle resistenze di carico

Alle resistenze di carico R_L è associato un rumore Johnson, causato dalle fluttuazioni del numero di portatori di carica. Il suo spettro di potenza in corrente è dato da [46]:

$$|i_L|^2 = \frac{4k_B T_R}{2R_L} \left[\frac{A^2}{Hz} \right] \quad (3.38)$$

dove T_R è la temperatura di lavoro delle resistenze di carico, generalmente diversa da quella del bolometro. Anche in questo caso, come nel caso del rumore shot, è conveniente trasformare lo spettro di potenza da espressione in corrente a quella in tensione, per permettere un confronto diretto con le altre sorgenti di rumore. Il rumore in tensione visto dal bolometro sarà quindi dato da:

$$|e_L|^2 = \frac{\Delta V_L^2}{(2R_L)^2} \left(\frac{2R_b R_L}{R_b + 2R_L} \right)^2 \sim 4kT \frac{R_b^2}{2R_L} \left[\frac{V^2}{Hz} \right] \quad (3.39)$$

Se si sostituiscono i valori $R_b \sim 100 \text{ M}\Omega$, $R_L = 11 \text{ G}\Omega$, $T = 300 \text{ K}$, si ottiene $|e_L|^2 \geq 10^{-14} V^2 / Hz$ (che equivale a 300 eV rms); tale valore è confrontabile col rumore ottenuto sperimentalmente. Bisogna però fare attenzione: il sensore è stato considerato come un elemento puramente resistivo, ma così non è. La resistenza dinamica è una funzione complicata della frequenza che di fatto risulta difficile da stimare; pur tuttavia, si possono notare due fatti: a) la resistenza dinamica R_D per $\omega = 0$ è facilmente calcolabile tramite la tangente alla curva di carico nel punto di lavoro scelto; b) la resistenza dinamica per $\omega \rightarrow \infty$ coincide con la resistenza statica del bolometro; mediamente si ha $R_D(\omega = 0) \sim \frac{1}{4} R_b$; mentre, per quanto riguarda la frequenza per cui $R_D(\omega) \sim R_b$ si può seguire un ragionamento euristico: di fatto, $R_D(\omega)$ dovrà dipendere da un prodotto adimensionale $\omega\tau$; l'unica costante di tempo che può intervenire è la costante del tempo di decadimento del segnale, che nel nostro caso è $\sim 0.3 \text{ s}$; dunque, con buona approssimazione, per $\omega\tau > 10$, si ha $R_D(\omega) \sim R_b$.

Dunque, tra i rumori dovuti all'insieme della catena elettronica, quello che dà maggior contributo è il rumore Johnson delle resistenze di carico che sembra essere la componente fondamentale.

3.10 Altre sorgenti di rumore esterne ai rivelatori

Questi tipi di rumore, di origine non intrinseca al rivelatore, e nemmeno dovuti al sistema elettronico di lettura del segnale, risultano i più difficili da quantificare, ma nello stesso tempo anche quelli più dannosi per la misura stessa. Essi sono dovuti principalmente a tre fattori: il microfonismo elettronico, le radiazioni elettromagnetiche, e le vibrazioni dell'apparato criogenico, ovvero il microfonismo meccanico.

Microfonismo elettronico

Del microfonismo elettronico si è già in parte parlato. Esso è originato dalla variazione della carica statica lungo i fili di lettura, al variare della loro posizione reciproca, in conseguenza di vibrazioni meccaniche indotte dall'ambiente. Quello che avviene è una variazione della capacità tra filo e filo e tra filo e massa: questo effetto può quindi essere schematizzato come una capacità $C(t)$ in parallelo al bolometro.

In Fig. 3.12 è riportata la linea di base (o, se si vuole, la temperatura) di un bolometro "rumoroso" unitamente al grafico dello spettro di potenza del rumore e del segnale. Quello

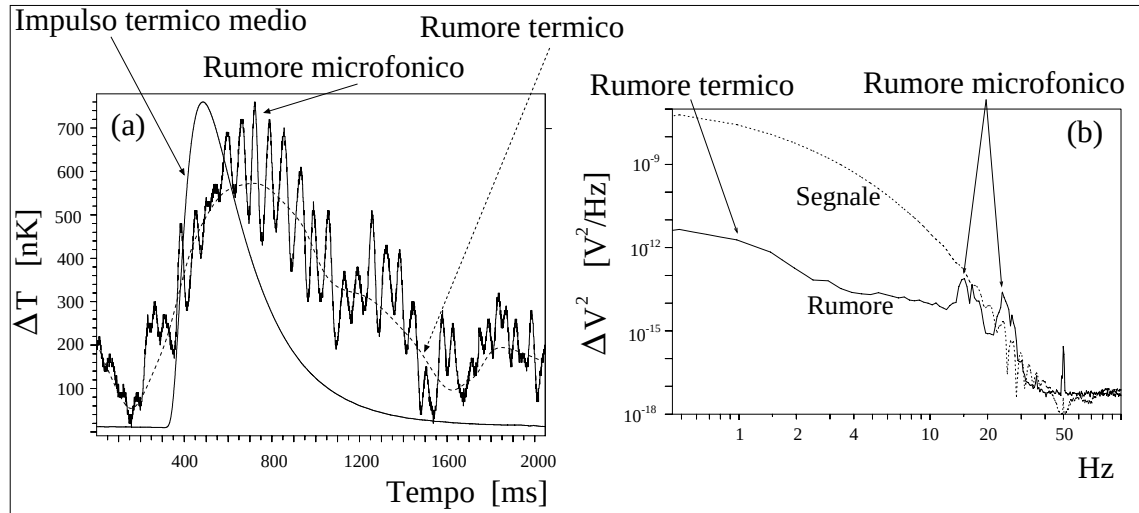


Figura 3.12: (a) Linea di base di un rivelatore “rumoroso”. (b) Spettro di potenza del rumore e spettro di segnale.

che si evince guardando lo spettro di potenza del segnale e del rumore, è che il contributo ad “alte” frequenze del microfonismo influisce poco sulla risoluzione in energia in quanto le componenti del segnale termico sono maggiormente spostate a basse frequenze. Tuttavia il microfonismo limita la soglia in energia.

Per limitare questa sorgente di rumore bisogna cercare di utilizzare fili il più corti possibile, intrecciarli tra loro e inoltre vincolarli rigidamente alla struttura del criostato.

Radiazioni elettromagnetiche

Il rumore dovuto alle onde elettromagnetiche è definito rumore di “pick-up”. Esso è dovuto alla componente radio delle onde, presenti nell’ambiente circostante il rivelatore e generate dagli strumenti elettrici che lo circondano. Come già evidenziato in precedenza, per limitare questo rumore parte dell’elettronica è messa all’interno della gabbia di Faraday principale, insieme al criostato, mentre il secondo stadio è posto entro una gabbia di Faraday più piccola. Per minimizzare le interferenze elettromagnetiche è necessario, inoltre, verificare che l’anello di induzione, prodotto dai fili di collegamento sia il più piccolo possibile, e inoltre che non si abbiano interferenze provenienti dalle linee di alimentazione. Per ottenere ciò è stato anche introdotto, per un certo periodo, un disaccoppiatore ottico, che separasse lo stadio di ingresso da quello di uscita. Recentemente si è però trovata una configurazione migliore per il rumore, ottenuta non utilizzando il disaccoppiatore ma semplicemente staccando tutte le masse dalla massa di alimentazione e connettendole invece ad una massa comune, fornita dalla gabbia di Faraday stessa.

Questo rumore, come quello microfonico, peggiora la risoluzione energetica, per via della maggiore fluttuazione della linea di base che produce. Esso può inoltre provocare,

scaricando potenza sul rivelatore, un innalzamento indesiderato della temperatura dello stesso.

Vibrazioni del sistema criogenico: microfonismo meccanico

Il microfonismo meccanico, invece, consiste in fluttuazioni della temperatura di base del bolometro (ovvero della linea di base del segnale) a causa di vibrazioni meccaniche del supporto. Quando la temperatura e la capacità termica sono molto basse, le vibrazioni meccaniche sono in grado di trasmettere energia sufficiente all'assorbitore, affinché esso subisca un'apprezzabile riscaldamento, ovvero un innalzamento della linea di base. Questo tipo di disturbo termico è quindi piuttosto dannoso, in quanto risulta, purtroppo, avere componenti in frequenza del tutto analoghe a quelle di un impulso termico.

Le vibrazioni meccaniche del sistema criogenico, che originano il rumore microfonico, sono prodotte in modo particolare dalle pompe e dal liquefattore di elio. Per smorzare queste vibrazioni, il criostato è posto direttamente sulla schermatura di Pb (un cubo pesante circa 20 t), i tubi che dalle pompe arrivano al criostato sono fatti passare in scatole contenenti sabbia e infine la gabbia di Faraday, dove è situato il criostato, è rivestita di materiale fonoassorbente.

Tuttavia il problema resta del microfonismo meccanico resta tra i più difficili da risolvere, essendo per il funzionamento del criostato necessaria ed insostituibile la presenza delle pompe, così come, allo stato attuale non è pensabile rinunciare al liquefattore.

Vedremo nel prossimo capitolo come si è cercato di ovviare a questo problema.

3.10.1 Fluttuazioni di temperatura indotte dal criostato

Una trattazione specifica la riserviamo ad un rumore che in quest'anno di lavoro si è rivelato particolarmente fastidioso. Da molti anni si è osservato nei criostati a diluizione un rumore "intrinseco" all'apparato. Questo rumore è legato al comportamento della 1KPot, la "pentola" in cui l'elio liquido è raffreddato fino a 1K (cfr. par 3.14.1) anche se le sue origini non sono mai state realmente comprese.

Questo rumore si manifesta sotto forma di variazioni di temperatura di forma approssimativamente triangolare (i cosiddetti *triangoloni*) con costanti di tempo di salita e discesa pressoché uguali, di ampiezza variabile da pochi mV a vari V.

Nel corso del 2001 è stato pubblicato uno studio specifico sul tema [67] che potrebbe fornire indicazioni su come risolvere definitivamente il problema. È stato infatti interpretato il rumore "triangoloso" come frutto di turbolenze provocate dal fatto che all'interno della 1KPot elio liquido a 4K viene continuamente fatto fluire in un bagno di elio già raffreddato a 1K. Essendo l'elio a 1K già transito allo stato superfluido il contatto con elio proveniente dal Main Bath provoca una brusca transizione di fase allo stato liquido nell'immediate vicinanze del flusso di He a 4K. Termalizzando il tubo che porta il nuovo He prima che entri nel bagno in modo che l'elio ci arrivi già allo stato superfluido dovrebbe consentire di eliminare completamente il disturbo.

3.11 Acquisizione e analisi dati

In questa sezione è descritto il metodo utilizzato per la costruzione e l'analisi degli spettri dei bolometri di ossido di tellurio. Le misure, finalizzate alla ricerca del Decadimento Doppio Beta, sono effettuate in assenza di sorgenti, ed i conteggi osservati sono attribuibili essenzialmente alla radioattività ambientale, cioè ai radionuclidi presenti nella roccia che circonda i laboratori del Gran Sasso, ai materiali di costruzione e di montaggio dell'apparato sperimentale e alla radioattività intrinseca dei rivelatori stessi. In altre parole, gli spettri analizzati per lo studio del Decadimento Doppio Beta, sono spettri di fondo.

3.11.1 Sistema di acquisizione

Lo spettro di fondo totale di un esperimento (sia per esperimenti realizzati con un solo bolometro, sia per esperimenti con più bolometri) è costruito come somma degli spettri parziali ottenuti in misure relativamente brevi. Queste hanno solitamente durate di un paio di giorni, salvo le misure di calibrazione effettuate con l'ausilio di sorgenti radioattive che possono durare un po' meno e sono separate da poche ore di intervallo. Tra una misura e l'altra è quindi possibile lo svolgimento delle operazioni di manutenzione dell'apparato sperimentale.

Le misure degli spettri parziali sono realizzate nel seguente modo: fissata una condizione di lavoro ottimale, per ciascuno dei singoli rivelatori, che rimarrà pressoché invariata per tutta la durata dell'esperimento, il segnale in uscita dal secondo stadio è inviato da una parte ad un convertitore analogico digitale (ADC), dall'altra ad un discriminatore a soglia (modulo di trigger) che comanda l'ADC stesso.

I parametri caratteristici della digitalizzazione dell'impulso sono:

- il fondoscala F , che per l'ADC di sala A è dato da 0-10 V;
- il passo di campionamento Δ che nel nostro caso è di 2 ms;
- il numero di campionamenti effettuati per ciascun segnale, che è stato scelto pari a 1024.

Il valore di F determina, da una parte, l'impulso più alto acquisito senza saturazione, dall'altra, la risoluzione sul campionamento in ampiezza del segnale, che, per un ADC a 16 bit, è pari a $F/2^{16} = F/65536 = 0.15$ mV. Il passo di campionamento temporale Δ e il numero totale di campionamenti determinano, invece, la risoluzione in frequenza e la finestra temporale acquisita.

Gli impulsi che hanno superato la soglia di trigger sono digitalizzati e inviati ad un PC-VXI che, oltre a registrare la forma d'onda ed il tempo di arrivo dell'impulso, effettua una preanalisi dei dati, consentendo di seguire l'evolvere della misura in tempo reale.

Nel caso di più rivelatori (nell'esperimento MiBeta sono 20), ad ognuno di essi è associato un canale dell'ADC. Per ciascun canale (ossia per ciascun rivelatore) è scelta una

soglia di trigger indipendente. L'acquisizione è sviluppata in modo asincrono, per minimizzare i tempi morti, per cui l'ADC campiona continuamente, in modo "libero", e la sua memoria viene trasferita in un "buffer" circolare sul PC-VXI, canale per canale. Nel frattempo il modulo di trigger registra i tempi di arrivo sui vari canali, così che, quando arrivano impulsi su un dato canale, quest'area di memoria viene salvata e registrata.

Prima di ogni misura di segnale, viene effettuata una misura di rumore, ossia viene registrato lo spettro di potenza del rumore di ciascun rivelatore, ottenuto acquisendo in auto-trigger il segnale (la linea di base) e scartando eventuali impulsi.

Le informazioni registrate per ogni misura sono:

- il tempo di arrivo di ogni impulso;
- gli impulsi campionati, corrispondenti a ciascun trigger;
- il tempo di durata della misura.

Le misure così ottenute, sono poi analizzate *off-line*. L'analisi *off-line* si svolge secondo i seguenti passaggi:

1. calcolo dell'altezza del segnale di ciascun impulso attraverso l'applicazione del Filtro Ottimo, massimizzando così il rapporto segnale/rumore;
2. costruzione delle *n*-uple, ossia di vettori contenenti tutte le informazioni più significative di ciascun impulso;
3. correzione delle misure, resa necessaria dall'instabilità termica del sistema criogenico;
4. calibrazione energetica dello spettro, tramite il controllo della posizione degli impulsi di "heater", a loro volta calibrati tramite l'uso di sorgenti γ ;
5. interpolazione degli spettri e analisi per la ricerca del Decadimento Doppio Beta.

3.11.2 Filtro Ottimo

Il segnale generato da un rivelatore bolometrico è dominato da componenti a bassa frequenza; pertanto, se da una parte il rumore ad alta frequenza può essere tagliato con opportuni filtri hardware passa basso, dall'altra, il rumore a bassa frequenza non può essere filtrato senza ridurre inevitabilmente anche l'altezza del segnale.

Se è noto lo spettro di potenza del rumore che è sovrapposto al segnale, si può determinare la funzione di trasferimento di un filtro, detto Filtro Ottimo, che massimizza il rapporto segnale/rumore, ottimizzando così la risoluzione.

La risposta, in presenza di rumore, del sistema costituito dal bolometro e dall'elettronica di lettura, ad un segnale $E\delta(t)$ (dove E è l'energia depositata nell'assorbitore), è data da:

$$R(t) = E \cdot S(t) + N(t) \quad (3.40)$$

dove $S(t)$ è la forma della risposta in assenza del rumore ed $N(t)$ è il rumore.

Indicato con $N(\omega)$ lo spettro di potenza del rumore nel dominio delle frequenze e detta $H(\omega)$ la funzione di trasferimento cercata (funzione di trasferimento del Filtro Ottimo) consideriamo il rapporto segnale rumore ρ . Esso per definizione è il rapporto tra il massimo del modulo del segnale, in assenza di rumore, ed il valore quadratico medio del rumore stesso:

$$\rho = \frac{\max |E \cdot S(t) * H(t)|}{N_{rms}} = \frac{\frac{1}{2\pi} E \left| \int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega) H(\omega) e^{i\omega t_M} d\omega \right|}{\sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} N(\omega) |H(\omega)|^2 d\omega}} \quad (3.41)$$

dove $S(\omega)$ è la trasformata di Fourier di $S(t)$ e t_M è l'istante in cui il modulo del segnale raggiunge il massimo.

Per comodità è utile prendere in considerazione ρ^2 [46]:

$$\rho^2 = \frac{E^2 \left| \int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega) H(\omega) e^{i\omega t_M} d\omega \right|^2}{2\pi \int_{-\infty}^{+\infty} N(\omega) |H(\omega)|^2 d\omega} \quad (3.42)$$

Definiamo ora le funzioni $u_1(\omega)$ e $u_2(\omega)$ come:

$$u_1(\omega) = \frac{S(\omega) e^{i\omega t_M}}{\sqrt{N(\omega)}} \quad u_2(\omega) = \sqrt{N(\omega)} \cdot H(\omega) \quad (3.43)$$

per cui la (3.42) diventa:

$$\rho^2 = \frac{E^2 \left| \int_{-\infty}^{+\infty} u_1(\omega) u_2(\omega) d\omega \right|^2}{2\pi \int_{-\infty}^{+\infty} N(\omega) |H(\omega)|^2 d\omega} \quad (3.44)$$

Applicando la disuguaglianza di Schwarz:

$$\left| \int_{-\infty}^{+\infty} u_1(\omega) u_2(\omega) d\omega \right|^2 \leq \int_{-\infty}^{+\infty} |u_1(\omega)|^2 d\omega \int_{-\infty}^{+\infty} |u_2(\omega)|^2 d\omega \quad (3.45)$$

si ottiene:

$$\begin{aligned} \rho^2 &\leq \frac{E^2 \int_{-\infty}^{+\infty} |u_1(\omega)|^2 d\omega \int_{-\infty}^{+\infty} |u_2(\omega)|^2 d\omega}{2\pi \int_{-\infty}^{+\infty} N(\omega) |H(\omega)|^2 d\omega} = \frac{E^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|S(\omega)|^2}{N(\omega)} d\omega \int_{-\infty}^{+\infty} N(\omega) |H(\omega)|^2 d\omega}{2\pi \int_{-\infty}^{+\infty} N(\omega) |H(\omega)|^2 d\omega} = \\ &= \frac{E^2}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|S(\omega)|^2}{N(\omega)} d\omega \end{aligned} \quad (3.46)$$

Il massimo valore possibile per ρ^2 è quindi:

$$\rho_{\max}^2 = \frac{E^2}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|S(\omega)|^2}{N(\omega)} d\omega \quad (3.47)$$

Per sostituzione si dimostra che la funzione $H(\omega)$ che rende ρ^2 massimo è:

$$H(\omega) = K \frac{S^*(\omega)}{N(\omega)} e^{-i\omega t_M} \quad (3.48)$$

dove K è una costante arbitraria.

A questo punto è possibile determinare l'energia depositata nell'assorbitore nella seguente maniera:

$$\frac{1}{2\pi} \int H^*(\omega) S(\omega) d\omega \quad (3.49)$$

oppure

$$E_{ottima} = \int H(t) S(t) dt \quad (3.50)$$

dove $H(t)$ è l'antitrasformata di Fourier di $H(\omega)$.

Essa è proporzionale al massimo dell'antitrasformata del segnale in uscita dal Filtro Ottimo:

$$E \propto \max F^{-1}[S(\omega) H(\omega)] \quad (3.51)$$

L'applicazione della tecnica del Filtro Ottimo via software per valutare, a partire dal segnale misurato in uscita da un determinato dispositivo, l'altezza del segnale in ingresso, richiede di sviluppare un algoritmo che consenta di trattare dati discreti [68]. Infatti la teoria del Filtro Ottimo appena descritta, presuppone di poter campionare la forma d'onda su un intervallo infinito di frequenze, con un passo infinitesimo. Nei casi concreti però il segnale è campionato con un passo Δ su una finestra temporale limitata. La trasformata e l'antitrasformata di Fourier sono, pertanto, calcolate non come integrali di una funzione del tempo o della frequenza, ma come sommatorie su un certo numero di elementi.

Il campionamento della forma d'onda con passo temporale discreto e su di un intervallo di tempo limitato comporta, nel passaggio dal segnale analogico a quello digitale, una perdita di informazioni. Infatti, da una parte la risoluzione in frequenza risulta essere limitata e determinata dal numero di campionamenti effettuati per ciascun segnale, dall'altra si ha che non tutte le frequenze contenute nel segnale risultano ricostruibili a partire dai dati digitalizzati. Gli spettri di potenza che si ottengono da un insieme di dati digitalizzato, con un passo di campionamento Δ , si estendono fino ad una frequenza massima pari a $f_N = 1/(2\Delta)$. Questa è la massima frequenza del segnale campionata in modo completo, ed è detta frequenza di Nyquist. Le componenti del segnale a frequenze superiori, non solo non possono essere ricostruite a partire dallo spettro di potenza misurato, poichè esso si arresta a f_N , ma contribuiscono al medesimo a frequenze più basse, dando origine ad un fenomeno di distorsione detto "aliasing".

I valori del passo e del numero di campionamenti, sono stabiliti volta per volta in funzione delle caratteristiche temporali del segnale: Δ è scelto in modo tale che la frequenza di Nyquist sia superiore alla frequenza massima del segnale; il numero di campionamenti è determinato in base alla risoluzione in frequenza che si vuole avere.

Dall'espressione (3.48) si vede che per costruire in modo software la funzione di trasferimento del Filtro Ottimo, si deve conoscere la trasformata di Fourier (discreta) $S(\omega)$ del segnale in assenza di rumore, e lo spettro di potenza del rumore $N(\omega)$. Per determinare $S(\omega)$ si deve, per prima cosa, costruire l'impulso medio; questo può essere ottenuto offline sommando un numero elevato di impulsi buoni (circa un centinaio) e facendone la

media: la trasformata di Fourier di questo impulso medio è la funzione $S(\omega)$ cercata. Infatti l'operazione di media, a meno di problemi legati al "jitter" temporale, consente di annullare l'effetto del rumore stocastico. L'impulso medio quindi rappresenta il segnale che si avrebbe, in uscita dal dispositivo, in assenza di rumore.

Spesso questo sistema di costruzione della funzione $S(\omega)$ non è pratico poichè richiede che i segnali, sommati per produrre l'impulso medio, siano accuratamente selezionati in modo da evitare di includere impulsi doppi (pile-up), impulsi sfasati temporalmente tra loro (segnali soggetti a jitter temporale), che provocano un'alterazione dell'istante di partenza dell'impulso medio, con conseguente "allargamento", o segnali differenti dagli impulsi di assorbimento (come per esempio segnali di sensore).

Un altro metodo meno rigoroso, ma a volte preferito, per costruire l'impulso medio, consiste nell'interpolare un impulso "buono" con una funzione che garantisca di riprodurre accuratamente la forma del segnale. Nel caso dei bolometri di ossido di tellurio, si è verificato che un'interpolazione con una funzione data dalla somma di tre esponenziali è sufficientemente adeguata. D'altra parte il modello termico di un bolometro composito (come illustrato in precedenza) prevede effettivamente che l'impulso sia determinato da tre esponenziali con costanti di tempo differenti.

La tecnica del Filtro Ottimo, così com'è stata descritta, prevede che la forma dell'impulso non cambi al variare dell'altezza del segnale d'ingresso. Questo, in realtà, non è rigorosamente vero per i bolometri, in quanto la diminuzione della temperatura che si ha durante lo sviluppo di un segnale produce variazioni dei parametri (capacità e conduttanze termiche), che determinano le costanti di tempo caratteristiche degli impulsi. Se queste variazioni sono apprezzabili, si deve osservare un cambiamento nella forma degli impulsi in funzione dell'energia. Questo fenomeno altera, anche se in modo minimo, la linearità della risposta, mentre lascia inalterata la risoluzione. Per ovviare al problema si possono costruire impulsi medi differenti per ogni intervallo di energia.

Lo spettro di potenza del rumore, $N(\omega)$, è ottenuto acquisendo in autotrigger un certo numero di linee di base e scartando eventuali impulsi. Di ogni linea di base acquisita è calcolata la trasformata di Fourier discreta. La media del modulo quadro di ciascuna trasformata, divisa per la frequenza di campionamento, è pari allo spettro di potenza $N(\omega)$.

In pratica il calcolo dell'altezza del segnale mediante la tecnica del Filtro Ottimo viene realizzata con l'ausilio di un programma. Esso oltre al calcolo di questa altezza effettua anche un'analisi della forma dell'impulso, confrontandolo con quello medio, e generando un parametro di scarto, indicativo di quanto l'impulso analizzato sia simile a quello medio. Il primo passo consiste nella costruzione dell'impulso medio e dello spettro di rumore a partire dai vari segnali e linee di base acquisiti. In seguito, utilizzando $S(\omega)$ e $N(\omega)$ così generati, viene ottenuta la funzione di trasferimento del Filtro Ottimo $H(\omega)$ e la sua antitrasformata $H(t)$. Successivamente, di ciascun impulso è valutata l'altezza, sia utilizzando l'espressione (3.49) nel dominio delle frequenze, sia valutando il massimo del segnale in uscita dal Filtro Ottimo (3.50). A causa delle imprecisioni derivate dal trattare

dati discreti, è possibile che i due metodi diano risultati leggermente diversi. Il confronto tra la forma dell'impulso corrente e la forma di quello medio, avviene nel dominio del tempo. Il parametro di scarto è generato o come differenza tra gli integrali delle due funzioni, o come differenza quadratica, calcolata punto per punto, tra le medesime.

3.11.3 Costruzione delle n-uple

In fase di analisi, l'impulso digitalizzato viene caratterizzato da un limitato numero di parametri, in base agli scopi dell'analisi stessa. Questi parametri vengono raccolti in un vettore, detto n-upla, generato come uscita dal medesimo programma che calcola il Filtro Ottimo. Ad ogni impulso registrato è così associata una n-upla, che lo caratterizza. Tramite le informazioni contenute nella n-upla si può costruire lo spettro della misura, effettuare la ricerca di coincidenze temporali, studiare l'andamento nel tempo della linea di base, dell'altezza e del numero di conteggi. I parametri, che costituiscono la n-upla, sono:

1. *tempo di arrivo dell'impulso*(in giorni): si registra il tempo assoluto (data e ora assolute). In questo modo è possibile studiare l'andamento temporale dei conteggi nello spettro di fondo totale;
2. *altezza del segnale*(in Volt), calcolata nel dominio del tempo o in quello delle frequenze;
3. *valore della linea di base* (in Volt), cioè il valore della tensione prima dell'arrivo del segnale. Questo parametro è significativo solo per segnali accoppiati in continua, perchè in questo caso esso consente di controllare il valore della tensione sul bolometro prima dell'arrivo dell'impulso. Una variazione del valore della linea di base durante una misura è indicativo o di una fluttuazione del guadagno del sistema, o di una variazione della tensione di lavoro del bolometro (generalmente attribuibile ad una deriva di temperatura del rivelatore). È quindi importante conoscerlo per poter correggere le instabilità dovute a tali fluttuazioni;
4. *valore quadratico medio della linea di base*, utile per studiare l'andamento temporale del rumore;
5. *parametri relativi al pile-up*: quando in una stessa finestra temporale sono riconosciuti due impulsi, si calcola l'altezza di entrambi e la loro distanza temporale: questi due parametri sono particolarmente importanti per lo studio di eventuali segnali in coincidenza, determinati da decadimenti radioattivi in cascata;
6. *intervallo temporale tra l'istante di arrivo dell'impulso e dell'impulso medio*, utile per lo studio delle coincidenze temporali. Si prende come istante di riferimento il tempo di arrivo dell'impulso medio e da questo si determina lo sfasamento relativo degli impulsi, ciascuno nella propria finestra temporale;

7. *parametro di scarto*: permette di distinguere impulsi deformati, o che abbiano un rumore differente e superiore a quello solito, o impulsi che abbiano tempi caratteristici diversi da quello dell'impulso medio. Una volta "rifasati" gli impulsi, il parametro di scarto è dato da:

$$TGV = \frac{\sum_{i=1}^N \left(\frac{s_i}{r_i} - \left\langle \frac{s}{r} \right\rangle \right)^2 r_i^2}{\sum_{i=1}^N s_i^2} \quad (3.52)$$

dove s_i è il valore dell' i -esimo punto dell'impulso acquisito, filtrato con il Filtro Ottimo, r_i è il valore dell' i -esimo punto dell'impulso medio, filtrato con il Filtro Ottimo, $\langle \frac{s}{r} \rangle$ è il valore medio dei rapporti $\frac{s_i}{r_i}$, vale a dire: $\langle \frac{s}{r} \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{s_i}{r_i}$ ed N è il numero di punti (di solito 100), presi in considerazione intorno al massimo di s ed r .

L'uscita del programma di analisi è un'unica n -upla, contenente i vettori associati a ciascun impulso. Nel caso di più rivelatori, in corrispondenza di ogni tempo di arrivo, si avranno nella n -upla i parametri relativi ad altezza dell'impulso, linea di base, scarto e pile up, per i segnali provenienti da ogni canale.

Grazie ai parametri di scarto, associati ad ogni impulso, le n -uple possono essere ridotte, privandole di tutti i vettori che non contengono impulsi simili a quello medio. Sono così eliminati impulsi di sensore (poichè hanno tempi caratteristici molto diversi da quelli tipici dei segnali di assorbitore) o segnali prodotti da interferenze elettromagnetiche o da disturbi microfonici.

3.11.4 Instabilità termiche e stabilizzazione off-line

L'utilizzo delle n -uple ha il vantaggio di poter mettere in relazione tra di loro i parametri in essa contenuti. Ad esempio, studiando l'andamento nel tempo della linea di base o dall'altezza degli impulsi corrispondenti ad una riga monocromatica, si può riscontrare l'esistenza di fenomeni di instabilità o deriva, che producono peggioramento della risoluzione energetica (rispetto a quella misurata in condizioni stabili).

Questi fenomeni hanno generalmente origine termica e sono spesso dovuti a variazioni del livello di elio liquido nel bagno principale. Le instabilità termiche del refrigeratore possono causare alterazioni della temperatura di base T_0 del criostato.

Si può dare una stima molto grossolana della variazione della risposta del bolometro per sbalzi termici del criostato, ovvero anche della temperatura di base del bolometro, considerando la relazione che lega tra di loro la temperatura di base del criostato, T_0 , e la temperatura del bolometro T_b nel suo punto di lavoro. In precedenza si era visto che:

$$P = \frac{g}{\alpha + 1} (T_b^{\alpha+1} - T_0^{\alpha+1}) \quad (3.53)$$

dove P è la potenza dissipata sia a causa della corrente di bias sia a causa di effetti spuri, come riscaldamento vibrazionale o trasferimenti energetici causati da atomi di elio residui nel vuoto sperimentale.

Supponendo una minima variazione di T_0 , si può differenziare l'ultima relazione, considerando in prima approssimazione $dP = 0$; si ha:

$$\frac{dT_b}{T_b} = \frac{dT_0}{T_0} \left(\frac{T_0}{T_b} \right)^{\alpha+1} \simeq \frac{dT_0}{T_0} \left(\frac{9}{12} \right)^3 = 0.4 \frac{dT_0}{T_0} \quad (3.54)$$

dove si è usato il valore di $\alpha = 2$, dato in precedenza, e le temperature di base e di lavoro tipiche (9–12 mK). Questa espressione lega variazioni relative della temperatura del bagno a variazioni relative della temperatura operativa del rivelatore.

Se ora si ricorda la definizione di sensibilità, $dR/R = A dT/T$ ($A \sim 6 - 10$ per i nostri sensori), e si ricorda che la corrente di polarizzazione è costante, si ha

$$\left| \frac{dV_B}{V_B} \right| = \left| \frac{dR_B}{R_B} \right| = \left| A \frac{dT_b}{T_b} \right| \simeq 4 \frac{dT_0}{T_0} \quad (3.55)$$

Questa espressione mostra che cambiamenti relativi del bias del rivelatore sono dello stesso ordine di grandezza delle variazioni relative della temperatura di base del criostato.

Se infine definiamo V_S il segnale in Volt ottenuto per una deposizione monocromatica di energia si può per piccole variazioni di V_B , considerare la funzione $V_S(V_B)$ lineare, ottenendo perciò

$$\left| \frac{dV_S}{V_S} \right| \simeq \left| \frac{dV_B}{V_B} \right| \simeq 4 \frac{dT_0}{T_0} \quad (3.56)$$

Ora se si considera che la risoluzione intrinseca percentuale di un singolo elemento dell'esperimento MiBeta, nella regione di energia del Doppio Decadimento Beta (2528 keV), è dell'ordine dello 0.1%; variazioni della temperatura di base dell'ordine di 0.05% possono peggiorare la risoluzione. Sperimentalmente si vede che, in misure lunghe, si incontrano fluttuazioni di questo ordine; esse sono causate principalmente da variazioni del livello di He nel bagno principale, che determinano piccole variazioni nel rate di flusso della miscela ^3He - ^4He , influenzando così la temperatura. Il problema può essere minimizzato stabilizzando il più possibile i parametri principali del criostato.

Tuttavia si osserva che le potenze parassite, incluse nel termine P di eq. (3.53), possono pure fluttuare (probabilmente perchè le vibrazioni meccaniche, che scaldano il rivelatore, dipendono dal livello di elio e da altri parametri criogenici instabili). Di conseguenza, T_b può cambiare anche in assenza di variazioni di T_0 , e in ogni caso, il problema delle fluttuazioni rimane a livelli elevati: è quindi necessario un meccanismo di stabilizzazione, che agisca direttamente sul rivelatore, seguito da una correzione off-line dell'ampiezza dell'impulso.

Non si sono considerate variazioni del guadagno G e delle resistenze di carico R_L . Ciò perchè nel sistema di acquisizione del rivelatore MiBeta l'elettronica di lettura e di polarizzazione dei rivelatori si trova a temperatura ambiente, e non è quindi soggetta a fluttuazioni o derive termiche. Diverso sarebbe invece se essa si trovasse a temperature criogeniche.

Stabilizzazione off-line

È possibile correggere in modo software le derive temporali, migliorando così la risoluzione energetica fino al suo limite ultimo, determinato dal rumore. Per realizzare questo, è necessario avere una riga di riferimento rispetto alla quale stabilizzare. Negli spettri di fondo dei rivelatori di ossido di tellurio, è presente una riga monocromatica, attribuita ad una contaminazione interna di ^{210}Po . Esso decade emettendo una particella α a 5.3 MeV. I segnali corrispondenti a questa riga sono facilmente selezionabili, applicando un taglio in ampiezza, in quanto appartengono ad una regione energetica in cui il fondo è estremamente basso. L'andamento nel tempo della linea di base e dell'ampiezza degli impulsi appartenenti a questa riga monocromatica, evidenziano le derive presenti nella misura.

Il procedimento di stabilizzazione è tuttavia efficace solo se la frequenza del segnale, utilizzato come riferimento, è sufficientemente alta (rispetto alle frequenze che caratterizzano i fenomeni di deriva). Il ^{210}Po si dimezza in 138 giorni, per cui, in misure lunghe, la sua frequenza di emissione alfa cambia molto, e diventa troppo bassa affinché la stabilizzazione possa essere efficace.

In mancanza di una riga di contaminazione, si ricorre ad un espediente [69]: “scaricare” periodicamente nell'assorbitore un'energia monocromatica, che genera un impulso termico, il più possibile simile ad un impulso di particella. I segnali dell'impulsatore devono essere soggetti, allo stesso modo di quelli di particella, alle instabilità del sistema.

Esistono varie possibilità per generare questa iniezione di energia:

- il modo più semplice per realizzare un impulsatore termico consiste nell' “attaccare” sull'assorbitore una resistenza (heater), sulla quale si inviano impulsi di tensione, che dissipano calore per effetto Joule;
- un'altra possibilità è quella di introdurre, vicino al rivelatore, una sorgente radioattiva gamma, che produca una linea monocromatica. Questa scelta non è, però, la migliore dal punto di vista del fondo radioattivo, per esperimenti di bassa attività, ed è poco elastica per quanto riguarda ampiezza e frequenza dell'impulso. Si potrebbe anche utilizzare una sorgente alfa, posta direttamente sul rivelatore, ma finora i tentativi fatti in questo senso hanno dato esito negativo;
- infine si possono utilizzare impulsi luminosi, trasmessi attraverso fibre ottiche. Questa tecnica tuttavia è piuttosto complessa e poco adatta per il grande numero di canali utilizzati in questo esperimento.

Il grande vantaggio dell'utilizzo di un heater consiste nel fatto che l'impulso può essere “posizionato” nella regione di energia che interessa e, soprattutto, nel fatto che il suo tempo di arrivo è noto.

I requisiti richiesti per un heater sono:

- la resistenza deve essere indipendente dalla temperatura e dall'impulso di tensione;

- la sua capacità termica deve essere trascurabile rispetto a quella dell'assorbitore;
- il tempo di rilassamento dell'impulso deve essere minore di tutte le costanti di tempo caratteristiche del bolometro (tempo di salita, tempo di discesa);
- la forma del segnale termico, indotto nell'assorbitore, deve essere il più simile possibile ad un segnale di "particella".

Gli heaters utilizzati per l'esperimento MiBeta sono stati fabbricati dall'Istituto per la Ricerca Scientifica e Tecnologica di Trento (IRST). Essi sono costituiti da un substrato di silicio, nel quale è impiantato un meandro altamente drogato (al di sopra della transizione metallo-isolante) tramite impiantazione ionica di arsenico; le dimensioni del meandro sono $6\ \mu\text{m}$ di larghezza e $120\ \mu\text{m}$ di lunghezza; le dimensioni del substrato sono di $2 \times 2 \times 2\ \text{mm}^3$; le resistenze ottenute variano tra 100 e 200 k Ω .

Vediamo ora come funziona la stabilizzazione. Un metodo rudimentale per stabilizzare, consiste nel ricostruire $V_S(t)$ (ossia la risposta del rivelatore in funzione del tempo), acquisendo sia l'altezza del segnale di impulsatore V_S , sia il suo tempo di arrivo t ; $V_S(t)$ può essere poi utilizzata per correggere off-line le ampiezze di ogni impulso, noto il suo tempo di arrivo. Questo metodo ha però un limite intrinseco: la funzione $V_S(t)$ è campionata con un certo rate, che non può essere troppo grande per ovvie ragioni di tempo morto. Quindi, variazioni rapide della risposta del rivelatore, non possono essere registrate, e impulsi che capitano durante queste variazioni, non possono essere corretti.

Esiste però un approccio più potente, che sorpassa questo problema. Si mette in correlazione l'ampiezza V_S del segnale monocromatico dato dall'heater col valore della linea di base del sensore, V_B . Il valore di V_B (o di T_B), come detto in precedenza, è ottenuto grazie al fatto che il segnale viene acquisito con un 25% di pre-trigger, in corrispondenza della salita dell'impulso.

Se si riporta in un grafico V_S in funzione di V_B , si ottiene, generalmente, una funzione decrescente $V_S(V_B)$. Se la variazione della linea di base non è troppo grande, si può interpolare questa funzione con una retta a pendenza negativa (Vedi fig. 3.13, in cui, per generalità, si è riportata la variazione percentuale dell'ampiezza del segnale in funzione della variazione percentuale della temperatura del bolometro). Come si può intuire dal grafico, variazioni relative dell'ordine di $\sim 2 - 3 \cdot 10^{-4}$ della temperatura del bolometro sono in grado di alterare in maniera apprezzabile la risoluzione del rivelatore.

Dopo aver così ricavato la funzione $V_S(V_B)$, si sceglie in modo arbitrario un valore di riferimento della linea di base V_B^{rif} , per il quale si abbia $V_S^{rif} \equiv V_S(V_B^{rif})$. Si costruisce quindi la funzione:

$$\alpha(V_B) = \frac{V_S^{rif}}{V_S(V_B)} \quad (3.57)$$

che rappresenta il fattore moltiplicativo, tramite il quale si riporta al valore V_S^{rif} l'ampiezza V_S di impulso acquisito, quando la linea di base ha un valore diverso da V_B^{rif} .

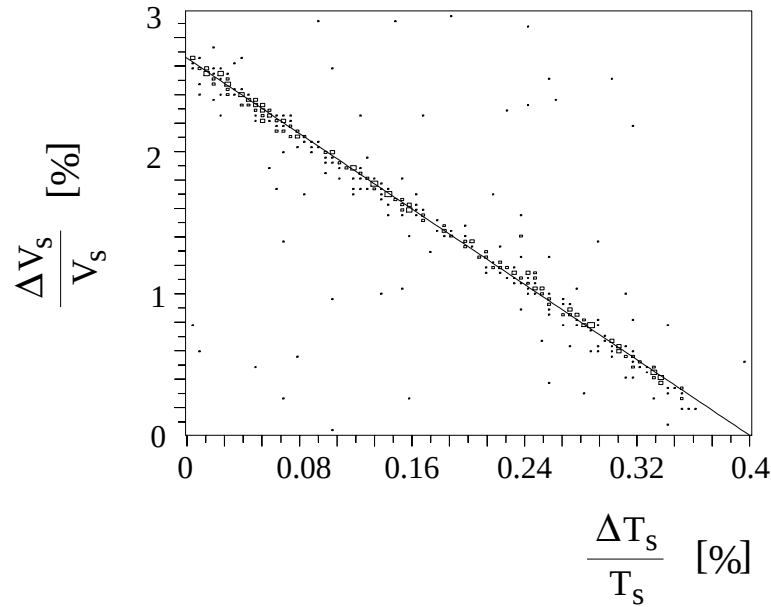


Figura 3.13: *Variazione percentuale dell'ampiezza del segnale monocromatico dell'heater, in funzione della variazione percentuale della temperatura del bolometro. Il modulo del coefficiente angolare rappresenta, con ottima approssimazione, la sensibilità A del sensore; in questo caso si ha $A \simeq 7$.*

Poiché i punti (V_B, V_S) sono distribuiti in modo “rumoroso” sulla funzione interpolatrice $\alpha(V_B)$ (come si vede in Fig. 3.13), le ampiezze “corrette” si distribuiranno intorno al valore V_S^{rif} , in accordo con la risoluzione intrinseca del rivelatore.

Ora, assumendo che la stessa funzione $\alpha(V_B)$ possa essere trasportata linearmente ad ogni energia, si possono correggere tutti gli impulsi contenuti nella n-upla (dei quali si conosce il valore della linea di base). Si produce così una nuova n-upla stabilizzata, con la quale costruire lo spettro. Se la stabilizzazione ha permesso di recuperare tutte le derivate, la risoluzione dello spettro deve essere completamente giustificata dal rumore presente nel segnale.

La stabilizzazione risulta applicabile per variazioni temporali della temperatura maggiori del tempo di sviluppo dell'impulso (~ 1 s), poichè la linea di base è considerata costante nell'intervallo di tempo di sviluppo dell'impulso; l'esperienza mostra che variazioni della temperatura del criostato (a meno di eventi “drammatici”) hanno luogo su tempi scala dell'ordine di $\sim 10 - 20$ minuti, e dunque possono essere corretti.

La potenza di questo metodo di stabilizzazione risiede nel fatto che la relazione che lega l'ampiezza dell'impulso alla temperatura è una proprietà intrinseca del rivelatore.

Questo metodo funziona indipendentemente dalla struttura temporale delle variazioni del punto di lavoro, se esse non sono troppo veloci rispetto alle costanti temporali dell'impulso.

In realtà si potrebbe pensare che la funzione di “correzione” possa dipendere dalla

Sorgente monocromatica	γ (238 keV)	γ (911 keV)	γ (2615 keV)	Heater (3033 keV)	α (5407 keV)
A	5.9 ± 1	6.2 ± 0.3	6.67 ± 0.15	6.67 ± 0.05	6.75 ± 0.05

Tabella 3.2: Valori di A (cfr. Fig. 3.13) calcolati per diverse deposizioni monocromatiche. La dipendenza dalla energia risulta, nei limiti dell'errore, trascurabile.

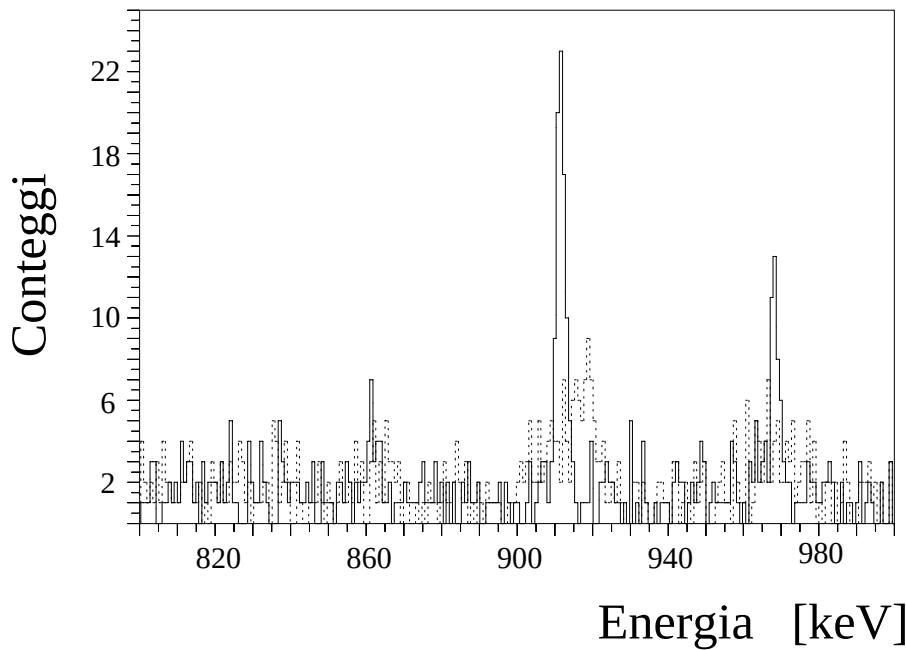


Figura 3.14: Spettro di calibrazione non stabilizzato (linea tratteggiata) e stabilizzato. I picchi osservati a 911 e 968 keV sono prodotti da raggi γ di una sorgente di calibrazione di ^{232}Th .

energia dell'impulso di calibrazione; ciò è vero, ma per piccole variazioni della linea di base tale contributo risulta trascurabile, come mostrato in Tab. 3.2. In alternativa, si potrebbe tener conto di deviazioni dalla linearità della risposta in energia del rivelatore utilizzando un set di impulsi di calibrazione, con differenti ampiezze, che coprano tutto il range dinamico.

La sostanziale differenza tra lo spettro di calibrazione non stabilizzato e quello stabilizzato è mostrato in Fig. 3.14; lo spettro si riferisce alla stessa misura, della quale si è mostrata la variazione del segnale in funzione della temperatura in Fig. 3.13.

In un run molto lungo, si possono osservare variazioni nella funzione $V_S(V_B)$ stessa; ciò probabilmente per il fatto che V_B non determina in modo univoco il punto di lavoro del rivelatore. È quindi necessario monitorare la dipendenza dalla linea di base dell'ampiezza dell'impulso tramite un funzionamento continuato dell'impulsatore: la misura è quindi divisa in piccoli segmenti di pochi giorni, e la correzione è praticata a ciascuno di essi.

3.11.5 Calibrazione e linearizzazione

Le n-uple stabilizzate, corrispondenti ad una serie di misure di fondo consecutive, sono sommate, in modo da ottenere una n-upla totale, comprensiva di molte ore di misura. Utilizzando un programma apposito, si può costruire, a partire dalla n-upla totale, lo spettro delle ampiezze degli impulsi (come numero di conteggi in funzione dell'altezza dell'impulso).

Una prima valutazione della conversione in energia dell'altezza del segnale, necessaria per ricostruire lo spettro energetico, è dedotta dalle misure di calibrazione, effettuate utilizzando sorgenti gamma (^{238}U e ^{232}Th), poste esternamente al criostato ma internamente alla schermatura. Si verifica che la relazione tra l'ampiezza dell'impulso registrato (ΔV) e l'energia rilasciata dalla particella (ovvero tra la posizione del picco nello spettro (in volt), e l'energia della riga), risulta essere non lineare.

La relazione cercata viene però generalmente determinata a partire dalle righe identificate negli spettri di fondo, utilizzando un modello fenomenologico, descritto brevemente in seguito, che tiene conto dell'origine elettrica e termica della non linearità riscontrata.

In precedenza si è visto che la relazione tra l'ampiezza del segnale in volt e l'energia E , rilasciata nell'assorbitore, ha la forma:

$$\Delta V = \frac{2R_L R}{(2R_L + R)^2} V_T A \frac{E}{CT} = \frac{2R_L R}{(2R_L + R)^2} V_T A \frac{\Delta T}{T} \quad (3.58)$$

ovvero una relazione lineare.

Questa relazione è però valida nel caso di piccoli segnali, cioè quando l'energia depositata dalla particella produce un incremento di temperatura $\Delta T \ll T$, tale che, in prima approssimazione, tutti i parametri non dipendano dall'energia E . Infatti una grande deposizione di energia cambia, naturalmente, la temperatura dell'assorbitore, e pertanto i parametri fisici; dunque ci si aspetta una deviazione dalla linearità che cresce in funzione di E . Ciò si può vedere in Fig. 3.15, dove è riportata la variazione percentuale dalla linearità, definita come $(E_{ricostruita} - E_{nominale})/E_{nominale}$, assumendo $E_{ricostruita} = Cost \cdot E_{nominale}$.

Per costruire un modello non lineare bisogna tenere conto della variazione di temperatura indotta dal rilascio di energia E .

Passando alla forma integrale, l'ultima relazione si può scrivere come

$$\Delta V = \int_{T_i}^{T_f} dV = V_T \int_{T_i}^{T_f} \frac{R(T) \cdot 2R_L}{(R(T) + 2R_L)^2} \frac{A(T)}{T} dT \quad (3.59)$$

dove T_i rappresenta la temperatura dell'assorbitore prima del rilascio di energia e T_f è la temperatura massima raggiunta dopo il rilascio.

Se si ricorda la legge di "Variable Range Hopping" e la definizione di sensibilità,

$$R(T) = R_0 e^{\left(\frac{T_0}{T}\right)^\gamma} \quad A(T) = \gamma \left(\frac{T_0}{T}\right)^\gamma \quad (3.60)$$

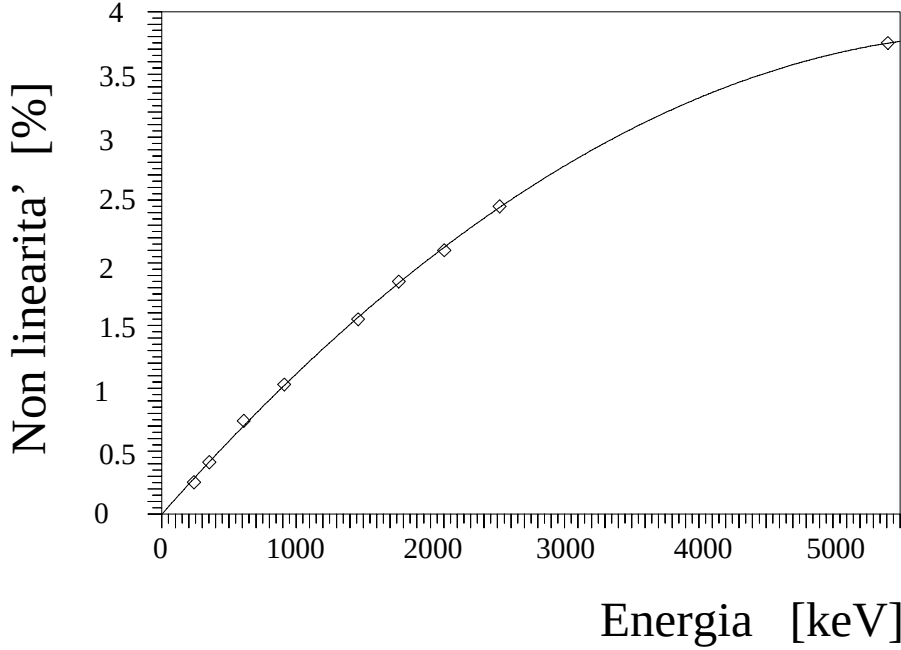


Figura 3.15: Deviazione percentuale dalla linearità per un bolometro di MiBeta. I punti sono interpolati con un polinomio di secondo grado.

si può ricavare

$$\frac{dR(T)}{dT} = R'(T) = -R(T) \frac{A(T)}{T} \quad (3.61)$$

dunque ΔV si può scrivere come

$$\Delta V = -V_T \int_{T_i}^{T_f} \frac{R'(T) \cdot 2R_L}{(R(T) + 2R_L)^2} dT = -V_T \int_{T_i}^{T_f} d \left(\frac{R(T)}{R(T) + 2R_L} \right) \quad (3.62)$$

Integrando, si può esplicitare $R(T_f)$, e si ha

$$R(T_f) = R_0 e^{\left(\frac{T_0}{T_f}\right)^\gamma} = \frac{R_L \left(\frac{R(T_i)}{R(T_i) + 2R_L} - \frac{\Delta V}{V_T} \right)}{1 - \frac{R(T_i)}{R(T_i) + 2R_L} + \frac{\Delta V}{V_T}} \quad (3.63)$$

A questo punto bisogna legare l'energia rilasciata ΔE alle temperature T_0 e T_f .

Si ha

$$E = \int_{T_i}^{T_f} C(T) dT = C_0 \int_{T_i}^{T_f} T^\alpha dT = \frac{C_0}{\alpha + 1} (T_f^{\alpha+1} - T_i^{\alpha+1}) \quad (3.64)$$

Da queste due ultime relazioni, infine, si trova la relazione che lega E a ΔV ; svolgendo i calcoli si ottiene

$$E = f(\Delta V) = \frac{C_0}{\alpha + 1} \frac{T_0^{\alpha+1}}{\left[\ln \frac{2R_L \left(\frac{R(T_i)}{R(T_i) + 2R_L} - \frac{\Delta V}{V_T} \right)}{R_0 - \frac{R_0 R(T_i)}{R(T_i) + 2R_L} + \frac{R_0 \Delta V}{V_T}} \right]^{\frac{\alpha+1}{\gamma}}} - \frac{C_0}{\alpha + 1} T_i^{\alpha+1} \quad (3.65)$$

Questa è la relazione cercata, che permette di determinare E in funzione di ΔV . Dai picchi identificati dello spettro di calibrazione sperimentale, si ricavano coppie di punti $(\Delta V, E)$ che, interpolate con $f(\Delta V)$ e lasciando liberi i parametri R_0 , α e C_0 (mentre V_B , R_L e T_0 sono fissati), permettono di costruire la “curva di non linearità” del rivelatore. Ciò è realizzato tramite un programma software che calcola, con una “routine di minimizzazione”, il valore migliore per i parametri liberi.

Si è osservato che non si riescono a ricondurre ad un’unica curva di non linearità righe corrispondenti ad interazioni gamma e righe corrispondenti ad interazioni alfa; si deve cioè distinguere, nel costruire la curva, tra particelle gamma e alfa. Esse hanno infatti comportamenti termici diversi, quando interagiscono col cristallo. A parità di energia depositata, l’altezza dell’impulso dovuto alle α è leggermente maggiore di quella dell’impulso dovuto ai γ (il rapporto γ/α risulta pari a 0.97 ± 0.003).

L’origine fisica di questo effetto non è ancora chiara. Potrebbe essere dovuto ad una differente “resa” in fononi dell’energia depositata dalle due particelle, in conseguenza di una diversa percentuale di energia intrappolata in difetti. Le particelle alfa hanno infatti un’interazione localizzata, limitata ad un piccolo volume dell’assorbitore. I raggi gamma, invece, hanno un’interazione più estesa, che spesso avviene attraverso una serie di interazioni successive e distanti, nelle quali esiste un’elevata possibilità di cedere energia a canali secondari. Inoltre la ionizzazione prodotta da una particella alfa è molto inferiore a quella prodotta da un fotone della stessa energia.

Va tuttavia osservato che, mentre è facile identificare molte righe gamma, mediante le quali calcolare la curva di linearità, le righe alfa sono molto meno numerose, e sono di difficile identificazione. Infatti per attribuire ad un picco alfa il corretto valore di energia, è necessario riuscire a distinguere le righe prodotte da contaminazioni interne o esterne al cristallo. Infatti, se il nucleo, che decade alfa è interno al cristallo, l’energia che va attribuita alla riga, che compare nello spettro, è l’intera energia di transizione (somma di quella della particella alfa e di quella del nucleo che rincula), per contaminazioni esterne, l’energia è invece quella della sola particella alfa. La differenza tra le due energie è piuttosto piccola: è dell’ordine del 2% circa.

In Fig. 3.16 è riportato il grafico dello scarto tra l’energia nominale e l’energia “ricostruita” tramite $f(\Delta V)$.

Esiste, tuttavia, un modo più semplice per linearizzare la risposta del bolometro. Esso consiste semplicemente nell’usare un fit polinomiale per interpolare i punti $(\Delta V, E)$, in modo del tutto simile a quanto fatto in Fig. 3.15.

In questo caso lo scarto tra energia nominale e energia ricostruita può essere reso molto piccolo scegliendo un polinomio di alto grado.

Si potrebbe erroneamente pensare che questo metodo sia più preciso; in realtà non è così; il vantaggio della curva di non linearità risiede nel fatto che risulta affidabile (in quanto è costruita in base al modello termico) anche in regioni dello spettro dove non si hanno righe di calibrazione, ovvero oltre il picco γ a 2615 keV del ^{208}Tl .

Tale regione di energia, accessibile solo alle particelle α , risulta di enorme interesse, in

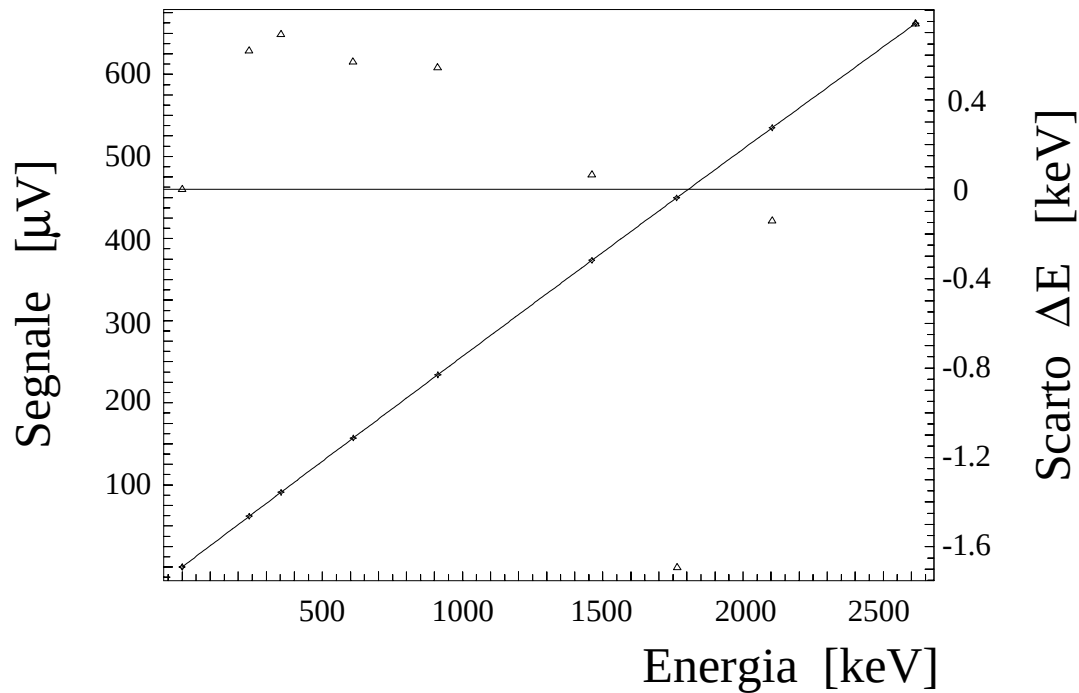


Figura 3.16: Curva di non linearità ottenuta per un bolometro. I triangoli rappresentano la differenza tra l'energia nominale della riga e l'energia ad essa attribuita mediante tale curva.

quanto, dalla identificazione dei picchi α , si possono avere utili informazioni riguardo alle contaminazioni in ^{235}U , ^{238}U e ^{232}Th dei cristalli, e, dunque, si può meglio interpretare lo spettro di fondo. Lo scotto da pagare è un errore sistematico sulla calibrazione assoluta in energia, dell'ordine di ~ 0.5 keV, che risulta però abbastanza trascurabile.

3.11.6 Segnali in coincidenza

Il programma con cui si stabilizzano e linearizzano gli spettri, permette anche lo studio delle coincidenze tra impulsi di uno stesso rivelatore o, nel caso di più rivelatori, di coincidenze incrociate. Ciò risulta uno strumento piuttosto utile nello studio del fondo radioattivo.

3.12 Studio del fondo radioattivo

Lo studio dello spettro di fondo ha lo scopo di riconoscere e localizzare le contaminazioni, che sono causa della radioattività misurata dal rivelatore. L'analisi dello spettro di fondo è articolata in più punti:

- interpolazione gaussiana delle righe presenti nello spettro, e analisi dell'andamento temporale dei conteggi, presenti nelle diverse righe. Da posizione e andamento nel tempo dei conteggi relativi ad una determinata riga, si cerca di risalire al radioisotopo che l'ha generata;

- simulazione di Montecarlo dello spettro che verrebbe prodotto da contaminazioni di tipo differente, presenti nei materiali che circondano o costituiscono il rivelatore stesso. In particolare si sono simulate contaminazioni di ^{238}U e ^{232}Th in differenti parti del rivelatore e del criostato. Per ciascuna posizione, lo spettro, generato col metodo di Montecarlo, consente di calcolare l'efficienza del rivelatore, relativamente alle righe gamma delle catene di U e Th. Dal confronto tra spettro simulato e spettro misurato, sia relativamente al fondo continuo, che alle righe, è possibile localizzare e quantificare le contaminazioni responsabili del fondo radioattivo del bolometro;
- studio delle coincidenze e dei segnali doppi. Per l'identificazione delle contaminazioni radioattive, è interessante verificare, per esempio, se esistono segnali in coincidenza con quelli di una determinata riga. Si cercano sia coincidenze pronte, nell'ambito di una stessa finestra temporale, sia coincidenze ritardate. Nel caso di più rivelatori, oltre a cercare eventi in coincidenza in uno stesso rivelatore, è utile studiare anche le coincidenze tra rivelatori differenti.

3.13 Limiti al tempo di dimezzamento per il Decadimento Doppio Beta

I due isotopi del Te, candidati al DDB 0ν , sono il ^{128}Te e il ^{130}Te .

Il primo ha energia di transizione bassa (868 KeV): la riga del DDB 0ν e lo spettro continuo, corrispondente al decadimento DDB 2ν , si trovano quindi in una regione energetica dove il fondo è alto.

L'energia di transizione del ^{130}Te , è considerevolmente maggiore: la riga dovuta al DDB 0ν è infatti a 2528 keV. In tale regione energetica il fondo radioattivo è relativamente basso. Lo spettro continuo dovuto al DDB 2ν , che si estende fino a 2528 keV con massimo attorno 843 keV, è invece sovrapposto ad un fondo di conteggi piuttosto alto.

Si descriverà solo il metodo di analisi adottato per la determinazione del tempo di dimezzamento per DDB 0ν del ^{130}Te .

Il segnale del DDB 0ν è cercato analizzando lo spettro di fondo, in una regione centrata sull'energia a cui è aspettata la riga del DDB 0ν , e avente un'ampiezza molto maggiore della risoluzione. Se si osservasse una riga a 2528 KeV, si potrebbe stimare il valore del tempo di dimezzamento, calcolando il numero di conteggi di segnale presenti. Nel caso, invece, in cui non sia presente una chiara indicazione dell'esistenza di eventi di DDB, si deve valutare il limite per il tempo di dimezzamento, sulla base della sensibilità raggiunta dalla misura. In entrambi i casi è necessario valutare il fondo radioattivo nella zona di interesse, e quindi ricavare l'eventuale numero di conteggi di effetto, all'energia a cui è cercato il segnale.

Si utilizza un programma software, che prende come dati di ingresso lo spettro di fondo totale dell'esperimento ed il valore stimato, per la risoluzione energetica, nella regione dello spettro da analizzare. Si assume che la risoluzione sia pari a quella misurata sulle righe

più vicine a quella del DDB0 ν : la riga a 2615 KeV (dovuta al ^{208}Tl) e quella a 2448 KeV (del ^{214}Bi). La regione energetica, solitamente scelta per l'analisi, è quella compresa tra questi due picchi. In essa non sono evidenti altri picchi, ed il fondo appare lineare.

Utilizzando il metodo della Massima Verosimiglianza, si estrapola il fondo radioattivo sottostante alla riga del DDB0 ν , partendo dai dati relativi alle zone adiacenti nello spettro. Si assume che la riga corrispondente al DDB0 ν sia di tipo gaussiano e che nella regione di interesse sia valida la statistica di Poisson. Minimizzando la funzione di Massima Verosimiglianza si ricavano i parametri, utilizzati per la rappresentazione del fondo e, nel caso in cui sia osservato un segnale di DDB, il numero di conteggi di tale effetto.

In assenza di un segnale significativo si determina il limite superiore per il numero di conteggi, al desiderato livello di confidenza, e da questo si risale, noti il tempo di misura, il numero di isotopi candidati al DDB contenuti nel bolometro e l'efficienza per la rivelazione dell'evento, al limite sulla vita di dimezzamento del ^{130}Te per DDB0 ν .

L'efficienza, per un rivelatore bolometrico (che è un rivelatore omogeneo), è funzione del volume fiduciale. Questo è determinato utilizzando una tecnica Montecarlo. Si generano elettroni (con distribuzione uniforme nell'assorbitore) con uno spettro uguale a quello previsto per gli elettroni emessi nel DDB0 ν e si fanno propagare nel rivelatore. Si calcola quindi la frazione di eventi in cui entrambi gli elettroni si arrestano nel bolometro: questa risulta essere l'efficienza.

Nel caso dell'array di 20 bolometri, per calcolare il limite complessivo, ottenuto nell'esperimento, si introduce una funzione di Massima Verosimiglianza indipendente per ciascun rivelatore (ossia fondo ed area del picco sono espressi con parametri differenti per ogni bolometro); si calcola poi il limite minimizzando il prodotto di tutte le funzioni di Massima Verosimiglianza.

3.14 Apparato sperimentale

Introduciamo ora brevemente l'apparato sperimentale che rende possibile il funzionamento dei bolometri fino ad ora descritti. Gli apparati sperimentali utilizzati per gli esperimenti MiBeta e Cuoricino sono situati nelle sale A e C dei Laboratori Nazionali del Gran Sasso. In sala A è situato l'esperimento MiBeta vero e proprio mentre in sala C si trova il laboratorio di ricerca e sviluppo in cui vengono messi a punto i rivelatori che verranno utilizzati per il nuovo esperimento Cuoricino (che sostituirà MiBeta a partire da aprile 2002). I due apparati, pur essendo ottimizzati per scopi diversi, sono sostanzialmente simili. Si tratta infatti di due criostati a diluizione realizzati dalla Oxford Instruments dei relativi apparati. In queste pagine ci limiteremo a evidenziarne i principi di funzionamento generali, lasciando ai capitoli successivi il compito di indicare ove necessario, le caratteristiche peculiari di ciascun apparato.

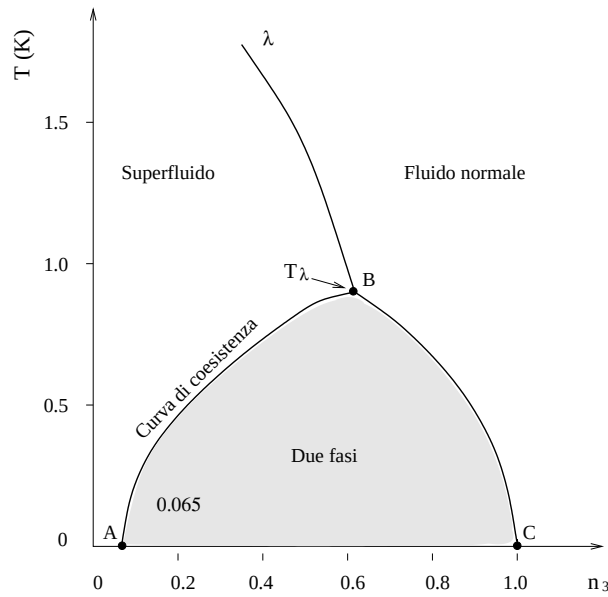


Figura 3.17: Diagramma delle fasi per la miscela ^3He , ^4He . Sulle ascisse è riportata la concentrazione relativa di ^3He

3.14.1 Criostati a diluizione

I due criostati in dotazione all'esperimento MiBeta sono stati realizzati come detto dalla Oxford Instruments con materiali aventi le seguenti caratteristiche:

- contaminazione inferiore a 100 mBq/kg per materiali usati in quantità inferiori al kg;
- contaminazione inferiore a 10 mBq/kg per materiali usati in quantità superiori al kg;

Il refrigeratore a diluizione $^3\text{He}/^4\text{He}$ è un particolare tipo di refrigeratore, che sfrutta le proprietà della miscela fatta da ^3He ed ^4He .

Come si può vedere da fig. 3.17, ad una temperatura di 870 mK (corrispondente alla temperatura di intersezione delle tre curve) la miscela forma una sola fase, in cui sono possibili tutte le concentrazioni di ^3He . Sotto questa temperatura, detta T_λ si separano due fasi, una più diluita ed una più concentrata in ^3He , a seconda di dove la retta $T = \text{cost}$ interseca la curva di coesistenza nel grafico. Poichè le due fasi hanno differente entalpia (e precisamente l'entalpia dell' ^3He nella fase diluita è maggiore che in fase concentrata), il trasferimento di ^3He dalla fase concentrata alla fase diluita genera refrigerazione. Il "calore di mixing" è infatti dato da [54]:

$$\dot{Q} = \dot{n}_3 [H_d(T) - H_c(T)] \approx 84 \dot{n}_3 T^2 \quad [W] \quad (3.66)$$

per $T < T_F$ (Temperatura di Fermi, ossia temperatura sotto la quale il liquido può essere trattato come un gas di Fermi) che, per la fase diluita al 6.5%, è pari a ~ 40 mK. Da questa

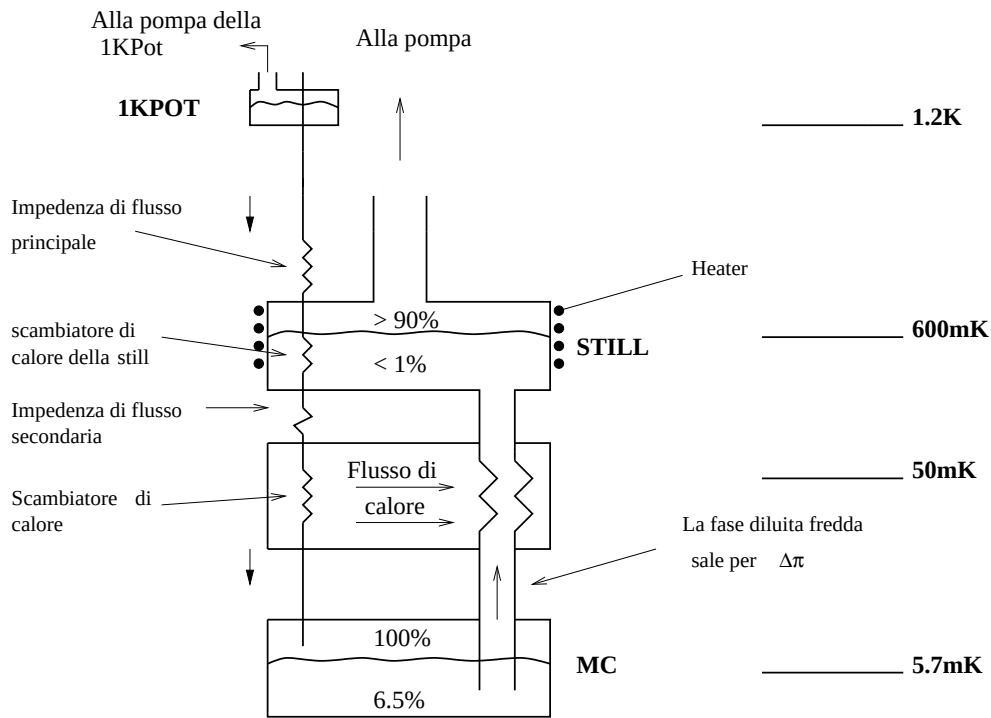


Figura 3.18: Schema semplificato di un refrigeratore a diluizione ${}^3\text{He}/{}^4\text{He}$

equazione si capisce facilmente che, trasferendo atomi di ${}^3\text{He}$, ad un rate molare di flusso $\dot{n}_3$, dalla fase concentrata alla fase diluita di una miscela separata in fasi, il raffreddamento risulterà in accordo con la differenza di entalpia delle due fasi e proporzionale al flusso di miscela trasferito. I refrigeratori a diluizione dell'esperimento in questione hanno potere refrigerante $\dot{Q}$ pari a $1000 \mu\text{W}$ a 100 mK per quello in sala A e $200 \mu\text{W}$ a 100 mK per quello in sala C.

Il funzionamento di un refrigeratore a diluizione si può comprendere guardando la fig. 3.18.

Il punto più freddo del criostato è la “camera di miscelamento” (Mixing Chamber), dove, ad una temperatura di circa $5\text{--}7 \text{ mK}$, coesistono le due fasi separate della miscela ${}^3\text{He}\text{--}{}^4\text{He}$: quella concentrata in ${}^3\text{He}$ (corrispondente al punto C in fig. 3.17) si trova nella parte superiore (essendo la più leggera) mentre quella diluita (corrispondente al punto A in fig. 3.17) è nella parte inferiore. La zona della fase diluita della MC è connessa tramite un tubo al “distillatore” (Still), tenuto attraverso dei “riscaldatori” (Heaters) ad una temperatura di circa 700 mK (la miscela si trova quindi nel punto B della curva di coesistenza). A questa temperatura la tensione di vapore dell' ${}^3\text{He}$ è circa 1000 volte superiore a quella dell' ${}^4\text{He}$ e quindi dalla miscela diluita nello Still evapora ${}^3\text{He}$ praticamente puro. In queste condizioni il sistema è in equilibrio, perché la pressione osmotica nella MC e nello Still sono uguali. Se però dallo Still viene pompato via il gas di ${}^3\text{He}$, si induce una differenza tra le due pressioni osmotiche, provocando un flusso maggiore di ${}^3\text{He}$ dalla fase diluita

della MC verso lo Still.

La concentrazione di ^3He nella fase diluita della MC viene mantenuta costante da atomi di elio che continuano ad attraversare la linea di separazione di fase da concentrata a diluita nella MC stessa, producendo così raffreddamento a causa del calore di mixing.

L' ^3He in uscita dallo Still, viene pompato verso il canale di condensazione, dove il gas in ingresso subisce:

- un preraffreddamento nel “Bagno Principale” (Main Bath), contenente elio liquido ad una temperatura di 4.2 K;
- viene poi condensato in una camera (1KPot) riempita di ^4He , pescato dal bagno principale, e mantenuta a 1.2 K da una pompa (Pompa della 1KPot);
- passa attraverso una impedenza di flusso principale grazie alla quale si stabilisce una pressione sufficiente (30 – 200 mb) tale che l' ^3He entrante condensi davvero a 1.5 K;
- a questo punto l' ^3He condensato fluisce attraverso uno scambiatore di calore che è in contatto termico con lo Still ad una temperatura di ~ 700 mK;
- uscendo dallo Still incontra un'impedenza di flusso secondaria che serve ad evitare la rievaporazione dell' elio;
- in seguito fluisce attraverso una serie di scambiatori di calore che lo preraffreddano ad una temperatura sufficientemente bassa, prima che entri nella fase concentrata della MC.

A questo punto il circuito si chiude (siamo tornati al punto C sul grafico di fig. 3.17) e ne risulta un lavoro complessivo (e quindi un Potere Refrigerante) pari all'area racchiusa nella curva A-B-C.

Capitolo 4

L'esperimento MiBeta

Introduzione

In questo capitolo verrà presentato il run conclusivo dell'esperimento MiBeta per la misura del doppio decadimento beta senza emissione di neutrini, montato nel criostato a diluizione situato nella sala A dei Laboratori Nazionali del Gran Sasso.

L'esperimento, che è costituito da 20 cristalli di TeO_2 è stato rimontato in una nuova configurazione a partire da gennaio 2001 con il doppio obiettivo di proseguire la misura e di fare un test di grandi dimensioni per Cuoricino. Saranno di seguito illustrate le modifiche apportate ai rivelatori e le loro ragioni, mostrando dove e perché si sono rivelate utili.

Verranno infine presentati i risultati più recenti dei limiti sulla vita media del $\text{DDB}0\nu$ del ^{130}Te e sulla massa del neutrino.

4.1 La nuova configurazione

Nei primi mesi del 2001 l'esperimento MiBeta è stato completamente smontato e rimontato dopo quasi 4000 ore di misura a partire dall'aprile 1998. Tutti i cristalli costituenti la massa rivelante sono stati rimontati in una nuova configurazione basata sul progetto di Cuoricino, l'esperimento che costituirà l'evoluzione di MiBeta. Come illustrato nel capitolo precedente si tratta di cristalli di TeO_2 da $3 \times 3 \times 6 \text{ cm}^3$. Prima di introdurre il nuovo setup ripercorriamo brevemente i risultati fin qui ottenuti.

4.1.1 I risultati precedenti

Da un punto di vista tecnico, l'esperimento ha dimostrato che è possibile far funzionare un insieme di 20 rivelatori criogenici di grande massa come un unico rivelatore. Nella tabella 4.1, in cui sono riportate le prestazioni relative ai singoli cristalli in una situazione tipica, si può notare una buona uniformità di valori, indice del fatto che il livello di riproducibilità raggiunto nella costruzione dei rivelatori è buono. Va tuttavia detto che talvolta si sono

<i>RIV.</i>	R_b [$M\Omega$]	T [mK]	A [$\mu V/MeV$]	τ_D [ms]	FWHM @ 2615 [keV]	FWHM <i>F.O.</i> [keV]
1	133	12.3	330	250	7.4	2.3
2	80	11.8	200	220	5.7	3.3
3	130	11.9	300	355	16.2	8.6
4	133	12.4	285	135	6.9	2.4
5	95	12.9	190	180	8.4	3.7
6	148	11.7	230	235	5	3.1
7	89	12.4	210	140	10.5	2.7
8	117	12.1	350	160	6.9	6.7
9	187	11.5	420	150	5.7	3
10	140	12.8	390	345	4.8	3.8
11	296	10.8	385	120	9.1	2.2
12	86	12.1	320	235	8.2	1.8
13	67	13.1	160	125	7.9	2.8
14	61	12.7	210	215	6.4	2.2
15	55	13	130	230	8.9	2.4
16	81	12.7	200	205	5.8	2
17	108	12.4	310	160	8.5	1.9
18	152	13.5	240	265	9	3
19	56	13.6	200	210	5.5	2.2
20	98	12.8	225	130	5.6	2.3
Media	115	12.4	265	200	7.6	3.1

Tabella 4.1: *Prestazioni dei 20 rivelatori del sesto run della vecchia configurazione dell'esperimento MiBeta.*

avute dispersioni maggiori nei parametri di funzionamento dei diversi bolometri e nella loro risposta termica.

Le temperature di esercizio sono piuttosto omogenee e vicine al valore ottimale per ciascun rivelatore, che si ottiene cercando il punto di lavoro che massimizzi il rapporto segnale-rumore. Le resistenze R_b dei 20 bolometri sono quelle misurate alle rispettive temperature di funzionamento; la grandezza A è l'ampiezza del segnale di tensione prodotto da una particella di 1 MeV di energia. Per quanto riguarda le risoluzioni infine, il primo dato è la FWHM della riga del ^{208}Tl a 2615 keV, ottenuta, per ciascun rivelatore, da una calibrazione con una sorgente di ^{238}U e di ^{232}Th posta esternamente al criostato, mentre il secondo rappresenta la risoluzione “sulla linea di base”, ottenuta applicando il filtro ottimo ai *set* di linee di base acquisiti per ciascuno dei rivelatori (della tecnica del filtro ottimo parleremo più avanti).

Gli spettri dei singoli rivelatori vengono stabilizzati, come osservato nel capitolo precedente, per ridurre gli effetti delle derive termiche, piccole ma inevitabili, e calibrati prima di essere sommati. Uno spettro somma, ottenuto da una calibrazione, è riportato in figura (4.1): la risoluzione sulle diverse righe cresce con l'energia, secondo un andamento che non è facile spiegare completamente, ma che in buona parte è dovuto alle fluttuazioni di guadagno dei rivelatori, conseguenza delle instabilità termiche, non del tutto eliminabili. Si va comunque dai 3.2 keV di FWHM per la riga γ a 609 keV del ^{214}Bi , fino agli 8.1 keV per quella del ^{208}Tl a 2615 keV, un'energia molto vicina alla transizione $\beta\beta$ senza neutrini.

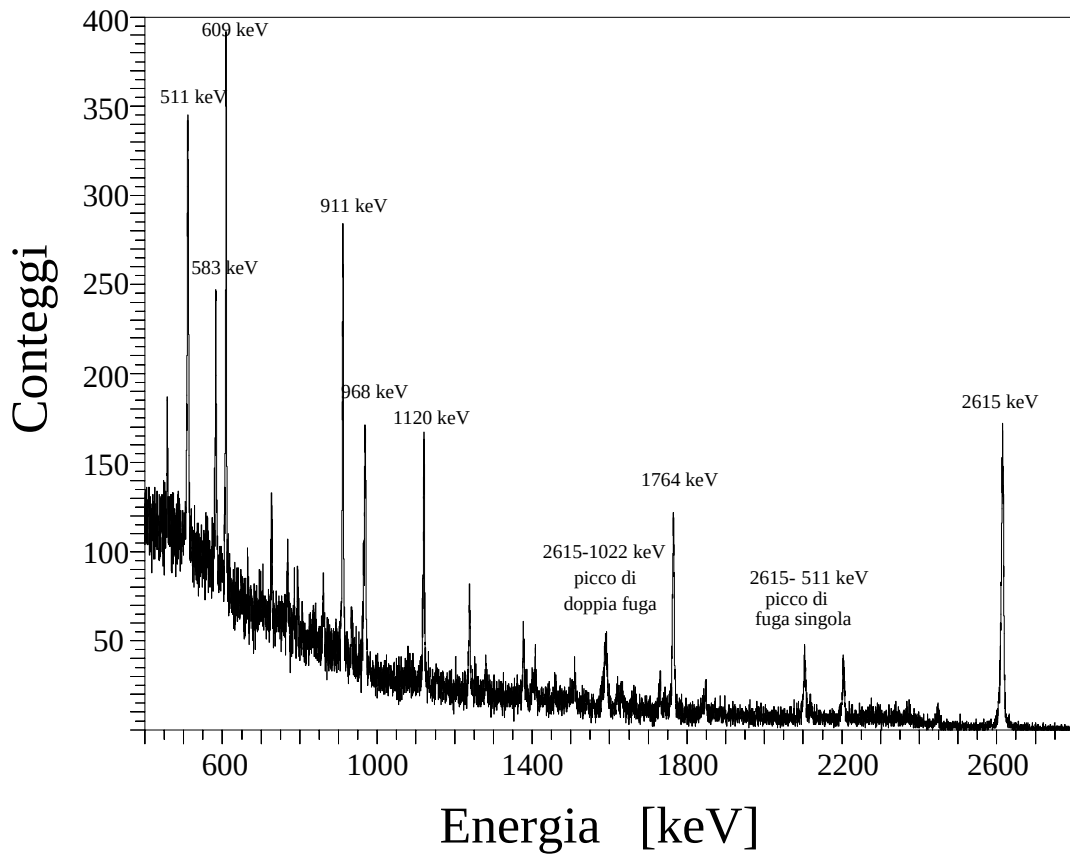


Figura 4.1: Lo spettro somma di una calibrazione durata 70 ore, con una sorgente di ^{238}U e di ^{232}Th .

La figura (4.2) mostra invece lo spettro di fondo risultante da 63000 ore $\times$ cristallo. La risoluzione sulla riga del ^{208}Tl è appena peggiore rispetto allo spettro di calibrazione, e risulta di 9.5 keV. Il fondo nella regione del doppio decadimento beta senza neutrini è di circa 0.5 conteggi/keV/kg/anno ed è dovuto in buona parte alle particelle α degradate in energia, prodotte dai decadimenti delle catene dell'uranio e del torio, con energie di

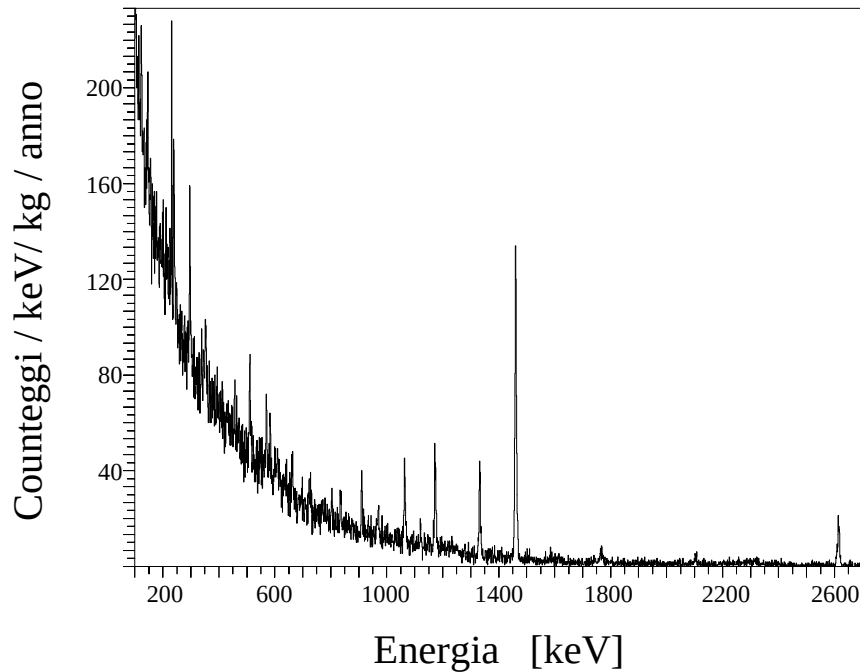


Figura 4.2: Lo spettro di fondo nella regione γ , ricavato in circa 63000 ore $\times$ cristallo di tempo di misura, dall'esperimento MiBeta

transizione più grandi di quella del $\text{DDB0}\nu$. Il contributo dei γ del ^{208}Tl infatti, si può stimare, come vedremo, in circa $1/3$ del fondo α : è un contributo relativamente piccolo, dal momento che l'energia del $\text{DDB0}\nu$ si trova proprio nella zona tra la spalla Compton e il picco a 2615 keV.

È importante sottolineare che se la contaminazione α fosse esclusivamente interna ai cristalli, darebbe luogo a righe ben definite, ad energie corrispondenti a quelle di transizione, dato che un rivelatore calorimetrico è sensibile anche all'energia del nucleo che rincula. Una contaminazione sulla superficie dei cristalli, entro uno strato di pochi μm , o sulle superfici dei materiali ad essi affacciate invece, è invece in grado di generare un fondo continuo, poiché le particelle α rilasciano nel rivelatore solo una frazione della loro energia.

Analogamente questo avviene per contaminazioni sulla superficie del holder, laddove le particelle α giungono sul rivelatore dopo aver rilasciato parte della loro energia sul rame della torre.

L'analisi degli eventi registrati in coincidenza su coppie di cristalli ha rivelato che almeno una parte del continuo α è dovuto ad una contaminazione superficiale dei cristalli. Tale ipotesi trova anche sostegno nei risultati di misure di radioattività sulle polveri di lappatura impiegate nella produzione dei cristalli stessi, che rivelano contaminazioni in U e Th. Inoltre dati molto incoraggianti sono venuti da prove effettuate sui rivelatori di

Cuoricino, di cui parleremo nel prossimo capitolo, nelle quali si è ottenuta la scomparsa dei picchi α sopra i 3 MeV, grazie ad una “pulitura” delle superfici dei cristalli.

4.1.2 Modifiche

Le considerazioni appena fatte unite alle necessità di realizzare un nuovo esperimento di dimensioni maggiori, Cuoricino, e con la prospettiva di arrivare ad un esperimento di dimensioni ancora maggiori, di più di un ordine di grandezza, CUORE (a cui accenneremo nel prossimo capitolo), hanno spinto ad individuare le seguenti linee guida nel realizzare le modifiche per la nuova configurazione:

- Lucidare le superfici dei cristalli in modo da rimuovere le contaminazioni introdotte dal trattamento effettuato in Cina e da eventuali contaminazioni successive.
- Pulire le superfici del rame per diminuire le contaminazioni radioattive dovute al processo di lavorazione e minimizzare la reattività di tali superfici che può portarle a legarsi chimicamente con atomi o molecole di materiali contaminanti (tipicamente nuclidi figli del radon, in particolare ^{210}Pb) presenti in aria.
- Diminuire il teflon nella prospettiva di aumentare la superficie affacciata dei cristalli per l'anticoincidenza (che sarà determinante in CUORE).
- Diminuire le dimensioni della torre per poter aumentare la schermatura da eventuali sorgenti esterne di radioattività (gamma di bassa energia, raggi x, ecc.).

4.1.3 Nuovo holder

Il nuovo holder per l'esperimento MiBeta è stato realizzato avendo come obiettivi principali quello di ridurre le dimensioni totali della torre per poter inserire un nuovo schermo di piombo intorno ad essa e quello di aumentare la frazione della superficie del singolo cristallo che è affacciata ad un altro cristallo. Ci si è inoltre mossi nella direzione di avere la possibilità in futuro, con la torre di Cuoricino, di affiancare ad essa altre strutture analoghe consentendo ai cristalli di essere affacciati non solo verso l'interno della torre ma anche verso l'esterno (come è previsto nel progetto di CUORE, cfr. par. 5.1).

La rivelazione dei segnali in coincidenza è infatti molto importante, in prospettiva, per quanto riguarda la riduzione del fondo radioattivo. Questa tecnica permette infatti di discriminare eventi α o β derivanti da contaminazioni superficiali su cristalli affacciati nonché eventi prodotti da interazioni multiple di un γ su diversi cristalli. Questo tipo di eventi costituisce buona parte del fondo continuo sulla misura, costituito cioè non da righe ben definite ma da impulsi distribuiti ad ogni energia.

In figura 4.3 sono messe a confronto la vecchia configurazione di torre e criostato e la nuova, con i dettagli delle modifiche apportate. In figura 5.8 sono invece messi a confronto i moduli fondamentali di ciascuna struttura. Si può notare immediatamente che la maschera di teflon che sostiene il cristallo in fig. *a*, che funge da connessione termica tra

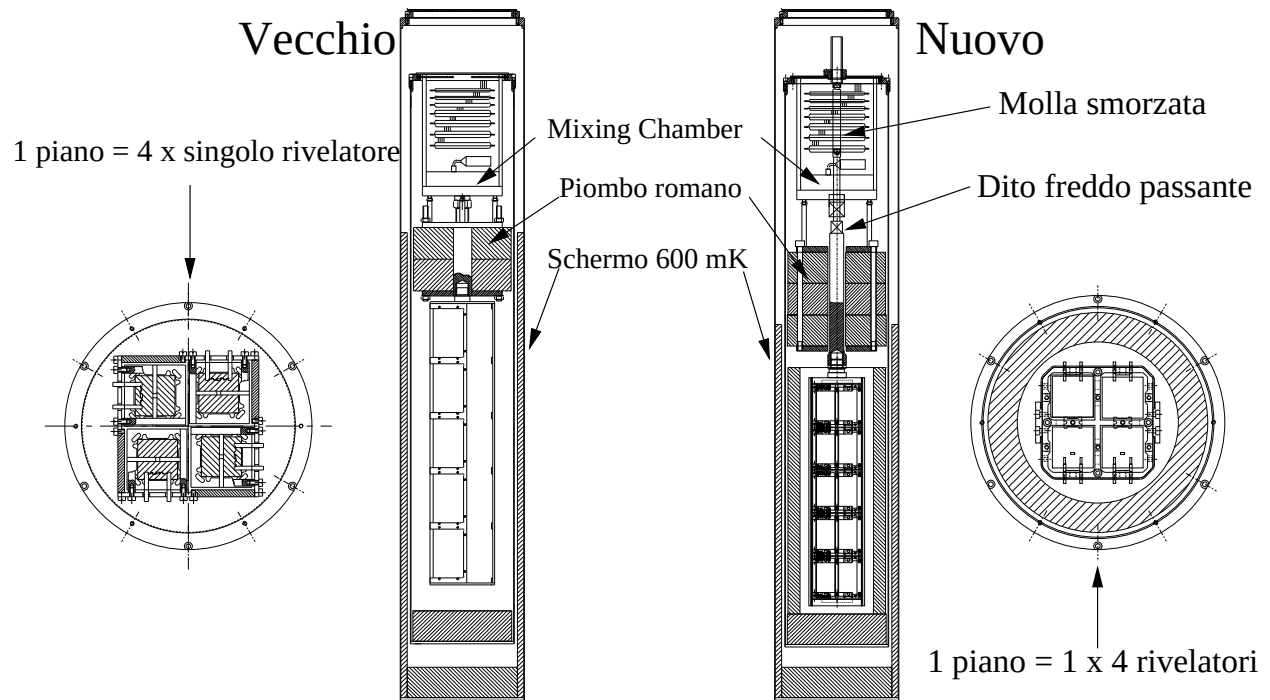


Figura 4.3: Confronto fra vecchia e nuova configurazione

l'assorbitore e il bagno, oscura una superficie abbastanza grossa ($\sim 10\%$) delle facce piccole ($3 \times 3 \text{ cm}^2$) dei cristalli, nonché una frazione comunque apprezzabile delle facce laterali. Si osserva inoltre come sia impossibile per la struttura del modulo poter affacciare un cristallo esternamente alla torre; le coperture in rame sono infatti inscindibili dal supporto. Da figura *b* appare immediatamente evidente invece come la nuova configurazione abbia eliminato entrambi questi problemi.

La nuova torre è stata realizzata in maniera molto più compatta. I moduli fondamentali non sono più costituiti dal singolo rivelatore ma da piani di 4 rivelatori tenuti da un'unica struttura in rame. I cinque differenti piani sono poi uniti insieme da barre di rame che corrono lungo i fianchi della torre e rendono rigida la struttura. Le coperture esterne (che servono ad evitare che i cristalli “vedano” lo schermo a 50 mK) sono semplici lastre di rame piegate a forma di C e appositamente forate per consentire i contatti elettrici. È stato inoltre introdotto un nuovo tipo di contatto tra i fili di costantana tramite cui si acquisisce il segnale e i fili d'oro di termistori e heaters realizzato tramite pin di rame crimpati direttamente sui fili (particolare visibile in figura *b*). Questo ha consentito di eliminare completamente dall'interno della torre le saldature a indio, materiale costituito in prevalenza da un isotopo a vita media lunga (^{115}In $4.41 \cdot 10^{14}$ anni, a.i. 95,72%).

Il problema dei supporti in teflon è stato risolto sostituendo le maschere con piccoli

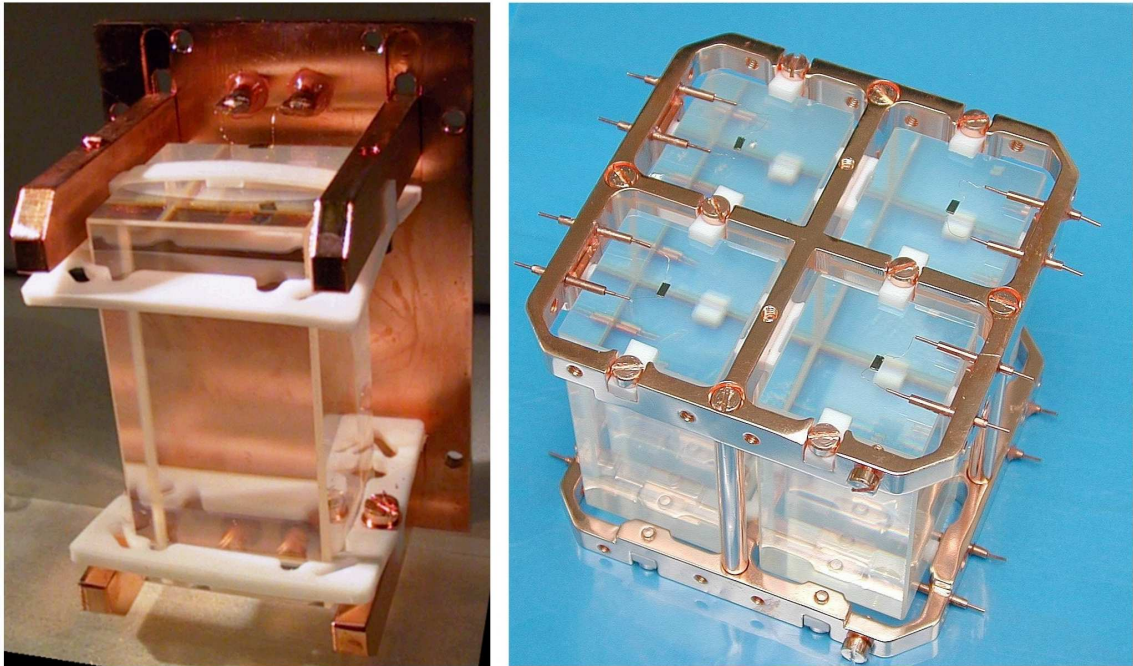


Figura 4.4: Confronto tra il modulo a un cristallo (a) della vecchia configurazione e il modulo a quattro cristalli (b) della nuova configurazione dell'esperimento MiBeta.

martelletti a forma di L e T che premono sul cristallo in 4 punti mentre il cristallo è bloccato da uno spintore a vite contro una molla a farfalla, ambedue in teflon. Questa configurazione ha il vantaggio di contenere un quantitativo molto minore di teflon, rendendo trascurabile la frazione delle superfici del cristallo “oscurata”.

La soluzione adottata per le coperture laterali consentirà inoltre in Cuoricino, una volta tolte le coperture, di affiancare altre torri alla prima in modo che i cristalli siano affacciati anche verso l'esterno della torre (cfr. 5.1).

Inoltre le dimensioni ridotte della nuova torre hanno consentito di inserire un ulteriore schermo di piombo romano di 2 cm che circonda la torre lateralmente, nonché uno schermo aggiuntivo di 5 cm di spessore sopra la torre stessa (vedi figura 4.3).

Molti di questi accorgimenti, come già osservato, non sono finalizzati al proseguimento dell'esperimento MiBeta ma sono concepiti come test per Cuoricino. Come vedremo infatti nel prossimo capitolo, il lavoro di ricerca e sviluppo svolto nel laboratorio situato nella sala C dei LNGS ha due soli limiti:

- La scarsa sensibilità nella zona di interesse del doppio decadimento beta dovuta alla minor radiopurezza dei materiali con cui è stato realizzato il criostato e alla minor efficacia dello schermo di piombo esterno (fatto che come vedremo non è in realtà limitante ma che richiedeva comunque una verifica).
- L'impossibilità, date le dimensioni del criostato di realizzare test con un numero

elevato di cristalli.

Ad ambedue questi problemi si è voluto ovviare nell'ultimo anno (2001), durante il quale si è proceduto alla messa a punto dei dettagli per la costruzione di Cuoricino e si è cominciata la produzione dei bolometri, utilizzando l'intero esperimento MiBeta come un grande test in prospettiva futura.

Naturalmente questo non ha leso ma ha anzi aumentato le potenzialità di quella che è, già oggi la più grande massa criogenica bolometrica in attività.

4.1.4 Pulizia dei cristalli

Le superfici dei cristalli montati come bolometri nell'esperimento sono state trattate direttamente in Cina in fase di produzione ed i cristalli sono giunti a noi con superfici di ottima qualità ottica (attività nella quale lo Shanghai Institute of Ceramics ha grande esperienza). In fase di rimontaggio tutti i cristalli dell'esperimento MiBeta sono stati lappati di nuovo con polveri pulite. L'operazione è stata svolta "in casa" dai gruppi di Milano e dei LNGS utilizzando una tipica macchina da lappatura dotata di un disco di metallo che ruota con velocità costante (tipicamente tra 100 e 200 giri al minuto). Sulla parte rotante della macchina viene appoggiato il cosiddetto panno da lappatura, un disco spesso circa 1 mm di nylon o di altro materiale plastico, sul quale viene posta una polvere in soluzione acquosa. Quando sul disco viene premuto manualmente un cristallo le polveri spostate dal movimento rotatorio del disco portano via materia dal cristallo rendendolo, in funzione delle dimensioni dei granuli della polvere usata, più o meno liscio. La procedura adottata, dopo varie prove, è stata quella di lappare i cristalli prima con polveri da $7\text{ }\mu\text{m}$, per togliere un grosso strato del cristallo (tra 40 e $70\text{ }\mu\text{m}$) e con esso la maggior parte delle contaminazioni, e poi con polveri da $0.7\text{ }\mu\text{m}$ per garantire la qualità ottica delle superfici che, pur non essendo necessaria in generale per il funzionamento del bolometro, è utile per ottenere una buona connessione termica cristallo termistore tramite colla, come hanno dimostrato test condotti appositamente. Tutte queste operazioni sono state condotte nella camera pulita classe 1000 dei LNGS, mantenendo i cristalli esposti all'aria, e quindi alle contaminazioni da radon, per il minor tempo possibile (tipicamente un giorno). I cristalli sono stati poi conservati fino al momento del montaggio in atmosfera di azoto nel tunnel sotterraneo dei laboratori.

4.1.5 Pulizia del rame

Dopo diversi test è stata trovata una tecnica affidabile e riproducibile per pulire le superfici di rame, che include lucidatura, attacco chimico e passivazione del rame, che era stata sviluppata ed eseguita dai Laboratori Nazionali di Legnaro dell'INFN per la pulizia di cavità risonanti per gli acceleratori. L'esperienza del gruppo di Legnaro in questo campo garantisce un'ottima riproducibilità delle procedure oltre ad aprire ad eventuali possibilità di miglioramento selezionando per esempio materiali per trattamento a più bassa contaminazione radioattiva.

4.2 Microfonismo meccanico: il problema dell'appendimento

Come osservato nel capitolo 3 il microfonismo meccanico costituisce attualmente una delle maggiori fonti di rumore dell'apparato sperimentale. La nuova configurazione ha fatto assumere a questo problema una rilevanza drastica per l'esperimento.

Infatti per ovviare a questo problema già da molto tempo vengono testati in fase di ricerca e sviluppo metodi e accorgimenti per disaccoppiare i rivelatori meccanicamente dal resto della struttura sperimentale. La soluzione più efficace si è rivelata quella di filtrare le vibrazioni con una molla smorzata.

Nel montare il nuovo array di cristalli si è tuttavia scelta l'opzione più conservativa agganciando il montaggio direttamente alla Mixing Chamber (MC) tramite il cosiddetto dito freddo, un lungo tubo di rame che parte dalla MC e termina sotto il piombo di schermo. Un maschio filettato di rame posto direttamente sulla testa della torre va ad avvitarsi al dito freddo; in questo modo la torre è agganciata direttamente al punto più freddo dell'criostato e la sua temperatura può essere variata e portata ad un valore più elevato del minimo dissipando potenza sul holder o sulla MC stessa mediante resistenze opportune.

Questa scelta, identica a quella fatta per la vecchia configurazione (come si può vedere in figura 4.3) si è rivelata purtroppo non funzionante. Infatti si è osservato immediatamente (appena raffreddato) che il microfonismo meccanico produceva un rumore estremamente più alto rispetto alla configurazione precedente (mediamente un fattore 100), tale da rendere impossibile l'utilizzo dei cristalli come bolometri.

Le cause dell'intensità di questo rumore non sono state fino ad ora completamente capite; certamente vi è una molto maggiore influenza reciproca dei cristalli l'uno sull'altro (e quindi anche delle loro oscillazioni termiche), essendoci nella nuova struttura molto maggiori legami tra i cristalli (ad esempio vi sono martelletti in teflon in comune a due cristalli). Probabilmente influisce anche il fatto che il nuovo tipo di strutture in teflon non consentono una buona riproducibilità e affidabilità del montaggio. Ulteriori osservazioni in merito le faremo nel prossimo capitolo.

4.2.1 La molla

La soluzione immediata adottata nell'aprile di quest'anno è stata la seguente: si è riaperto il criostato e inserito circa a metà del dito freddo una molla di acciaio smorzata da una guaina di teflon. Il tutto è stato appeso al piatto a 50 mK (cfr. figura 4.5). Questo accorgimento ha riportato i rivelatori in condizioni tali da poter effettuare la misura, filtrando gran parte delle vibrazioni; tuttavia ha introdotto alcuni nuovi problemi. Il principale problema nell'utilizzo di una molla di acciaio consiste nel fatto che, essendo l'acciaio un pessimo conduttore termico, la molla non consente alla torre di termalizzarsi. Questa situazione è stata sfruttata positivamente in quanto ha consentito di appendere la molla, come detto, al piatto a 50 mK senza scaldare i rivelatori: è tuttavia stato necessario,

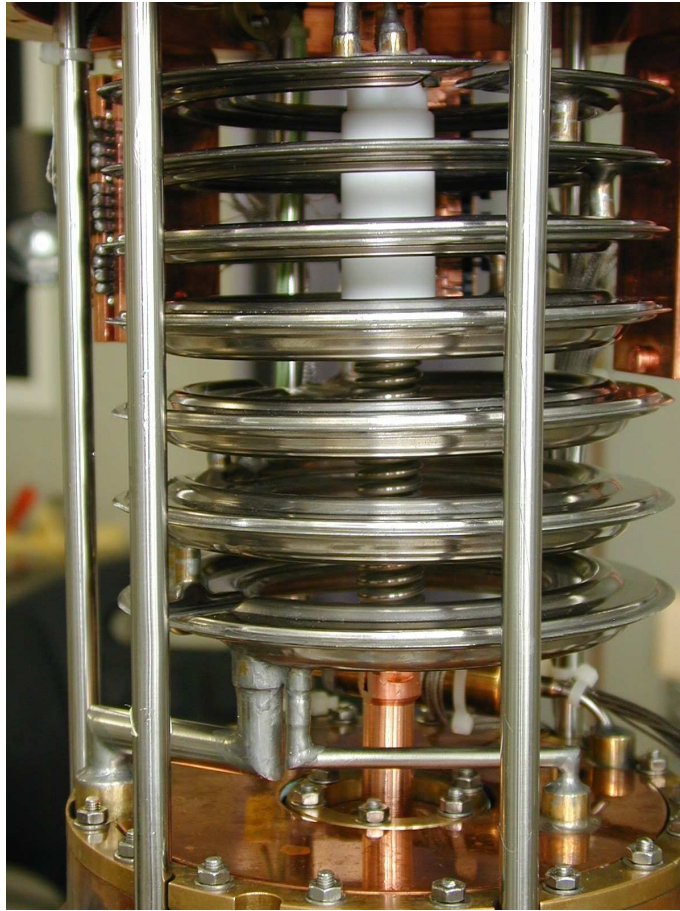


Figura 4.5: *Particolare del criostato in cui é visibile attraverso gli scambiatori di calore la molla con il suo smorzatore in teflon. Si nota in basso l'estremità superiore del dito freddo, attaccata alla molla, che passa attraverso il buco nel centro della MC.*

per consentire ai bolometri di raggiungere la temperature di lavoro, mettere comunque in qualche modo in contatto l'holder e la MC. Questo contatto è stato realizzato mediante "bandine" di termalizzazione in rame molto sottili e flessibili ancorate alla MC e alla parte del dito freddo presente sotto la molla, connesso con alta conduttanza all'holder. Queste strisce di rame pur essendo molto sottili ($150\ \mu\text{m}$) trasmettono comunque parzialmente vibrazioni e quindi impediscono l'eliminazione totale del microfonismo meccanico. Questo ha portato ad una situazione particolare in cui alcuni bolometri, per la precisione 3, hanno mantenuto un rumore molto alto, chiaramente dovuto a vibrazioni (oscillazioni della linea di base di vari volt), tale da renderli inutilizzabili (problema di cui parleremo più avanti).

Calibrazione U+Th Somma dei cristalli naturali	^{208}Tl	^{228}Ac	^{214}Bi	^{208}Tl
Energia [keV]	583	911	1764	2615
FWHM Vecchia configurazione	3.6	4.3	5.9	8.1
FWHM Nuova configurazione	3.9	5.7	6.8	8.7

Tabella 4.2: Confronto delle calibrazioni nelle due configurazioni

4.3 Prestazioni dei rivelatori

La calibrazione dei rivelatori viene effettuata periodicamente (circa ogni 2 settimane di misura) con una sorgente di Th e U posta esternamente al criostato all'interno dello schermo di piombo più esterno. Le prestazioni simili di diversi rivelatori rendono possibile sommare i singoli spettri di rivelatore mantenendo la buona risoluzione energetica del singolo (vedi spettro in fig. 4.1).

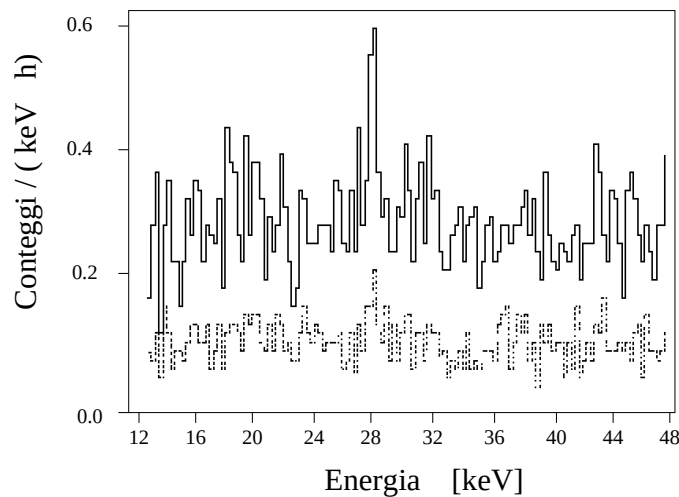


Figura 4.6: Calibrazione U+Th: riga a 27 keV dovuta ai raggi X del Te, FWHM 1 keV. Spettro totale (linea continua) e spettro ottenuto con l'anticoincidenza (linea tratteggiata).

Il confronto tra le risoluzioni del vecchio e nuovo run (cfr. Tab. 4.2) ci mostra un leggero peggioramento in risoluzione che resta tuttavia confrontabile con quella precedente.

Come si può osservare in figura 4.6 un'analisi in coincidenza ha consentito di discriminare e quindi scartare gli eventi di fondo indesiderati.

In tabella 4.3 è riportata la risoluzione ottenuta in totale nei circa tre anni di attività dell'esperimento MiBeta. La statistica totale fino ad ora con i 20 cristalli è stata raccolta in 8 set di dati separati. Per ciascun run i 20 spettri singoli sono sommati; le risoluzioni energetiche ottenute negli 8 run sono simili:

Energia [keV]	511	911	1460	1764	2615
VECCHIA configurazione					
set 1 11 giorni	-	-	7.9	-	-
set 2 28 giorni	4.4	-	5.5	-	6.8
set 3 20 giorni	4.0	-	5.2	-	9
set 4 35 giorni	-	4.5	5.6	-	10
set 5 20 giorni	3.0	4.3	6.0	-	10
set 6 34 giorni	3.9	4.0	4.9	-	7.4
set 7 44 giorni	5.2	5.4	7.1	9.2	9.6
NUOVA configurazione					
set 8 32 giorni	3.9	-	10.7	-	-
somma degli 8 run	4.8	5.5	6.7	9.2	9.5

Tabella 4.3: *Risoluzioni parziali e risoluzione totale*

4.4 La riduzione del fondo

Nonostante le problematiche fin qui elencate connesse con il nuovo montaggio, che hanno comunque confermato la necessità di svolgere un test così complicato su grande scala, i risultati per quello che riguarda il fondo e le contaminazioni radioattive sono stati senza dubbio molto incoraggianti.

In figura 4.7 è riportato lo spettro totale di fondo nella regione di elettroni e gamma tra 0.4 e 2.7 MeV con il confronto tra nuova e vecchia configurazione. Tutti i picchi sono identificati come gamma di ^{232}Th , ^{238}U , ^{40}K , ^{60}Co , ^{207}Bi , ^{54}Mn .

Il risultato fondamentale è comunque che il continuo nel nuovo spettro è ridotto circa di un fattore 2.

In figura 4.8 è invece osservabile il confronto fra i due spettri nella regione delle alfa. Tutti i picchi sono identificati come provenienti dalle catene di ^{232}Th e ^{238}U . È immediato osservare una forte riduzione dei picchi. Questo fatto è molto importante perchè prova che la maggior parte delle contaminazioni radioattive misurate nei run precedenti era dovuta a contaminazioni superficiali in Th e U (dei cristalli e/o del rame) e non dalla presenza delle stesse all'interno dei cristalli. Questa è un'osservazione, seppur attesa, molto confortante perchè offre possibilità di miglioramento nella misura (contaminazioni interne ai cristalli sarebbero state ovviamente ineliminabili).

4.5 Lo schermo per neutroni

Un'ulteriore ipotesi è stata presa in considerazione per quanto riguarda l'origine del fondo continuo nello spettro di energia: i neutroni provenienti dalla roccia. Il flusso di neutroni,

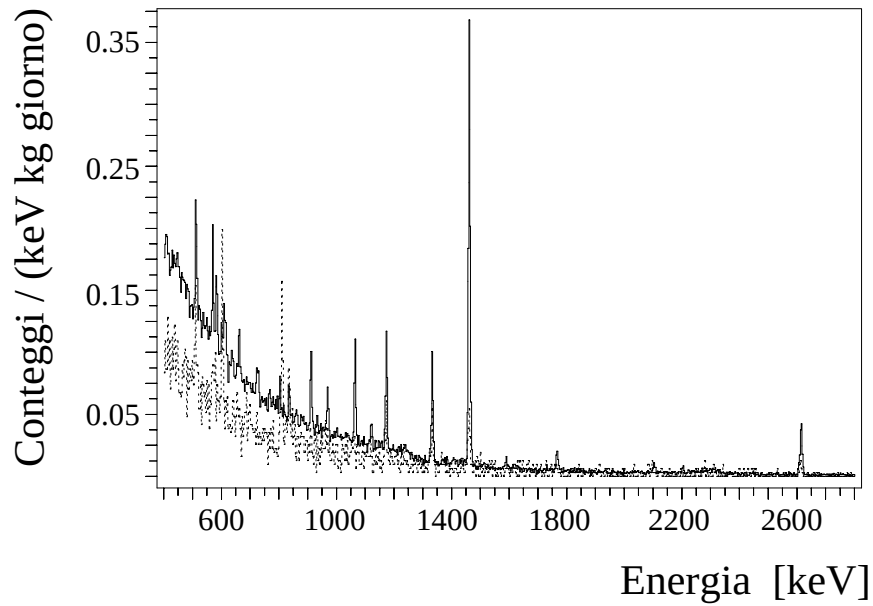


Figura 4.7: Confronto del fondo tra nuova (linea tratteggiata) e vecchia (linea continua) configurazione tra 0.4 e 2.8 MeV

misurato in varie regioni energetiche, ha i seguenti valori (in unità $10^{-6}/\text{cm}^2\text{s}$) [70]:

$$\begin{aligned}
 \phi &= 1.08 \pm .002 & 0 - 0.05 \text{ eV} \\
 \phi &= 1.98 \pm .005 & 0.05 \text{ eV} - 1 \text{ keV} \\
 \phi &= 0.23 \pm .007 & > 2.5 \text{ MeV}
 \end{aligned}
 \tag{4.1}$$

Osservazioni fatte dal prof. F. Avignone, dell'università di South Carolina, hanno mostrato come un tale flusso avrebbe potuto causare un fondo continuo e come dalla sua soppressione ci si potesse aspettare una riduzione del fondo di un fattore da circa 1 (nessuna influenza sul fondo) fino a circa 10 (massima influenza).

Nel maggio del 2001 è stato installato attorno al criostato di sala A uno schermo di polietilene borato per catturare i neutroni impedendogli di arrivare ai rivelatori. Lo schermo è composto di pannelli di dimensioni $100 \times 120 \text{ cm}^2$ e spessi 1 pollice sovrapposti fino a uno spessore totale di 10 cm di polietilene con una concentrazione di boro di circa il 10 %. Sulla sommità del criostato essendo impossibile utilizzare i grossi pannelli per la presenza di tubi e valvole e per la necessità di mantenere queste ultime accessibili si sono utilizzate “palline” del medesimo materiale, di diametro $\sim 1\text{--}2 \text{ mm}$, stipate in sacchetti di plastica di varia misura per coprire il criostato per uno spessore analogo a quello dei pannelli, lasciando libero accesso solo alle valvole.

Purtroppo questa operazione non ha dato i risultati sperati. Ad oggi la statistica accumulata consente di stimare il fattore di soppressione del fondo tra 1 e 1.5. Questa operazione ha tuttavia consentito di escludere i neutroni almeno come causa principale del fondo.

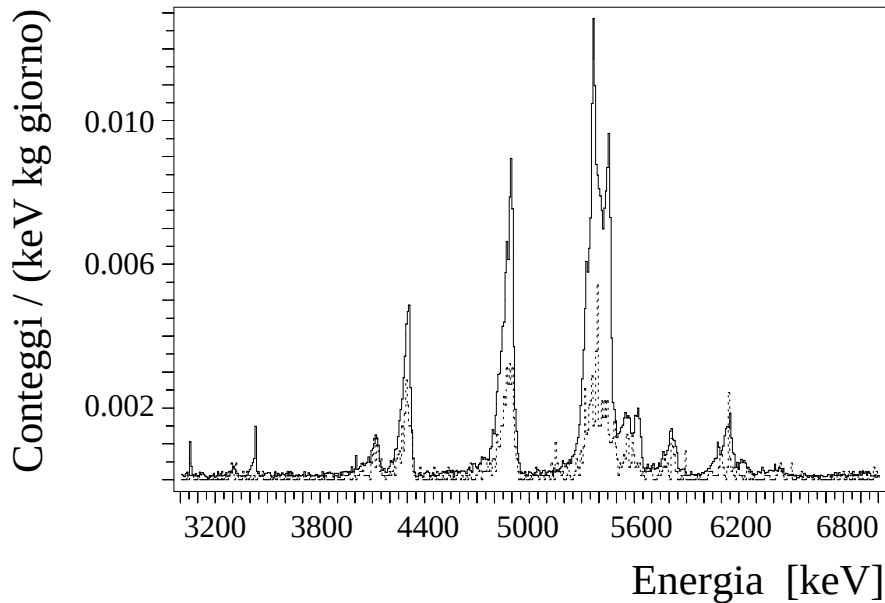


Figura 4.8: *Confronto del fondo tra nuova (linea tratteggiata) e vecchia (linea continua) configurazione nella regione delle alfa*

4.6 Il problema delle vibrazioni: nuove termalizzazioni

Prima di concludere in maniera definitiva l'esperimento MiBeta si volute effettuare una ulteriore verifica. Infatti il problema più grave rimasto irrisolto in tutte le misure fin qui descritte è quello del microfonismo meccanico. Il dato più preoccupante era infatti che a fronte di un netto miglioramento della situazione generale per quanto riguarda il rumore di origine meccanica (vibrazioni), alcuni rivelatori, come abbiamo detto, fossero rimasti inutilizzabili. Avendo osservato che anche per questi rivelatori il rumore tende a sparire immediatamente al cessare delle vibrazioni spegnendo momentaneamente le pompe di circolazione, si è deciso di intervenire cercando di disaccoppiare ulteriormente i rivelatori dal resto dell'apparato sperimentale. Il punto più critico della configurazione descritta nel paragrafo 4.2.1 era costituito, come abbiamo sottolineato, dalle termalizzazioni in rame che mettevano in contatto diretto Mixing Chamber e holder. Per limitare l'inevitabile passaggio di vibrazioni attraverso le bandine di rame sono state realizzate nuove termalizzazioni più sottili ($50\text{ }\mu\text{m}$) e più lunghe, montate in modo da fare un giro su se stesse per minimizzare vibrazioni sia longitudinali che trasversali.

Le nuove termalizzazioni sono state introdotte nell'ottobre del 2001 e l'esperimento è stato riavviato tra ottobre e novembre (MiBeta Final Run). I risultati sono stati molto incoraggianti: infatti nel corso di questa misura tutti i rivelatori funzionanti (cioè non affetti da problemi lungo la catena elettronica) sono stati in condizione di essere utilizzati come bolometri.

Questo risultato, che può apparire di minore rilevanza rispetto alla riduzione del fondo,

assume grande importanza in prospettiva di un esperimento con un numero di rivelatori più che doppio rispetto a MiBeta, come sarà di fatto Cuoricino. Infatti uno dei parametri necessari per realizzare esperimenti costituiti da un gran numero di bolometri è la riproducibilità. Come vedremo anche nel prossimo capitolo questa è una delle preoccupazioni che hanno dettato alcune scelte nello sviluppare i rivelatori.



Figura 4.9: Fasi finali delle preparazioni della torre di MiBeta dopo l'inserimento delle nuove termalizzazioni, visibili tra la torre e il piombo, nella camera pulita di sala A dei LNGS.

4.6.1 La stabilizzazione termica della torre

In questo run è stato inoltre testato un dispositivo di stabilizzazione della temperatura di base della torre e quindi di tutti i rivelatori. Si utilizzano semplicemente un termometro e una resistenza (dissipatore di potenza) posti sulla torre e un dispositivo PID, Proportional Integrator Differentiator, che legge il segnale in uscita dal termometro e regola di conseguenza l'ingresso sul dissipatore. Il PID consente di regolare manualmente il tempo di risposta alle variazioni della temperatura di base e il guadagno dell'impulso in entrata.

I punti realmente delicati in questo tipo di apparato sono fondamentalmente due: la velocità di risposta e la capacità di compensazione. Infatti, come abbiamo visto, la

Rivelatore	Durata [h]	FWHM ^{208}Tl [keV]	Fondo a 2500-2556 keV [c/keV/h/kg]
singolo cristallo	10508.1	17.0	$(43 \pm 5) 10^{-5}$
array di 4 cristalli	3096.8	11.0	$(91 \pm 12) 10^{-5}$
array di 8 cristalli	4013.5	12.3	-
array di 20 cristalli	79973.7	9.5	$(7.2 \pm 0.7) 10^{-5}$

Tabella 4.4: *Esperimenti che forniscono la statistica totale.*

temperatura di base della torre è soggetta a lente derive in conseguenza di dissipazioni di potenza o di piccoli assestamenti dell'apparato sperimentale; la velocità di questa deriva di temperatura dipende sostanzialmente dalla risposta termica del sistema, ossia da capacità termica della torre e dalle sue conduttanze verso il bagno termico. Va tuttavia osservato che a queste derive termiche si sovrappone rumore di natura termica, dovuto a piccole oscillazioni della temperatura del termometro, e di natura elettronica dovuto alla catena di acquisizione.

Il PID va impostato in modo tale che il tempo di correzione sia pari al tempo di risposta termica della torre e che il guadagno sia tale da non sovracompensare o sottocompensare, provocando altrimenti continue oscillazioni della linea di base.

Il breve periodo di misura nel quale è stato l'apparato ha dato indicazioni comunque positive sulla sua funzionalità.

4.7 Risultati sperimentali

DDB0 ν $0^+ \rightarrow 0^+$

In fig. 4.10 è mostrato lo spettro di fondo totale della regione energetica del picco DDB0 ν del ^{130}Te . I risultati presentati in queste pagine sono stati ottenuti utilizzando l'intera statistica a disposizione, compresi i precedenti esperimenti con 1, 4, 8 cristalli di 340 g ciascuno (Si veda Tab. 4.4 per i dettagli).

Il fondo radioattivo misurato in questa regione è di $6.9^{+6.7}_{-5.9}$ conteggi. Applicando il procedimento della Massima Verosimiglianza (MV) e tenendo conto che l'efficienza di rivelazione, valutata con simulazioni di Montecarlo, è circa dell' 84.5%, è stato fornito un limite inferiore per il tempo di dimezzamento per DDB0 ν del ^{130}Te [71][72]:

$$\tau_{1/2}^{0\nu} \geq 2.08 \cdot 10^{23} \text{ anni} \quad (90\% \text{ C.L.}) \quad (4.2)$$

Il corrispondente limite per la massa effettiva del neutrino di Majorana risulta [71]:

$$\langle m_\nu \rangle \leq 0.9 - 2.3 \text{ eV} \quad (90\% \text{ C.L.}) \quad (4.3)$$

a seconda dei valori delle matrici nucleari utilizzate.

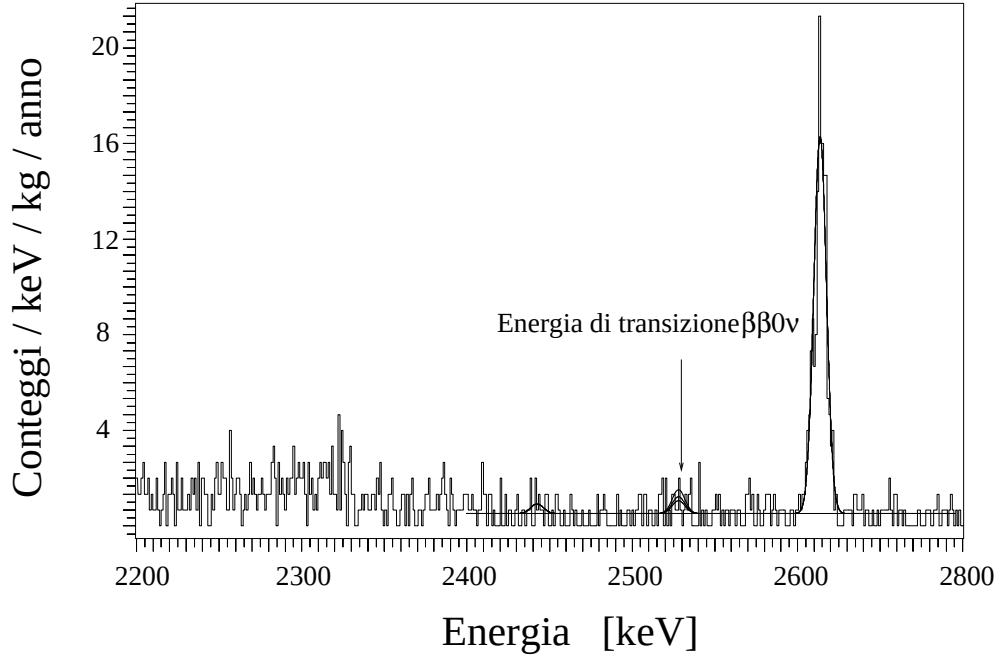


Figura 4.10: *Spettro di fondo in anticoincidenza dei 20 cristalli nella regione intorno alla energia di transizione del Decadimento Doppio Beta senza neutrini; la statistica corrisponde a 1.57 kg·anno; è evidente il picco di radioattività naturale dovuto al ^{208}Tl .*

Il risultato raggiunto dall'esperimento MiBeta, è il più restrittivo ottenuto da esperimenti diretti, dopo quello degli esperimenti con diodi di germanio [73].

Anche nella regione energetica a 867 keV, corrispondente al DDB 0ν del ^{128}Te , non appare alcun picco. Col metodo della MV è possibile fornire un limite inferiore per la vita media di questo isotopo, per tale canale di decadimento. Esso è:

$$\tau_{1/2}^{0\nu} \geq 1.1 \cdot 10^{23} \text{ anni} \quad (90\% \text{ C.L.}) \quad (4.4)$$

I corrispondenti, ma poco significativi, limiti sulla massa effettiva del neutrino di Majorana variano nell'intervallo 9 – 21 eV.

I risultati presentati, possono essere utilizzati nell'interpretazione di quelli ottenuti con metodi geochimici. Questo tipo di esperimenti non è in grado di isolare i contributi singoli dovuti ai differenti canali di decadimento: DDB con o senza neutrini, con majorone, e decadimenti su stati eccitati. Il limite fornito in (4.2) per il decadimento del ^{130}Te sullo stato fondamentale del ^{130}Xe , esclude contributi del canale DDB 0ν $0^+ \rightarrow 0^+$ maggiori di 0.5 e 1.9% ai rate di DDB, misurati rispettivamente negli esperimenti di Manuel et al. [74], e di Bernatovicz et al. [75].

DDB0 ν $0^+ \rightarrow 2^+$

Il rate ottenuto con metodi geochimici potrebbe includere anche decadimenti al primo stato eccitato 2^+ , dello ^{130}Xe , seguiti dall'emissione di un raggio γ di 536 keV.

Nello spettro ottenuto senza tagli di anticoincidenza, per i dati raccolti negli ultimi RUN dell'esperimento MiBeta (Vedi fig. 4.10), non c'è evidenza del picco a 1992 keV, atteso nel caso in cui il γ di diseccitazione sfugga dal cristallo che assorbe i due elettroni. Il fondo in tale regione è di $11.1_{-6.3}^{+7.1}$ conteggi. Con il metodo della MV e calcolando con tecnica di Montecarlo la probabilità che i due elettroni siano catturati in un rivelatore e che il gamma a 536 keV sfugga da esso, si ottiene un limite per il DDB0 ν $0^+ \rightarrow 2^+$ di:

$$\tau_{1/2}^{0\nu} \geq 1.4 \cdot 10^{23} \text{ anni} \quad (90\% \text{ C.L.}) \quad (4.5)$$

Questo processo non può dar conto di più dello 0.7 e 2.8% del rate totale ottenuto nelle due misure di tipo geologico.

DDB0 ν $0^+ \rightarrow 0^+$ (eccit.)

Si è inoltre considerato il suggerimento [76] di un contributo dominante, dovuto al decadimento su un possibile stato 0^+ tra 1100 e 1200 keV, seguito dall'emissione di un γ di diseccitazione. Calcolando l'efficienza corrispondente, è stato ottenuto un limite inferiore per il tempo di decadimento relativo a questo canale di:

$$\tau_{1/2}^{0\nu} \geq 3.1 \cdot 10^{22} \text{ anni} \quad (90\% \text{ C.L.}) \quad (4.6)$$

Il suo contributo al rate totale dei due esperimenti geochimici non eccede quindi il 3.5 e 14% rispettivamente.

Per quanto riguarda il fondo nella regione a zero neutrini, si può fare qualche osservazione: come si vede dalla Fig. 4.10, il fondo a “sinistra” e a “destra” del picco del ^{208}Tl è piuttosto simile; tale fondo è dovuto, sostanzialmente, a particelle α degradate ed una possibile componente di neutroni termici. Il numero di eventi che ci si aspetta nella regione a zero neutrini, dovuto a γ del ^{208}Tl , è basso; infatti tale regione si trova nella “spalla Compton” del tallio. Supponendo che la contaminazione di tallio sia localizzata all'esterno del criostato, si può stimare molto grossolanamente la frazione di eventi, dovuti al tallio, che cadono nella regione a zero neutrini: si può calcolare il rapporto “spalla Compton”/picco durante una calibrazione, e moltiplicare questo valore per il numero di conteggi nel picco del ^{208}Tl dovuti alla radioattività naturale; se si fa questo conto si trova che il fondo nella regione a zero neutrini è 3 volte maggiore di quanto ci si aspetterebbe se il contributo fosse solo dovuto al ^{208}Tl . Una ulteriore prova della bontà di questa stima si ha dal rapporto tra i conteggi, nello spettro di fondo, tra “sinistra” e “destra”; si ha $S/D=1.35 \pm 0.4$, che torna in maniera ottima col valore aspettato di $1+1/3=1.33$. Il prossimo passo dell'esperimento MiBeta, prima della partenza di Cuoricino, sarà quello di cercare di abbattere il fondo radioattivo su due fronti: da un lato pulire i cristalli dalle contaminazioni superficiali α , dall'altro aumentare la schermatura interna al criostato.

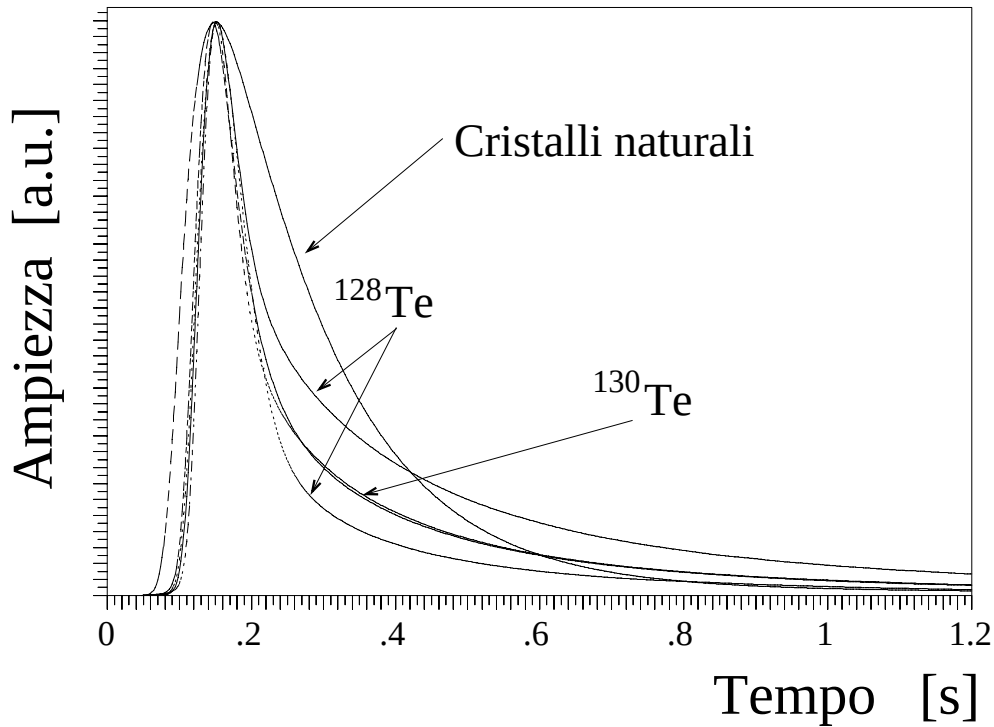


Figura 4.11: Impulsi termici medi dei cristalli arricchiti confrontati con l'impulso medio dei cristalli naturali. Gli impulsi sono normalizzati tra di loro al massimo.

4.7.1 Decadimento Doppio Beta con due neutrini e con majorone: cristalli arricchiti

All'inizio del terzo RUN di sala A, ossia a marzo 1999, sono stati inseriti, nel piano mediano dell'array di 20 rivelatori di sala A, quattro cristalli arricchiti isotopicamente. Due sono arricchiti al 94% in ¹²⁸Te e due al 93% in ¹³⁰Te.

Lo scopo di questa operazione era quello di cercare il DDB2ν, utilizzando la tecnica della sottrazione dei fondi. Prima di essere inseriti nell'array di sala A, i 4 cristalli sono stati studiati nel criostato di sala C, al fine di ottimizzarne la risposta termica. Essi infatti hanno un comportamento termico piuttosto diverso dai cristalli naturali. La risposta termica risulta peggiore di un fattore 2–4, rispetto alla media dei rivelatori di MiBeta, e inoltre la forma del segnale ha un andamento anomalo. L'impulso medio per i cristalli arricchiti è riportato in fig. 4.11.

Come si può facilmente vedere in questa figura, l'andamento nel tempo del segnale si discosta abbastanza da quello dei cristalli naturali. In particolare la fase di discesa del segnale avviene con due costanti di tempo differenti: una rapida (~ 80 ms), a cui corrisponde circa il 75% del segnale, ed una lenta (~ 300 ms), a cui corrisponde la restante parte del segnale. Il tempo di salita dell'impulso termico degli arricchiti risulta più veloce rispetto a quello dei naturali, di circa il 30%. Tale comportamento potrebbe essere dovuto

RIV	R [MΩ]	T [mK]	$\mu\text{V} /$ MeV	τ_D [ms]	FWHM @ 2615 [keV]	FWHM F.O [keV]
128-1	298	10.8	95	114	15.9	10.26
128-2	135	13.7	185	60	8.0	5.50
130-1	270	10.9	116	90	18.7	9.11
130-2	352	12.2	293	70	10.4	6.92
Media Naturali	177	11.7	391	190	7.9	1.32

Tabella 4.5: *Caratteristiche termiche e prestazioni dei 4 cristalli arricchiti. Sono riportati anche i valori medi corrispondenti dei cristalli naturali.*

ad una contaminazione di silicio, presente nella polvere arricchita da cui si è ricavato il cristallo. Il valore del tempo di decadimento riportato in tabella corrisponde al tempo che impiega il segnale per passare dal 90% al 10% dell'altezza massima.

Le principali caratteristiche termiche dei quattro rivelatori arricchiti sono riportate in tabella 4.5. Come si può vedere in tabella, la risoluzione in energia risulta per 2 cristalli simile a quella che si ottiene con i naturali, mentre per i 2 cristalli che hanno una risposta termica 4 volte inferiore alla media dei naturali, la risoluzione in energia risulta solamente un fattore 2 peggiore. Gli spettri di fondo ottenuti con i 4 cristalli arricchiti in sala A e sala C sono riportati in fig. 4.12. Da questa figura si può notare come una maggiore schermatura possa avere grandi effetti nella riduzione del fondo radioattivo. In Fig. 5.7 sono riportati gli spettri differenza ($^{130}\text{Te} - ^{128}\text{Te}$) per la regione γ e per la regione α , per una misura di fondo di 740 ore, effettuata in sala A tra giugno e luglio 1999.

Sfortunatamente il fondo dei cristalli di $^{130}\text{TeO}_2$ e di $^{128}\text{TeO}_2$ risulta radicalmente differente; in particolare i cristalli arricchiti in ^{128}Te mostrano un fondo radioattivo naturale maggiore rispetto agli arricchiti in ^{130}Te . Tale differenza, come si può vedere in fig. 5.7 (b), è particolarmente marcata nella regione α . In tale spettro sono infatti evidenti i 2 picchi α dovuti alla catena del ^{238}U e alla contaminazione interna del ^{210}Po .

In Tab. 4.6 sono riportate le contaminazioni nella regione alfa dei cristalli arricchiti, comparate con le contaminazioni dei cristalli naturali. La prima considerazione è che le contaminazioni in Th e U degli arricchiti sono un ordine di grandezza maggiori rispetto ai cristalli naturali. Invece la contaminazione “esterna” di ^{210}Po risulta confrontabile con quella dei naturali, fatto che avvalorava l'ipotesi di una contaminazione di ^{210}Pb sulle superfici del rame, adiacenti ai cristalli.

Risultati per il DDB2 ν e DDB χ

Vista l'impossibilità di ottenere uno spettro differenza significativo, vengono forniti solo valori limite, per il tempo di decadimento. Essi sono ottenuti valutando il massimo contributo al rate di decadimento del ^{130}Te dai canali DDB2 ν , DDB1 χ e DDB2 χ , compat-

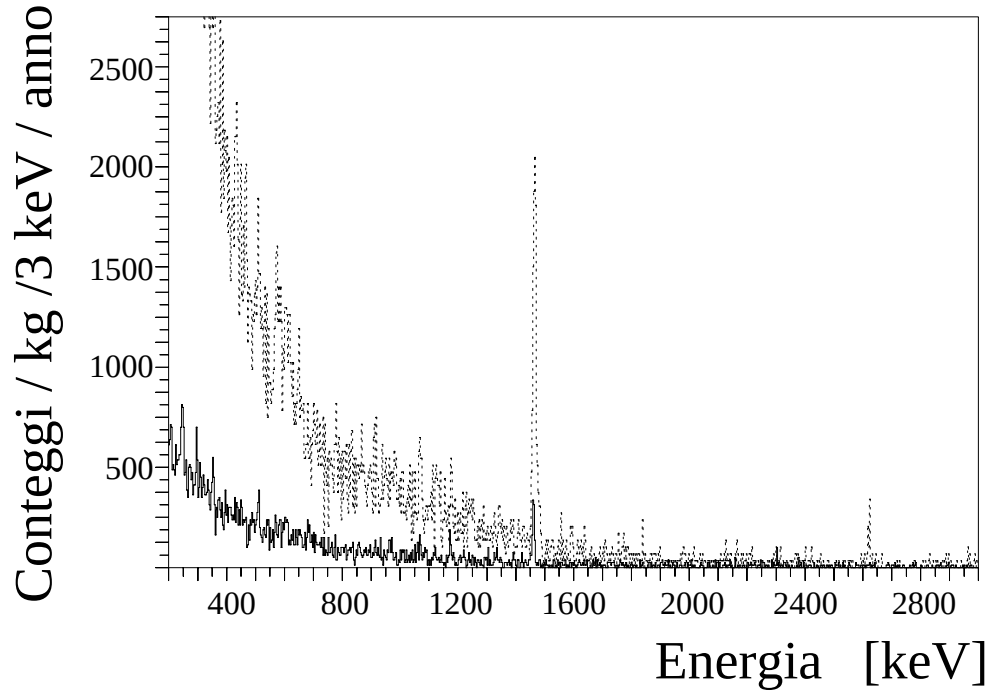


Figura 4.12: Confronto tra lo spettro di fondo effettivo con i cristalli arricchiti in sala A (linea continua) ed in sala C (linea tratteggiata).

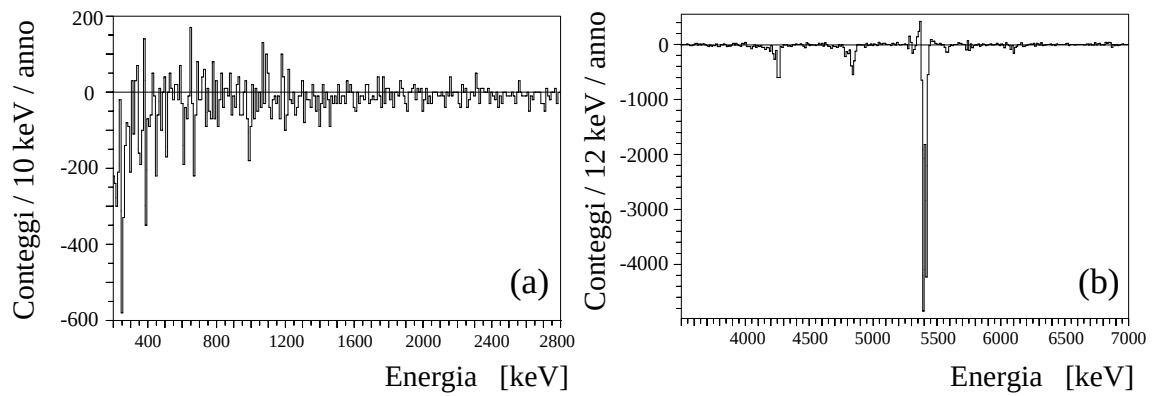


Figura 4.13: Spettro differenza tra i 2 cristalli di ^{130}Te e i 2 cristalli di ^{128}Te . (a) Regione γ . (b) Regione α .

	^{232}Th	^{238}U	$^{234}\text{U}+^{230}\text{Th}$	^{210}Po esterno	^{210}Po interno	$\int_6^{10} N(E)dE$
128-1	$0.12 \pm .01$	$0.56 \pm .02$	$0.70 \pm .03$	$0.18 \pm .01$	$0.44 \pm .02$	$0.40 \pm .02$
128-2	$0.14 \pm .01$	$0.34 \pm .02$	$0.43 \pm .02$	$0.12 \pm .01$	$0.25 \pm .02$	$0.327 \pm .02$
130-1	$0.13 \pm .01$	$0.40 \pm .02$	$0.59 \pm .02$	$0.22 \pm .02$	$0.34 \pm .02$	$0.32 \pm .02$
130-2	$0.12 \pm .01$	$0.24 \pm .02$	$0.23 \pm .02$	$0.12 \pm .01$	$0.23 \pm .02$	$0.18 \pm .01$
Media Nat.	$0.014 \pm .001$	$0.037 \pm .003$	$0.086 \pm .005$	$0.091 \pm .003$	$0.082 \pm .003$	$0.069 \pm .005$

Tabella 4.6: *Analisi delle contaminazioni radioattive nella regione alfa dei 4 cristalli arricchiti confrontate con la media dei cristalli naturali. I valori sono dati in conteggi/ora.*

ibile con il fondo misurato e tenendo conto delle sue possibili fluttuazioni. Poichè manca un'evidenza di contributi finiti dai processi menzionati, per ciascuno di essi si è valutata la massima area per la quale lo spettro atteso non eccede il fondo e le sue fluttuazioni ad alcuna energia.

Con questo approccio si è ottenuto:

$$\tau_{1/2}^{2\nu} \geq 6.3 \cdot 10^{20} \text{ anni} \quad (90\% \text{ C.L.}) \quad (4.7)$$

per il DDB2 ν ;

$$\tau_{1/2}^{\chi} \geq 3.1 \cdot 10^{21} \text{ anni} \quad (90\% \text{ C.L.}) \quad (4.8)$$

per il DDB1 χ e:

$$\tau_{1/2}^{2\chi} \geq 1.1 \cdot 10^{21} \text{ anni} \quad (90\% \text{ C.L.}) \quad (4.9)$$

per il DDB2 χ [71]

4.8 Verso un esperimento di grande massa

A questo punto si introduce l'argomento che poi verrà trattato per tutto il prossimo capitolo. Infatti il 27 dicembre 2001 si è conclusa definitivamente la fortunata esperienza dell'esperimento MiBeta. Ora, come già accennato è necessario fare un salto di qualità nella risoluzione e nel fondo. Come accennato nel capitolo 1 infatti i più recenti risultati degli esperimenti sulla fisica del neutrino sembrano indicare chiaramente la necessità di ridurre il fondo di un fattore maggiore di 10, cioè almeno fino a 0.01 [c/keV/y/kg]. Per fare questo la strada obbligata è quella di aumentare la massa.

Capitolo 5

Sviluppo di rivelatori per l'esperimento Cuoricino

Introduzione

In questo capitolo verrà descritto il lavoro svolto nell'ambito dello sviluppo di rivelatori bolometrici per la ricerca del doppio decadimento beta. Verrà introdotto l'esperimento CUORE, illustrandone brevemente le caratteristiche salienti e la funzione: sarà quindi chiarito l'interesse di Cuoricino come esperimento a sè stante e in prospettiva futura. Verranno quindi analizzate le differenti misure svolte nell'ultimo anno al fine di ottimizzare i rivelatori che saranno montati nell'esperimento Cuoricino a partire dall'estate del 2002. Verrà inoltre illustrato come le conoscenze acquisite abbiano influenzato la realizzazione finale di Cuoricino. Infine si farà accenno alle prospettive emerse per le future ricerche e si indicheranno alcune possibili direzioni di sviluppo.

5.1 CUORE: Cryogenic Underground Observatory for Rare Events

I risultati di MiBeta hanno spinto ad ideare un esperimento di grandi dimensioni e potenzialità per la ricerca del doppio decadimento beta senza neutrini nonché di altri eventi rari [77]. CUORE, questo è il nome scelto per il futuro esperimento, sarà uno strumento estremamente potente, grazie alle sue caratteristiche strutturali e ai vantaggi che di per sé offrono le tecniche calorimetriche nella rivelazione di particelle. Per comprenderne i pregi occorre dare una descrizione, per quanto approssimativa, della struttura prevista.

5.1.1 La configurazione di massima

Una premessa doverosa prima di parlare della struttura di massima del futuro esperimento è che il lavoro di analisi e progetto del rivelatore, come anche del sistema criogenico che

dovrà ospitarlo, è tuttora in pieno sviluppo. Perciò sono possibili variazioni anche consistenti rispetto alla descrizione che ora ne daremo. CUORE sarà costituito da circa 1000 cristalli delle dimensioni di $5 \times 5 \times 5 \text{ cm}^3$ di TeO_2 , analoghi a quelli attualmente funzionanti in MiBeta, per la ricerca del $\text{DDB0}\nu$ del ^{130}Te .

La disposizione spaziale dei singoli rivelatori sarà simile a quella rappresentata schematicamente in figura (5.1): 25 torri, affiancate l'una all'altra, saranno ancorate ad un piatto superiore, in contatto termico con la mixing chamber del refrigeratore, alla temperatura di $\sim 10 \text{ mK}$. Le simulazioni più recenti effettuate dal gruppo di Milano hanno evidenziato come la distribuzione spaziale dei rivelatori che meglio risponde alle esigenze dell'esperimento dovrebbe essere quella a cubo (25 torri da 10 piani ciascuna disposte in file da 5).

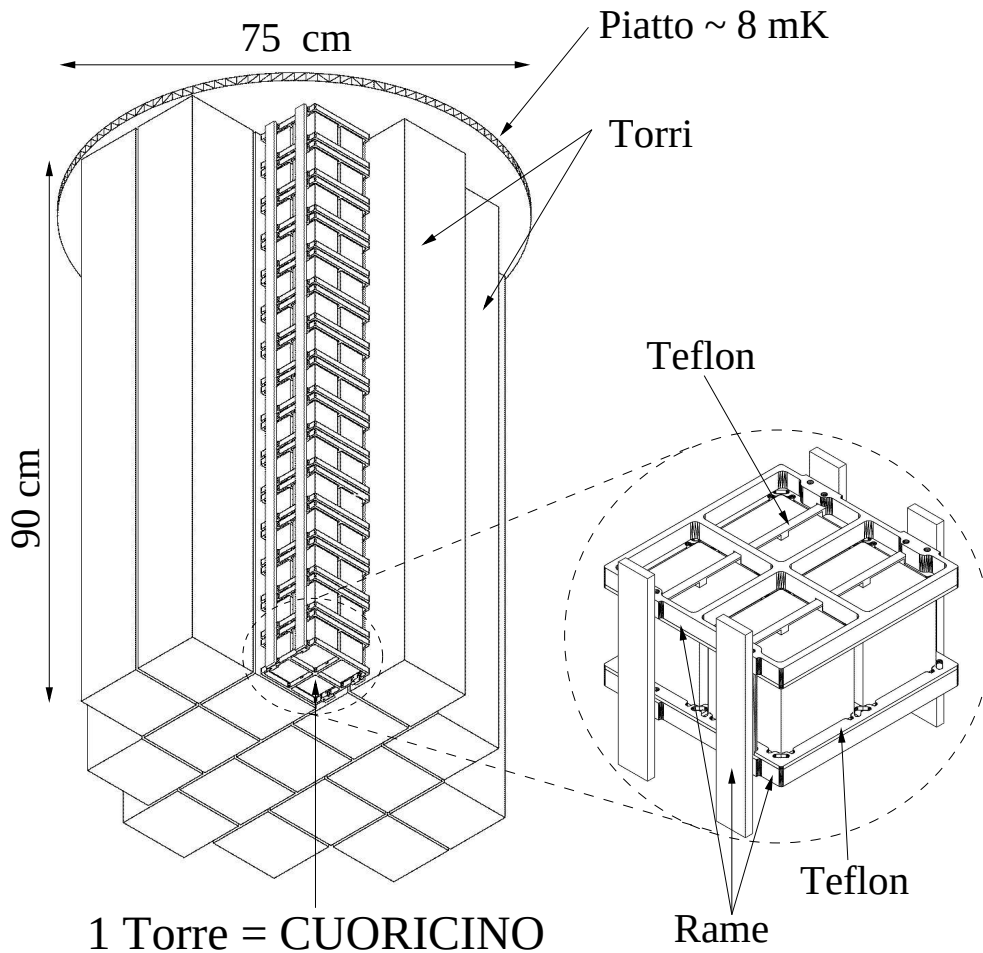


Figura 5.1: La struttura di massima dell'esperimento CUORE. Una singola torre è un rivelatore molto simile a CUORICINO. È anche evidenziata una delle celle elementari, contenente 4 cristalli.

Ogni torre conterrà dunque 10 moduli da 4 cristalli, disposti uno sopra l'altro con un minimo spazio di separazione. La massa complessiva, considerando tutti i cristalli di TeO_2 ,

sarà di circa 760 kg. Il pregio della grande massa è ovvio, trattandosi di un esperimento volto alla ricerca di eventi rari; CUORE unisce a questa caratteristica, l'alta "granularità", che consente di ottenere elevate prestazioni in termini di risoluzione, dato che ciascuno dei cristalli opera come un singolo rivelatore della massa di 760 g.

La cella elementare sarà identica a quella descritta per Cuoricino. La sua caratteristica principale sta nell'impiego quasi esclusivo del rame e nel fatto che permette una "visibilità" reciproca quasi completa tra i cristalli.

CUORE sarà installato nei Laboratori del Gran Sasso, opportunamente schermato con piombo a bassa attività e nella parte più vicina ai rivelatori con piombo romano.

Uno dei punti di forza di un rivelatore come CUORE risiede, come abbiamo già osservato in 4.1.2, nella possibilità di abbattere il fondo tramite l'analisi delle coincidenze: eventi che vengano registrati contemporaneamente su due rivelatori vengono rigettati. Si tratta infatti di gamma che effettuano scattering multipli e di decadimenti avvenuti in un piccolissimo strato alla superficie di uno dei cristalli e che, rilasciando in esso solo una frazione dell'energia di transizione, originano la parte continua dello spettro di fondo.

5.1.2 Le potenzialità dell'esperimento

L'obiettivo principale dell'esperimento sarà essenzialmente la ricerca del DDB senza emissione di neutrini. Tuttavia per le sue caratteristiche, l'apparato rilevante di Cuore si presta bene anche ad altre ricerche: la ricerca di interazioni dirette di WIMPs, possibili costituenti della Materia Oscura non barionica, e di assioni solari.

Di seguito sono riportate le potenzialità di CUORE per quanto riguarda la ricerca del DDB0 ν , mentre si è qui solo accennato alle altre possibili ricerche di interesse che CUORE è in grado di svolgere.

• **Il doppio decadimento beta senza neutrini.** Il nucleo di ^{130}Te può senz'altro essere considerato uno dei più promettenti per la ricerca di questo decadimento. Infatti esso presenta una elevata abbondanza isotopica e elementi di matrice relativamente alti (cfr. Tabella 1.8). Esso presenta inoltre un'energia di transizione abbastanza elevata, pari a 2528 keV, che lo colloca in una zona dello spettro quasi indisturbata dal fondo γ dovuto alla radioattività naturale.

Considerando che l'abbondanza isotopica del ^{130}Te è del 33.8%, CUORE conterrebbe circa $9.8 \cdot 10^{26}$ nuclei che possono decadere. Possiamo stimare il limite sul tempo di dimezzamento che si ottiene, in funzione del tempo di misura, per mezzo della formula:

$$T_{1/2} = \frac{\log 2}{n} \sqrt{\frac{M t}{B \Delta E}} \frac{N_A}{A} \eta \epsilon \quad (5.1)$$

in cui M è la massa totale di ossido di tellurio, t il tempo vivo di misura, B il fondo nella regione del picco del decadimento misurato in conteggi/keV/kg/anno, ΔE la risoluzione del rivelatore, N_A il numero di Avogadro, A la massa molare del TeO_2 , η l'abbondanza isotopica del ^{130}Te ed ϵ l'efficienza di rivelazione. Il coefficiente n vale 1,2,..., a seconda che il livello di confidenza considerato sia del 68 %, del 95.4 % e così via.

Inserendo nella (5.1) i valori noti per CUORE e considerando un'efficienza di rivelazione $\epsilon = 88\%$, come quella che si ha in MiBeta, si può costruire la tabella (5.1) in cui, per diversi valori di fondo e di risoluzione previsti, si riporta il limite sul tempo di dimezzamento ottenibile in 3 anni di tempo di misura, con un livello di confidenza del 90 %.

B [c/(keV kg y)]	$FWHM = 5 \text{ keV}$		$FWHM = 10 \text{ keV}$	
	$T_{1/2}^{0\nu}$ [y]	$\langle m_\nu \rangle$ [eV]	$T_{1/2}^{0\nu}$ [y]	$\langle m_\nu \rangle$ [eV]
0.5	$1.28 \cdot 10^{25}$	0.2	$8.13 \cdot 10^{24}$	0.25
0.05	$4.06 \cdot 10^{25}$	0.11	$2.57 \cdot 10^{25}$	0.14
0.005	$1.28 \cdot 10^{26}$	0.06	$8.13 \cdot 10^{25}$	0.08

Tabella 5.1: *Sensibilità di CUORE per il DDB0 ν , assumendo diversi valori di fondo e risoluzione. Il tempo vivo di misura considerato è di 3 anni e il livello di confidenza è del 90 %. Le masse efficaci del neutrino sono calcolate con un metodo QRPA (cfr. Cap 1).*

I valori del fondo ipotizzati, anche nel caso migliore, sembrano raggiungibili, vista la possibilità di utilizzare l'analisi delle coincidenze per ridurre il contributo dovuto alla radioattività superficiale dei cristalli; inoltre un grande sforzo si sta conducendo per abbattere le contaminazioni, sia dei cristalli che delle superfici di rame ad essi affacciate. Risultati positivi vengono, come vedremo, dai test sui rivelatori di Cuoricino, e sono confermati dal nuovo run di MiBeta di cui abbiamo parlato nel capitolo 4. Non è da trascurare inoltre il fatto che, grazie alla disposizione geometrica dei 1000 rivelatori (cubica) quelli più interni saranno fortemente schermati dalla presenza degli altri; tale circostanza ovviamente si rivelerà tanto più favorevole quanto più riusciremo ad ottenere cristalli con superfici pulite. Il gruppo di Milano sta mettendo a punto un codice Montecarlo per avere una buona stima del fondo, valutando nel modo migliore possibile l'efficienza di rivelazione e di rigetto degli impulsi in coincidenza. I primi test del codice, effettuati sull'attuale esperimento con i 20 cristalli, sono promettenti e stanno già aiutando a comprendere meglio l'origine del fondo misurato in MiBeta.

Riguardo alla tabella (5.1), va detto che i valori delle masse efficaci dipendono dal metodo impiegato per il calcolo dell'elemento di matrice nucleare: i dati tabulati sono stati ottenuti con uno dei possibili calcoli di QRPA (Quasi Random Phase Approximation), quello di Faessler *et al.* [78], secondo quanto riportato in [24]. Si tratta di una stima intermedia, non delle più favorevoli né delle peggiori, tra quelle che si trovano in letteratura. CUORE risulta in grado di scandagliare valori della massa efficace estremamente bassi e di grande interesse, anche considerando il fatto che se i dati provenienti dagli esperimenti di oscillazione, in particolare da Superkamiokande, sono attendibili, ci si può aspettare che almeno uno degli autovalori di massa sia dell'ordine di $m_i \approx 0.06 \text{ eV}$.

5.1.3 Cuoricino

L'esperimento CUORE è ancora a livello di proposta. La sua realizzazione, se venisse approvato, richiederebbe uno sforzo tecnico ingente, a causa del grande numero di rivelatori

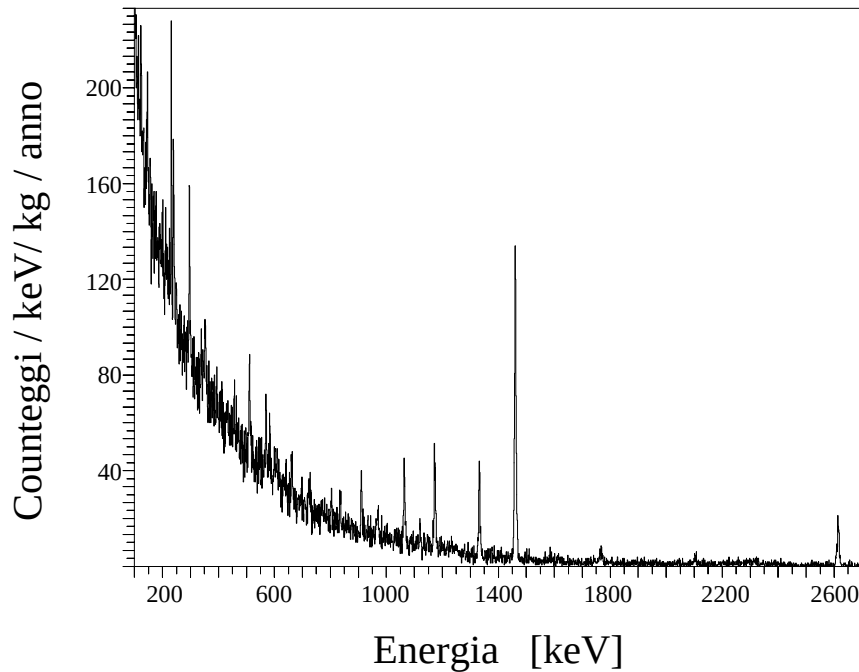


Figura 5.2: *Spettro di fondo nella regione γ , ricavato in circa 63000 ore $\times$ cristallo di tempo di misura, dall'esperimento MiBeta*

che devono essere costruiti e messi in funzione, in un ambiente delicato da molti punti di vista come è lo spazio sperimentale di un refrigeratore a diluizione. I segnali raccolti dai 1000 rivelatori dovrebbero poi essere acquisiti e analizzati in maniera opportuna. Ogni aspetto dell'esperimento, data la sua mole, pone difficoltà e problemi da risolvere. La sua fattibilità comunque, può dirsi quasi dimostrata dalle prestazioni dei 20 cristalli di MiBeta, che rivelano una buona riproducibilità e la possibilità di operare come un unico rivelatore, come appare dallo spettro di fondo di figura 5.2. Tuttavia un passo in avanti fondamentale verrà compiuto grazie ad un nuovo esperimento, Cuoricino, già approvato ed in fase di sviluppo avanzata, che, oltre a contribuire a sciogliere i dubbi circa l'effettiva fattibilità di CUORE, costituirà di per sé un potente strumento per la ricerca del doppio decadimento beta. Si tratta di un esperimento costituito da 13 moduli da 4 cristalli ciascuno costituenti i piani di una torre simile a quella di MiBeta.

Nell'ultima fase della progettazione si è deciso di inserire nella torre due piani costituiti ciascuno da 9 cristalli $3\times 3\times 6$ cm³. In sostanza quasi tutta la vecchia torre di MiBeta sarà smontata e rimontata all'interno di Cuoricino (che raggiungerà così un totale di 62 bolometri, 44 da $5\times 5\times 5$ cm³ e 18 da $3\times 3\times 6$ cm³). Questo consentirà, come si può vedere chiaramente in figura 5.3, di avere alcuni cristalli, per la precisione 2 (il centrale di ognuno dei 2 piani), completamente circondati da altri cristalli, permettendo così di testare le potenzialità dell'analisi in coincidenza in una situazione simile a quella dei cristalli di

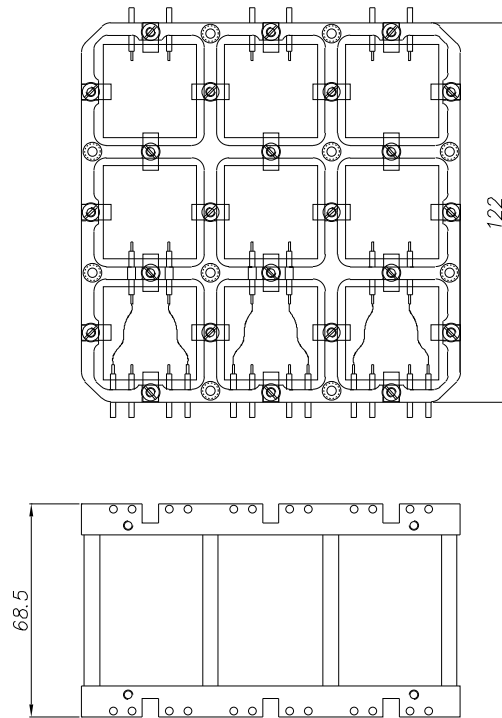


Figura 5.3: Progetto per inserire 9 cristalli da $3 \times 3 \times 6 \text{ cm}^3$ in un modulo (un piano) della torre di Cuoricino.

CUORE.

Nel corso del 2001 si è svolto un intenso lavoro di ricerca e sviluppo, nel laboratorio situato nella sala C dei LNGS, volto a ottimizzare i rivelatori, sviluppando una più approfondita conoscenza delle loro proprietà e caratteristiche al fine di definire i processi di realizzazione definitivi per l'esperimento Cuoricino. In queste pagine illustreremo questo lavoro mostrando anche come gli esperimenti svolti abbiano influito sulla configurazione definitiva dell'esperimento, che diverrà operativo nell'estate del 2002.

5.2 Ricerca e sviluppo: apparato sperimentale

L'attività di ricerca e sviluppo per quello che riguarda gli esperimenti MiBeta e Cuoricino si svolge in un laboratorio situato nella sala C dei LNGS. Abbiamo descritto nel capitolo 3 l'apparato sperimentale che viene utilizzato per rendere operativi i rivelatori bolometrici; esso è sostanzialmente analogo a quello che nella sala A garantisce il funzionamento dell'esperimento MiBeta. Tuttavia come già accennato in precedenza è fortemente inferiore ad esso per quanto riguarda la pulizia da contaminazioni radioattive. Infatti il criostato è stato realizzato con richieste molto meno stringenti sulla radiopurezza dei materiali; inoltre lo schermo esterno al criostato è molto meno efficace di quello montato in sala A.

In figura 5.4 è riportato il confronto fra uno spettro in sala A ed uno in sala C realizzati

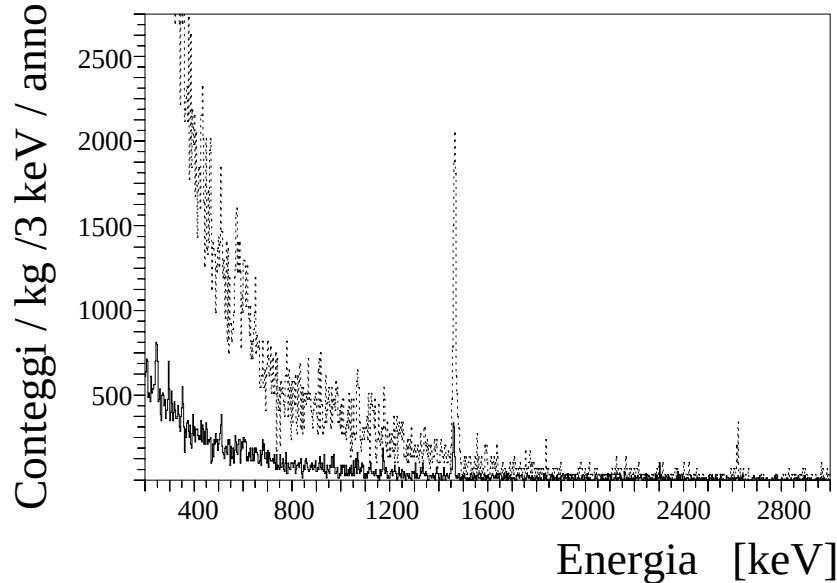


Figura 5.4: Confronto tra lo spettro di fondo effettivo di due cristalli in sala A (linea continua) ed in sala C (linea tratteggiata).

con i medesimi cristalli. È immediato osservare la molto maggiore contaminazione a basse energie presente in sala C. In particolare nella zona del DDB0 ν (2528 keV), dove non vi sono picchi naturali, il fondo è dominato dal continuo di eventi spurii generati dalle righe naturali presenti (precisamente alla riga gamma del ^{208}Tl a 2615 keV). Questo fatto non crea problemi per lo studio delle caratteristiche dei rivelatori: risoluzione, ampiezza degli impulsi, tempi di salita e discesa, eccetera; tuttavia sembrerebbe problematico per quanto riguarda lo studio del fondo nella zona del DDB0 ν .

D'altra parte, come abbiamo osservato nello scorso capitolo, nell'esperimento di sala A il fondo delle righe naturali è fortemente soppresso, tanto che il continuo del fondo a destra e a sinistra del picco a 2615 keV è ragionevolmente uguale (essendo la zona a sinistra, dove si trova il DDB0 ν tra il picco e la sua spalla Compton). Dunque si può assumere che il continuo in questa zona sia in buona parte dominato dal fondo generato dai picchi alfa della radioattività naturale di alta energia (cfr. 4.7).

Essendo in generale le energie dei decadimenti alfa molto maggiori rispetto a quelle delle righe gamma, la zona alfa non è influenzata da queste ultime, indipendentemente dal criostato in cui si lavora. Dunque è possibile studiare il fondo a destra del ^{208}Tl e assumere che i risultati ottenuti sulla soppressione del fondo siano validi in sala A anche nella zona del DDB0 ν (a sinistra del picco). In tal modo è dunque possibile testare le modifiche da apportare in sala A senza dover fare test direttamente in loco.

Data la poca statistica generalmente raccolta in questo tipo di misure, nelle quali ci si aspetta risposte sul comportamento dei rivelatori sul fondo in tempi relativamente brevi

(poche settimane), il paragone tra differenti misure viene fatto confrontando gli integrali su tutti gli eventi raccolti in dati intervalli di energia nella zona alfa. Generalmente gli intervalli di energia considerati sono 3–4, 4–5 e 5–6 MeV, con l'attenzione che tra 5 e 6 MeV cade il picco del ^{210}Po che è una tipico contaminante che entra nei cristalli durante i processi di crescita degli stessi. Essendo il tempo di dimezzamento del ^{210}Po $\tau_{1/2} = 138$ giorni, il tempo di vita del cristallo (cioè da quanto è stato prodotto) incide molto sul valore dell'integrale nella zona del picco: pertanto è da trattare con attenzione. Generalmente le maggiori informazioni si hanno nella zona 3–4 MeV.

5.3 La riduzione della radioattività tramite la pulizia delle superfici

Nel novembre del 2000 è stato predisposto un run di test nel criostato della sala C dei LNGS (run 2000–IV) contenente 4 rivelatori da $3 \times 3 \times 6 \text{ cm}^3$ e 4 rivelatori da $5 \times 5 \times 5 \text{ cm}^3$ montati in due diversi piani indipendenti, cioè ciascuno chiuso da una propria copertura con elettronica indipendente, seppur avvitati uno sull'altro. Uno degli scopi fondamentali del run era quello di eseguire una serie di test decisivi prima del rifacimento della torre di MiBeta, descritto nello capitolo 4. In particolare si voleva una conferma della efficacia della pulizia del rame fatta a Legnaro (LNL dell'INFN) e dell'effetto delle nuove lappature su forma segnali (questa preoccupazione nasce dal fatto che metodi di pulizia delle superfici testati precedentemente, come l'attacco acido, influenzavano fortemente la forma del segnale). Inoltre, si è iniziata una serie sistematica di misure sui cristalli $5 \times 5 \times 5$ per Cuoricino. La configurazione dei rivelatori era la seguente:

- Cristalli $3 \times 3 \times 6$: struttura in rame ripulita a Legnaro con rivelatori montati come nella nuova configurazione in sala A, praticamente un modulo da 4 (un piano della torre di MiBeta).
- Cristalli $5 \times 5 \times 5$: struttura in rame ripulita a Legnaro. Si testano 4 rivelatori per Cuoricino realizzati con cristalli non lappati così come sono arrivati dalla Cina (test di base sul fondo).

Tutti i rivelatori sono montati in una configurazione identica a quella del nuovo MiBeta. Il montaggio ha avuto luogo nella nuova camera pulita di classe 1000 dei LNGS a partire dal 20 novembre circa. I cristalli $3 \times 3 \times 6$ utilizzati sono: 3, Y, L e 12 nuovamente lappati presso i LNGS. I cristalli 3, L e 12 sono trasparenti (si vedono per esempio i cerchi di colla dei termistori attraverso i 6 cm del cristallo), ma non appaiono come quelli lappati dai cinesi che sono di qualità ottica (sono più lattiginosi). Il cristallo Y, essendosi rotto durante la lappatura, è lasciato grezzo, non è connesso e serve solo per equilibrare meccanicamente il montaggio e per omogeneizzare il fondo.

I cristalli $5 \times 5 \times 5$ sono B37, B38, B39 e B40, montati esattamente come sono arrivati dalla Cina, dove sono stati lappati con la polvere di allumina a grana grossa fornita dal

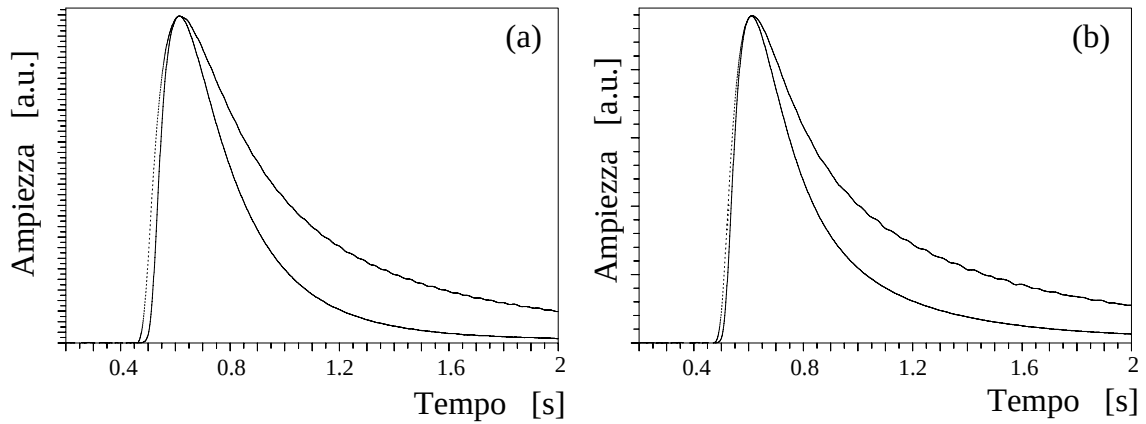


Figura 5.5: Impulsi medi dei due cristalli prima e dopo essere stati sottoposti al trattamento acido; sia il tempo di salita che di discesa risulta aumentato dopo il trattamento.

gruppo di Milano dopo accurate misure di radioattività (circa 11.6 micron di diametro medio ma con distribuzione di dimensioni abbastanza estesa fino a 50 micron).

5.3.1 Risultati

Rivelatori per MiBeta

rivelatore	montaggio	integrale 3-4 MeV $\text{c/keV/h} \cdot 10^{-5}$	integrale 4-5 MeV $\text{c/keV/h} \cdot 10^{-5}$	integrale 5-6 MeV $\text{c/keV/h} \cdot 10^{-5}$
montaggio radioattività 3x3x6	holder pulito con acido cristalli lappati a Milano	4.0 ± 0.4	8.1 ± 0.7	15.2 ± 0.8
montaggio radioattività 3x3x6	holder pulito a Legnaro cristalli rilappati ai LNGS	5.1 ± 0.5	8.4 ± 0.7	15 ± 1

Tabella 5.2: Confronto degli integrali per un modulo di 4 cristalli $3 \times 3 \times 6$ con rame pulito con acido e con rame trattato a Legnaro.

La misura sui cristalli $3 \times 3 \times 6$ ha fornito risposte positive per ambedue le verifiche che effettuate. La forma dei segnali infatti è perfettamente normale, al contrario di quanto avveniva con cristalli in cui l'eliminazione di contaminazioni sulle superfici avveniva tramite attacco acido (Si veda figura 5.5).

Anche per quanto riguarda la pulizia del rame effettuata a Legnaro le risposte sono

soddisfacenti, come si può osservare in tabella 5.2. I risultati sulla contaminazione radioattiva sono compatibili con i migliori risultati mai ottenuti pulendo le superfici del rame con attacchi acidi (procedura sviluppata dai gruppi di Milano e dei LNGS). Queste indicazioni hanno portato a considerare la scelta di far effettuare le puliture ai LNL, in quanto oltre a garantire la pulizia delle superfici, porta vantaggi in termini di affidabilità e riproducibilità dei trattamenti. Inoltre l'esperienza del gruppo di Legnaro in altre procedure (come descritto in 4.1.3), volte a minimizzare la possibilità di una contaminazione successiva al trattamento (passivazione, ecc.), ha portato a considerare come ottimale questa soluzione.

Rivelatori per Cuoricino

Per quanto riguarda il test con i cristalli di Cuoricino va osservato che solo due dei quattro cristalli hanno funzionato correttamente; gli altri due pur essendo attivi dal punto di vista elettronico, non presentavano nessun segnale, come se i termistori non fossero connessi al cristallo. All'apertura, alla fine della misura, si è verificato che i due termistori si erano effettivamente scollati dal cristallo. In seguito a questo fatto sono state rese più rigide le procedure di incollaggio già abitualmente seguite. Va inoltre osservato che dei due rivelatori funzionanti il B40 ha avuto uno spettro molto brutto.

In tabella 5.3 sono riportati i valori degli integrali per i due cristalli nei vari intervalli di energia. Da questi risultati si può ricavare una stima delle contaminazioni interne dei

	integrale 3-4 MeV c/keV/h	integrale 4-5 MeV c/keV/h	integrale 5-6 MeV c/keV/h	integrale 6-10 MeV c/keV/h
B38	$(3\pm 2)\cdot 10^{-5}$	$(24\pm 4)\cdot 10^{-5}$	$(1820\pm 35)\cdot 10^{-5}$	$(2.2\pm 0.6)\cdot 10^{-5}$
B40	$(2\pm 1)\cdot 10^{-5}$	$(4\pm 2)\cdot 10^{-5}$	$(180\pm 10)\cdot 10^{-5}$	$(0.2\pm 0.1)\cdot 10^{-5}$

Tabella 5.3: Integrali calcolati per i due cristalli B38 e B40 da $5\times 5\times 5$ cm³, lappati in Cina con polvere a grana grossa (11 μ m) testate a Milano.

cristalli; usando i limiti sulle righe ^{232}Th int. < 0.006 c/kg/h ^{238}U int. < 0.006 c/kg/h si ottengono i seguenti valori per le contaminazioni interne ai cristalli:

$$^{232}\text{Th} < 3 \cdot 10^{-12} \text{ g/g} \quad ^{238}\text{U} < 1 \cdot 10^{-13} \text{ g/g} \quad (5.2)$$

È evidente che non vi sono forti contaminazioni radioattive come quelle che venivano introdotte dalla lappatura con ossido di cerio, tipicamente usato per le lucidature di fino.

5.4 Microfonismo meccanico: il problema degli holder

In seguito ai problemi evidenziatisi in MiBeta per quel che riguarda il microfonismo meccanico, che hanno comportato la necessità di introdurre un filtro di vibrazioni, descritta in 4.2, nell'aprile del 2001 si è deciso di svolgere delle misure di verifica per chiarire le cause

dell'insorgere del problema e tracciare una linea di sviluppo da seguire per realizzare la torre di Cuoricino.

Come abbiamo visto nel capitolo 4, passando dalla vecchia alla nuova configurazione di MiBeta il microfonismo meccanico è aumentato enormemente, tanto da rendere impossibile la misura. È apparsa subito evidente una maggiore influenza reciproca dei canali, che può essere facilmente osservata visualizzando i segnali in uscita di due diversi rivelatori direttamente su un oscilloscopio. Si nota chiaramente una correlazione tra i rumore microfonici sui due canali: ad un picco microfonico su un canale corrisponde sempre un picco di uguale forma sull'altro.

5.4.1 Il problema della struttura in rame

Un primo test è stato realizzato nell'aprile 2001 per avere una indicazione di massima in merito ai nuovi montaggi. Si è voluto infatti verificare se fosse effettivamente il nuovo montaggio (familiarmente chiamato "alla Vanzini") la causa del rumore oppure qualche combinazione di fattori relativi al criostato o a tutto l'apparato sperimentale in sala A. Scopo di questo run è di controllare se l'assenza della molla (sempre presente nei run precedenti con montaggio alla Vanzini in sala C) introduce rumore o riscaldamento, sulla base di quello che si è osservato in sala A con l'array da 20 rifatto alla Vanzini. Per fare questo si è cercato di mantenere il più possibile il montaggio del run precedente (2001-IV), sostituendo la molla con un tradizionale attacco a vite direttamente sulla Mixing Chamber. Sono stati incollati i due termistori scollatisi nel run precedente dai rivelatori (sul B39 il termistore è stato sostituito); si sono mantenuti i canali di elettronica precedenti. Il run ha fornito immediatamente, senza bisogno di nessuna analisi, la risposta temuta: infatti in assenza di molla è impossibile effettuare una misura a causa delle oscillazioni termiche provocate da vibrazioni meccaniche, che in alcuni casi impediscono perfino il raffreddamento dei rivelatori. Una misura in queste condizioni è priva di significato.

Si può dunque concludere che certamente la configurazione dei moduli a 4 rivelatori alla Vanzini aumenti in maniera drastica la sensibilità alle vibrazioni. Pertanto è indispensabili utilizzare questo tipo di montaggi sempre unitamente alla molla filtrante. Come abbiamo visto in 4.6 questa soluzione debitamente ottimizzata non si presenta come una soluzione di ripiego ma anzi garantisce un'ottima riproducibilità sui singoli rivelatori.

5.4.2 Il problema dei supporti in teflon

Ulteriori verifiche sono state effettuate per valutare l'influenza dei supporti in teflon sul microfonismo. Infatti una analisi fenomenologica delle risposte al rumore di due canali tramite oscilloscopio, come descritto prima, mostra interessanti fenomeni di correlazione. Tale correlazione però non è facilmente classificabile in quanto non ha comportamenti di immediata interpretazione. Ad esempio un "impulso" microfonico su un rivelatore ha nella quasi totalità dei casi un corrispondente segnale su un altro rivelatore: questo segnale tuttavia, pur mantenendo la forma del primo, differisce in intensità da canale a canale.

Purtroppo la relazione tra l'ampiezza dell'impulso e la posizione del cristallo all'interno delle torre non è intuitiva: infatti i cristalli con impulsi più alti non sono necessariamente vicini e non sono necessariamente gli stessi ogni volta. È però evidente che alcuni canali sono più sensibili alle vibrazioni di altri al punto che alcuni, troppo sensibili, possono diventare inutilizzabili (come abbiamo osservato per MiBeta).

Queste osservazioni hanno fatto pensare che la sensibilità alle oscillazioni sia un fenomeno legato non solo alla torre nel suo complesso ma anche, forse in maniera determinante, alla configurazione del singolo rivelatore. Dovendo valutare l'incidenza della configurazione di un singolo rivelatore sulla sensibilità al microfonismo dello stesso appare chiaro che il "punto debole" dell'attuale configurazione risiede nel modo in cui i cristalli sono attaccati all'holder, cioè nei martelletti di teflon (come già accennato in 4.1.2). In particolare è evidente come, rispetto alle precedenti configurazioni con maschere in teflon (vedi figura 5.8 (a)), la configurazione con martelletti garantisca una minore riproducibilità essendo strettamente dipendente dalla forza con cui sono avvitati i martelletti, dalla deformazione degli stessi e dal discostarsi delle dimensioni del cristallo dalla misura standard (variazioni che possono essere dell'ordine di ± 1 mm).

Dovendo realizzare un test che sancisse la bontà o meno della scelta di montaggio fatta si è deciso di confrontare due strutture modulari, contenente ciascuna 4 rivelatori, del tutto analoghe a quelle utilizzate in MiBeta, eccetto che per le dimensioni dei cristalli. In un modulo i cristalli sono stati montati con sostegno a martelletti, mentre nell'altro con le maschere. I singoli moduli realizzati e chiusi con coperture in rame in maniera totalmente indipendente sono poi stati avvitati l'uno sull'altro a formare un'unica struttura.

Come prima verifica l'intero rivelatore è stato avvitato direttamente sulla Mixing Chamber in modo da discriminare il comportamento dei supporti in teflon da quello del holder vero e proprio. Infatti numerosi run sono stati condotti in passato con rivelatori montati con maschere ma con vecchio tipo di sostegno in rame (moduli a singolo cristallo), con ottimi risultati di funzionamento.

Il risultato di questo run non è stato molto confortante in quanto nessuno dei cristalli presenta un rumore accettabile. Le uscite dei rivelatori sono molto rumorose, con un rumore che ricorda sia quello del run precedente sia quello in sala A per il montaggio senza molla. Non si osservano differenze tra il montaggio tipo Vanzini e quello a maschera. Risulta chiaro dall'osservazione della linea di base che tale rumore impedisce ai rivelatori di raffreddarsi. Gli andamenti delle linee di base sono chiaramente correlate, anche se non identiche, su tutti i canali.

Appare abbastanza arduo trarre delle precise conclusioni da queste misure, principalmente per l'impossibilità di identificare un parametro che stimi le cause del rumore. Si può comunque osservare che l'origine del microfonismo è da ricercarsi principalmente nella struttura del sostegno in rame che sostiene contemporaneamente i 4 cristalli e della torre stessa, consentendo in qualche modo ai cristalli di influenzarsi reciprocamente per quanto concerne le vibrazioni (se l'influenza fosse termica dovrei osservarla anche con gli impulsi). Vi è certamente un'influenza dei sostegni in teflon sulla sensibilità al rumore che, in

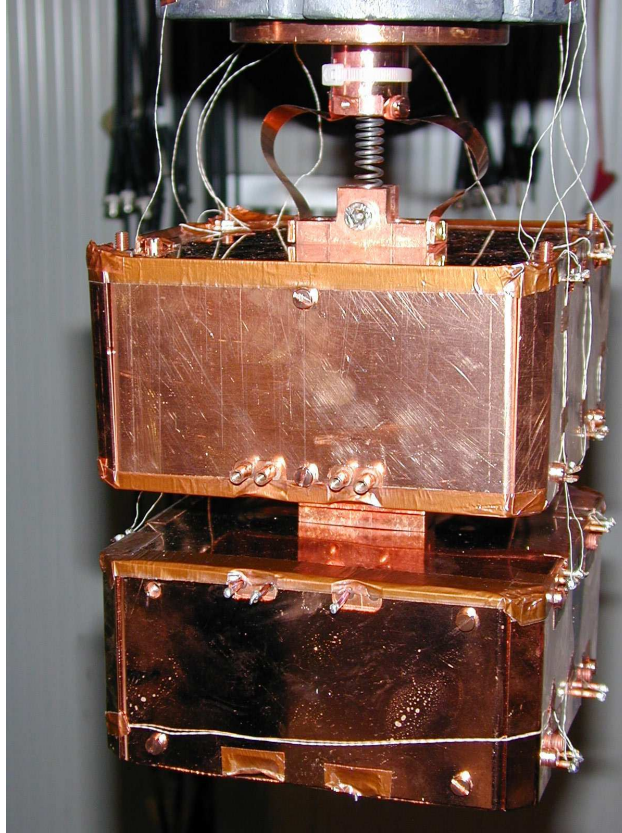


Figura 5.6: Rivelatori utilizzati per il run di discriminazione tra il montaggio “alla Vanzini” e quello tradizionale a maschere. Si notano l’appendimento tramite molla e le termalizzazioni in rame.

particolare nel caso dei martelletti, varia molto da cristallo a cristallo. È tuttavia evidente che il primo passo da fare, prima di poter fare delle considerazioni sul montaggio, è quello di filtrare le vibrazioni che altrimenti rendono indistinguibile qualsiasi modifica si faccia.

5.4.3 La molla

Il passo successivo è stato dunque rimontare gli stessi rivelatori appendendoli ad una molla smorzata avente funzione di filtro. La configurazione è stata lasciata identica alla precedente per evidenziare eventuali cambiamenti.

La prima immediata osservazione è che il rumore si presenta subito come accettabile su tutti i canali. Tuttavia dal punto di vista della discriminazione tra i due tipi di sostegni in teflon non sembra esserci differenza: tutti i cristalli hanno comportamenti analoghi.

Queste osservazioni, unitamente a quanto osservato nell’ultima misura di MiBeta (MiBeta Final Run), hanno portato ad optare per la configurazione tipo Vanzini (con martelletti) anche per Cuoricino. Infatti è evidente che questo tipo di montaggio unitamente

all'effetto filtrante della molla garantisce una buona riproducibilità sulle condizioni di funzionamento del rivelatore.

5.5 Ottimizzazione dei rivelatori

Tra agosto e dicembre del 2001 si sono svolti due run di misura al fine di ottimizzare alcune caratteristiche dei rivelatori, descritte nel capitolo 3, per Cuoricino. Nel corso di queste misure sono state testate fondamentalmente due importanti modifiche dei rivelatori: l'effetto della lappatura sui cristalli $5 \times 5 \times 5$ e la possibilità di utilizzare un nuovo tipo di termistori di germanio.

5.5.1 La lappatura dei cristalli $5 \times 5 \times 5$

La lappatura dei cristalli $5 \times 5 \times 5$ è stata realizzata con la stessa tecnica utilizzata per i 20 cristalli di MiBeta, con panni di nylon e polvere di allumina, presso i LNGS con le tecniche acquisite. Va osservato che per operazioni di questo tipo, scalare le dimensioni non è un fatto banale. Infatti la lappatura effettuata presso i LNGS ha mostrato come seguendo la stessa procedura messa a punto per MiBeta, i cristalli tendevano a rompersi. In particolare si creano veri e propri piani di sfaldatura all'interno del cristallo, probabilmente generati dallo stress termico sulla superficie, in particolare su zone già indebolite dalla presenza di imperfezioni, come graffi o piccole scalfitture. Questo fatto desta una certa preoccupazione per due ragioni: la prima, più elementare è che le condizioni di un cristallo rotto possano peggiorare per effetto di drastici cicli termici; la seconda, più inquietante, è che il cristallo attraversato da un piano di sfaldatura non si comporti più come un unico oggetto ma come due oggetti parzialmente distinti. La conseguenza sarebbe la presenza di una conduttanza termica tra le due parti del cristallo e dunque come effetto sul segnale l'introdursi di una nuova costante di tempo nella forma dell'impulso.

I cristalli utilizzati per questa misura sono stati B1, B2, B4 e B5, che erano arrivati dalla Cina già lappati e sono stati nuovamente lappati ai LNGS (eccetto il B1, mantenuto come arrivato dalla Cina). La lappatura, come detto, è stata difficoltosa ed ha esacerbato precedenti rotture dei cristalli. Questi cristalli infatti erano già stati utilizzati per numerosi test e non faranno parte di Cuoricino. Piani di rottura sono chiaramente visibili in B2, B4 e B5.

5.5.2 Nuovi termistori

Nel corso della misura sono anche stati testati nuovi termistori in germanio NTD proposti dal Dr. J. Beeman dei LBNL di Berkeley e del Department of Materials Science and Mineral Engineering della Università della California che collabora da tempo all'esperimento per quanto riguarda la produzione di termistori. I nuovi termistori, realizzati con lo stesso materiale dei precedenti, differiscono nella forma. Avendo infatti sviluppato tecniche molto potenti di lavoro di precisione sul Ge si è pensato di realizzare termistori

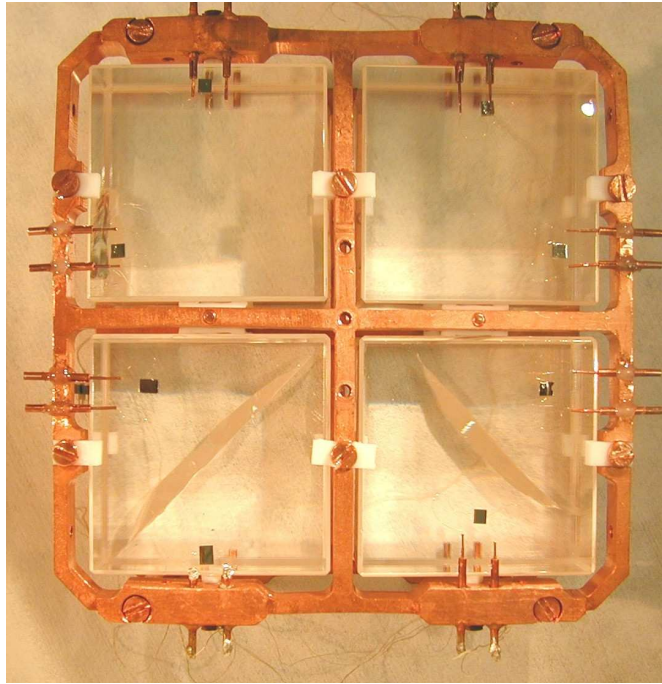


Figura 5.7: Struttura modulare in rame contenente 4 rivelatori (1 piano di Cuoricino) lappati in Italia. Si notano i doppi termistori incollati sui cristalli e gli evidenti piani di sfaldatura interni.

non più semplicemente a forma di parallelepipedo, ma dotati di un piedistallo (standoff) quadrato di 1 mm^2 sulla faccia che va ad incollarsi sulla superficie del cristallo. Le ragioni di questo tipo di modifica sono sostanzialmente due: testare la possibilità di aumentare la conduttanza termica tra cristallo e termistore (nell'ipotesi che lo spessore della colla sia un parametro critico), aumentando così l'ampiezza del segnale, e testare la possibilità di effettuare un incollaggio senza l'utilizzo di piccole gocce di colla, familiarmente chiamate "funghi" (abbastanza critici in fase di realizzazione dei rivelatori).

Come è noto la conduttanza termistore-cristallo è proporzionale alla superficie di contatto tra i due, tramite colla. Per questo motivo la soluzione preferibile per l'incollaggio sarebbe un sottile velo di colla su tutta la faccia del termistore. Tuttavia test realizzati in questo senso hanno mostrato come le contrazioni termiche tendano a provocare fratture. L'utilizzo di un termistore con piedistallo consente di realizzare un sottilissimo velo di colla: infatti le contrazioni termiche su una superficie di 1 mm^2 non sono tali da provocare fratture.

Inoltre se lo spessore della colla si rivelasse un parametro critico per la conduttanza, il che è ragionevole data la bassa conduttanza termica della colla, incollare i termistore con un sottile velo di colla potrebbe, a parità di superficie incollata aumentare la conduttanza, aumentando così l'ampiezza del segnale.

Per fare questo test sono stati prodotti nel laboratorio del Dr. Beeman a Berkeley dei piedistalli indipendenti ($1 \times 1 \times 0.1\text{ mm}^2$) da incollare al termistore di germanio nel centro

della faccia che va ad incollarsi sul cristallo. Il test è stato realizzato incollando su 3 dei 4 cristalli (precisamente B2, B4 e B5) due termistori, uno con piedistallo, familiarmente battezzato “tipo Beeman”, e uno con metodo tradizionale a 12 funghi di colla.

5.5.3 Risultati

Forma degli impulsi

Per quanto riguarda la forma degli impulsi le risposte fornite dal questo run sono buone. Gli impulsi hanno forma usuale e non vi è traccia di ulteriori costanti di tempo: i cristalli con piani di sfaldatura sembrano comportarsi come un unico bolometro. Va detto comunque che i piani di sfaldatura in questo caso non sono tanto estesi, pertanto in condizioni peggiori la risposta dei rivelatori andrebbe riverificata. Per quanto concerne i tempi di discesa degli impulsi si osserva l'usuale dipendenza dalla qualità delle superfici (cioè dalla qualità del contatto superficie teflon). Gli impulsi su B1 scendono (90% – 10%) “velocemente”, 680–750 ms, su B4 e B5 sono lenti, 2.1–1.6–1.7 s, mentre su B2 si ha una situazione intermedia 1.2–1.6 s. Va osservato comunque che il tempo di discesa dipende pesantemente anche dal termistore e non solo dal cristallo, pertanto a parità di conduttanza cristallo–bagno si possono avere differenze anche grandi.

Per quanto concerne i termistori con piedistallo non si nota nessuna aumento di conduttanza e quindi di ampiezza dell'impulso. Come era lecito aspettarsi riferendosi solo all'area della superficie incollata, l'impulso rilevato dai termistori tipo Beeman ha un ampiezza pari a circa la metà dell'ampiezza rilevata dal corrispondente termistore incollato in modo tradizionale (12 funghi di colla) sul medesimo cristallo, come appare evidente in figura. Questo è una diretta conseguenza del fatto che la superficie di contatto nel caso Beeman è circa la metà di quella che si ottiene con i funghi di colla. Va comunque osservato che i termistori incollati con piedistallo non hanno provocato alcun tipo di rottura al cristallo nè sono stati danneggiati, fatto che apre prospettive di sviluppo per questo tipo di incollaggi.

Prestazioni dei rivelatori

Anche le prestazioni dei rivelatori hanno dato buoni risultati. Il cristallo B1 (con incollaggio tradizionale) ha recuperato le vecchie prestazioni storiche. Questo cristallo è da sempre quello che ha fornito le migliori prestazioni per quanto riguarda la risoluzione. In questa misura ha riproposto queste prestazioni eccellenti: dato che il termistore è lo stesso (B31_L1) ci si interroga sul ruolo del termistore. Oltre a B1 (eccezionale), 2 cristalli hanno risoluzioni accettabili, come si può vedere in tabella 5.5. Su cristallo B2 vi è una forte componente di rumore microfonico tipo triangoloni (cfr. par. 3.10.1).

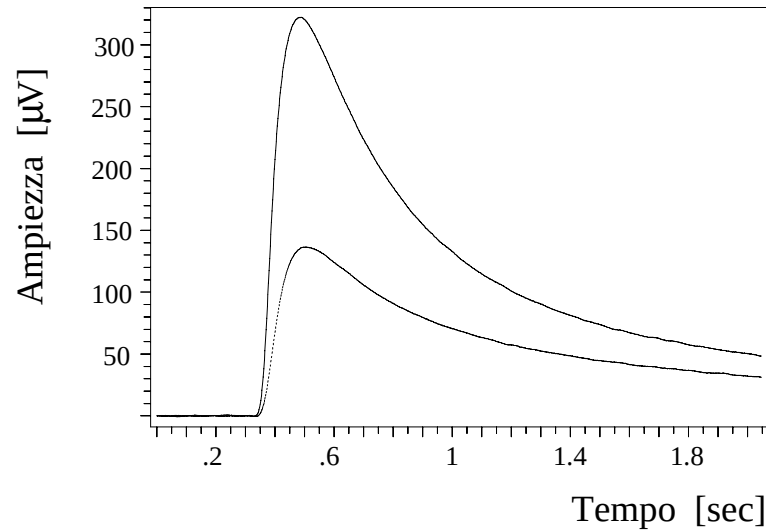


Figura 5.8: Confronto tra il modulo a un cristallo (a) della vecchia configurazione e il modulo a quattro cristalli (b) della nuova configurazione dell'esperimento MiBeta.

	R(lav)	T(lav)	$\mu\text{V}/\text{Mev}$	FWHM @ 2615
B1	117	8.9	220	4.5
B1 (Beeman)	92	9.4	53	12
B2	88	8.66	107	24
B2 (Beeman)	55	9.6	20	33
B4	43	9.2	73	9.2
B4(Beeman)	53	10.6	39	17
B5	99	9.5	85	9

Tabella 5.4: Punti di lavoro e prestazioni

5.5.4 I cristalli di Cuoricino

Nel novembre del 2001 infine è stato realizzato una misura del tutto analoga a quella appena descritta ma utilizzando 4 cristalli effettivamente destinati a Cuoricino. Questi cristalli hanno mostrato gli stessi problemi in fase di lappatura dei precedenti, acuiti però dal fatto di non essere mai stati lappati fino a qualità ottica in Cina. Infatti, a causa della particolare lappatura effettuata che non utilizza un vero e proprio panno ma una superficie di vetro, durante il procedimento si sono formate microfratture anche abbastanza profonde (50–80 μm). Si è osservato proprio in corrispondenza di queste fratture l'aprirsi di piani di sfaldatura all'interno del cristallo.

Sono stati inoltre testati nuovamente termistori di tipo Beeman lavorati direttamente per conferire loro la forma voluta con piedistallo attaccato. Questo per verificare che il doppio incollaggio della misura precedente, termistore su piedistallo e piedistallo su

cristallo non avesse in qualche modo influito sui risultati. Per questo sono state approntate anche nuove punte per produrre i funghi di colla sul cristallo, in modo da lasciare 9 funghi, che dovrebbero essere i meglio adatti alla superficie del cristallo.

Infine è stato testato un nuovo tipo di connessione tra il sistema di rivelazione e la molla. Infatti in MiBeta la torre viene avvitata, cosa che non sarà possibile fare con Cuoricino per ragioni di peso.

I risultati di questa misura sono stati buoni e in linea con la precedente: le risoluzioni sono leggermente migliorate, la forma dei picchi è buona. I termistori tipo Beeman hanno risposto come nel run precedente.

CRISTALLO	Sens	R [MΩ]	$\mu\text{V}/\text{MeV}$	Td [ms]	RISOLUZIONI FWHM [keV]
B19 perfetto	9F	37	64	300	7(@609) 6-8(@2615)
	JB	35	27	450	14(@609) 15(@2615)
B22 scheggiato	9F	107	140	110	7(@609) 10(@1763) 15(@5407)
	12F	75	107	140	9(@609) 8(@1763) 10(@5407)
B21 piano di sfaldatura completo	9F	22.5	35	420	9(@911) 9(@2615) 16(@5407)
	12F	42.5	61	340	6(@911) 6(@2615) 7(@5407)
B20 piano di sfaldatura completo	9F	126	118	150	5(@911) 9(@2615) 8(@5407)
	JB	58	61	220	9(@911) 10(@2615) 8(@5407)

Tabella 5.5: *Punti di lavoro e prestazioni per i cristalli di Cuoricino, con termistori incollati con 9 funghi (9F), 12 funghi (12F) e alla Beeman (JB)*

La media della FWHM sul 2615 è ~ 8 KeV contro i circa 12 KeV dell'ultimo run (stesso montaggio, diverso appendimento) e ~ 18 KeV del run di giugno; ciononostante il rumore sui cristalli è fortemente dipendente dalle vibrazioni sul criostato (almeno su 1 cristallo).

Questi risultati spingono ad andare avanti con la realizzazione di Cuoricino, sostenuti anche dall'ottima riproducibilità riscontrata in questi due run in fase di realizzazione e messa in opera dei rivelatori.

5.6 Prospettive attuali e future

La fase di sviluppo dei rivelatori per Cuoricino si sta di fatto concludendo con gli ultimi test di verifica sulla lappatura. Tuttavia in futuro sarà certamente utile proseguire nella ricerca, per ottenere rivelatori dalle prestazioni sempre migliori e sempre più facilmente riproducibili (in questo senso uno sforzo per realizzare la produzione in serie dei rivelatori senza intaccarne la qualità è già in atto).

Ulteriori nuovi test si muoveranno certamente secondo le seguenti direzioni di ricerca rimaste aperte al termine del lavoro dell'ultimo anno:

- testare nuovi montaggi per i cristalli, in particolare per quel che concerne i supporti in teflon. Una possibile strada da percorrere è quella di fissare i cristalli con supporti sugli angoli (in fase di progettazione).
- effettuare nuovi test su termistori tipo Beeman lavorati però in modo da avere 4 piedistalli anzichè 1. Questo dovrebbe consentire di unire i vantaggi di un facile incollaggio con una superficie di contatto maggiore di quella tradizionalmente ottenuta con i dischi di colla.
- Testare a fondo le tecniche di lappatura, in particolare sperimentando la possibilità di diminuire gli sforzi di lappatura ove si rivelasse non necessario per il buon funzionamento del bolometro (per esempio evitando di rendere ottiche le superfici o lappando solo le zone di incollaggio dei termistori e degli heater).

Inoltre nuove indicazioni e possibili verifiche nasceranno certamente dall'avvio di Cuoricino.

5.7 Il futuro degli esperimenti

Come detto nel capitolo 4, l'esperimento MiBeta è terminato il 27 dicembre 2001. A partire da gennaio 2002 sono cominciati i lavori per realizzare Cuoricino che riguardano, oltre alla costruzione e messa a punto dei rivelatori e della torre, di cui si è ampiamente parlato, anche tutte le necessarie modifiche strutturali (sostituzione degli schermi in rame, sostituzione di alcune pompe, riparazione del liquefattore di elio) e i necessari test di funzionamento su tutte le parti dell'apparato sperimentale. A oggi la messa in opera di Cuoricino è stimata nella primavera di quest'anno e il probabile inizio della presa dati sarà in estate. I risultati sull'abbassamento del fondo e i test che verranno effettuati sulla efficacia delle tecniche di anticoincidenza dovrebbero costituire una verifica decisiva sulla fattibilità di CUORE (la opportunità scientifica è stata ampiamente descritta). Oltre all'importanza diretta, Cuoricino consentirà di svolgere ulteriori test sull'efficacia di tale esperimento nella rivelazione di altri eventi rari, in particolare per quel che riguarda la Materia Oscura e gli assioni solari, che come accennato potrebbero essere ben indagati sfruttando le enormi potenzialità di CUORE.

Parallelamente all'inizio di presa dati di Cuoricino ricomincerà l'attività di ricerca e sviluppo dei rivelatori per CUORE seguendo le linee tracciate nel paragrafo precedente.

Bibliografia

- [1] E. Majorana, *Nuovo Cimento* **14** (1937) 171
- [2] R.M. Barnett *et al.*, (PDG 96), *Physical Review D* **54** (1996), 1
- [3] R.N. Mohapatra, G. Senjanovic, *Phys. Rev. Lett.* **44** (1980) 912
- [4] M. Goeppert-Mayer, *Phys. Rev. Lett.* **59** (1987), 512
- [5] E. Fiorini, E. Previtali, L. Zanutti, *Proceedings of the Fourth School of Non-accelerator Particle Astrophysics*, World Scientific, (1955),259
- [6] E. Fiorini, S. Pirro, *Proceedings of the Fifth School of Non-accelerator Particle Astrophysics*, ISBN 88-8303-029-X (1998)
- [7] Wapstra e Audi, (1985)
- [8] Lederer e Shirley, (1978)
- [9] Elliot *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **59** (1987), 2020
- [10] W.H. Furry, *Phys. Rev.* **56** (1939), 1184
- [11] B. Kayser, *The Physics of Massive Neutrinos*,World Scientific, Singapore,(1989)
- [12] C. Caso *et al.*, (PDG98), *European Physical Journal C* **3** (1998), 1
- [13] H.V. Klapdor-Kleingrothaus *et al.*, *Nuclear Physics B (Proc.Suppl.)* **70** (1999),242-245
- [14] A. Balysh, *et al .*, *Phys. Lett.* **B 322** (1994), 176
- [15] S. Pirro *et al.*, *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A* **444** (2000), 71-76
- [16] G.E. Aalseth *et al.*, *Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.)* **70** (1993)
- [17] The Heidelberg–Moskow Experiment, *Phys. Rev. D* **55** (1997) 54
- [18] G.B. Gelmini, M. Roncadelli, *Phys Lett B* **99** (1981),411

- [19] H. Primakoff, S.P. Rosen, *Rep. Progr. Phys.* **22** (1969) 121
- [20] P. Vogel and coll., *Phys. Rev. Lett.* **57** (1986) 3184; *Phys. Rev. C* **37** (1988) 731. Si veda anche M. Moe, P. Vogel, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **44** (1994) 247
- [21] M. Doi *et al.*, *Progr. Theor. Phys. Suppl.* **83** (1985) 1
- [22] F. Bohem, P. Vogel, *Physics of Massive Neutrinos*, Cambridge University Press, 1987.
- [23] a) E. Caurier *et al.*, *Phys. Lett. B* **252** (1990) 13 ed Erratum, *Phys. Rev. C* **50**(1994) 223. b) E. Caurier *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **77** (1996) 1954; J. Retamosa *et al.*, *Phys. Rev. C* **51** (1995) 371; A. Poves *et al.*, *Phys. Lett. B* **361** (1995) 1
- [24] A. Morales, *Review on Double Beta Decay Experiments and Comparison with Theory*, relazione su invito alla conferenza *Neutrino 98*, Tokayama, Giappone, giugno 1998, *Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.)* **235** (1998)
- [25] J. Suhonen, O. Civitarese, *Phys. Rep.* **300** (1998) 123
- [26] H. Ejiri, *Double Beta Decays and Neutrinos. Present Status and Remarks*, relazione su invito alla conferenza *Neutrino 2000*, Sudbury, Canada, giugno 2000
- [27] W.C. Haxton, G.J Stephenson, *Progr. Par. and Nucl. Phys.* **12** (1984) 409
- [28] W.C. Haxton *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **D 26** (1982) 1805
- [29] A. Staud *et al.*, *Europhys. Lett.* **13** (1990) 31
- [30] X.R. Wu *et al.*, *Phys. Lett. B* **272** (1991) 169 e **B 276** (1992) 274; J.G. Hirsch *et al.*, *Nucl. Phys. A* **589** (1995) 445
- [31] M.K. Moe, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **44** (1994) 247
- [32] E. Fiorini *et al.*, *Phys. Lett B* **25** (1967) 602 (1993) 236
- [33] H.V. Klapdor-Kleingrothaus *et al.*, *Euro. Phys. Jour. A* **12** (2001) 147
- [34] The Heidelberg–Moskow Experiment, *Phys. Rev. Lett.* **83** (1999) 41
- [35] The Nemo-2 collboration, *Phys. of Atomic Nuclei*, **Vol. 63 No. 12** (1999) 2031-2038
- [36] D. Dassié *et al.*, *Phys. Rev. D* **51** (1995) 2090
- [37] R. Arnold *et al.*, *Z. Phys. C* **72** (1996) 239
- [38] X. Sarazin, *Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.)* **70** (1999) 239
- [39] R. Luescher *et al.*, Search for $\beta\beta$ decay in ^{136}Xe : new results from the Gotthard experiment, sottomesso a *Phys. Lett.*, 1999

- [40] S. Simon, *Nature* **135** (1935) 763
- [41] D.H. Andrews *et al.*, *Phys. Rev.* **76** (1949) 154
- [42] E. Fiorini, T.O. Niinikoski, *Nucl. Instr. and Meth.* **224** (1983) 83
- [43] U. Fano, *Phys. Rev.* **70** (1946) 44
- [44] C.A. Klein, *J. Appl. Phys.* **39** (1968) 2029
- [45] D. McCammon *et al.*, *Nucl. Instr. and Meth.* **326** (1993) 157
- [46] J.C. Mather, *Appl. Opt.* **21**, **6**, (1982), 1125
- [47] A. Giuliani, *Studio e sviluppo di calorimetri a bassa temperatura per la ricerca di decadimenti rari e di particelle interagenti debolmente*, dissertazione di dottorato, Università degli Studi di Milano, 1989
- [48] B. Taylor, H.J. Maris, C. Elbrum, *Phys. Rev. Lett.* **49** (1969) 416
- [49] A. Giuliani, S. Sanguinetti *Mater. Sci. Eng.*, **R 11** (1993) 1
- [50] K.D. Irwin *et al.*, *Rev. Sci. Instr.* **66** (1995) 5322
- [51] S.H. Moseley *et al.*, *J. Applied Phys.*, **56** (1984) 1257
- [52] V. Radeka, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.*, **38** (1988) 217
- [53] R.C. Richardson *et al.*, *Exp. Tech. in Condens. Matt. Phys. at Low Temp.*, Redwood City, CA (1988)
- [54] F. Pobell, *Matt. and Meth. at Low Temp.*, Berlin, Springer-Verlag (1992)
- [55] M. Barucci *et al.*, *Mesurament of low temperature specific heat of crystalline TeO₂ for the optimization of bolometric detectors*, sottomesso a *J. of Low Temp. Phys.*
- [56] A.L. Elfros, B.I. Shklovsky, *J. Phys.* **C8** (1957) 49 ?? E. Haller *et al.*, *Phys. Rev.* **B 41** (1990) 3761
- [57] D. McCammon *et al.*, *J. Appl. Phys.* **56** (1984) 1257
- [58] E. Haller *et al.*, *Neutron Transmutation Doping of Semiconductor Materials*, Larrabee, Plenum 194, New York
- [59] A. Alessandrello *et al.*, *Low Temp. Det. for Neutr. and Dark Matt. IV*, Ed. Frontieres, (1992) 447
- [60] A. Alessandrello *et al.*, *IEEE Nucl. Science Symp* (1992)
- [61] W.A. Little, *Can. J. Phys.* **37** (1959) 334

- [62] M. Frank *et al.*, *J. Low Temp. Phys.* **93** (1993) 213
- [63] C. Jones, *J. Opt. Soc. of America* (1953) 2
- [64] J.C. Matter, *App. Opt.* **vol. 23 no 18** (1984) 3181
- [65] F.H. Hooge, *Phys. Lett.*, **139**, (1969)
- [66] S.M.Sze, *Physics of Semic. Dev.*, Ed. J. Wiley and Sons, New York (1981)
- [67] A. Raccanelli *et al.*, *Eliminating the Vibrational Noise in Countinuously Filled 1 K Pots* relazione presentata alla conferenza LTD 9, Madison, Wisconsin (USA) 2001
- [68] W.H. Press *Numerical Recipes in C*, Cambridge University Press, (1988), rm 398
- [69] A. Alessandrello *et al.*, *Nucl. Instr. and Met.* **B 142** (1998) 163–172
- [70] P. Belli *et al.*, *Nuovo Cimento* **A 101** (1989) 953
- [71] A. Alessandrello *et al.*, *Phys. Lett.* **B 486**, (2000), 13-21
- [72] <http://crio.mib.infn.it/wig/20crystalpage/array20.html>
- [73] L. Baudis *et al.*, *Phys.Rev.*, **D 59**, (1999) 022001
- [74] O.K. Manuel *et al.*, *J. Phys. G:Nucl.Part. Phys.* **17**, (1991), S221
- [75] T. Bernatovicz *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **69** (1992), 2341; *Phys. Rev.* **C 53**, (1993), 1557
- [76] M. Aunola *et al.*, *Nucl Phys.* **A 602**, (1996), 133
- [77] E. Fiorini *et al.*, *Proposal of the CUORE experiment* in <http://crio.mib.infn.it/wig/> (2001)
- [78] A. Faessler, T. Tomoda, *Phys Rev. C* **32** (1985) 1362

Ringraziamenti

In conclusione vorrei ringraziare tutte le persone senza le quali questo lavoro di tesi non sarebbe stato possibile; certamente molti sono stati dimenticati e a questi chiedo anticipatamente scusa.

Innanzitutto ringrazio il prof. Ettore Fiorini per avermi offerto la possibilità di svolgere questo lavoro di tesi e per aver appoggiato e incoraggiato il mio lavoro in questi 15 mesi. Lo ringrazio inoltre per la disponibilità mostratami nel rivedere e correggere la tesi nei tempi ristretti della consegna.

Ringrazio il prof. Andrea Giuliani per la pazienza e l'attenzione con cui mi ha seguito durante tutti questi mesi. Gli sono riconoscente per avermi introdotto nel mondo affascinante della fisica dei bolometri e della fisica degli eventi rari. Fino ad oggi, con caparbia, non ha lasciato inevasa nessuna delle mie domande di fisica (e non sono state poche), ad esclusione di quella sugli assioni solari. Certamente mi ha dedicato tutto il tempo di cui avessi bisogno anche fuori da qualunque limite orario. A lui devo la maggior parte della revisione su questo lavoro che, temo, gli abbia procurato non poco sconcerto.

Ringrazio il dott. Carlo Bucci per avermi sopportato (oltre che supportato) pazientemente nel lavoro quotidiano. Gli sono riconoscente per avermi introdotto ai misteri della criogenia e per avermi mostrato l'insostituibile importanza dell'inclinazione dei corpi in un esperimento di criogenia e bassa attività. Anche a lui devo la revisione e la correzione di questa tesi, che ha protetto dall'estro creativo dei suoi figli.

Un ringraziamento particolare va al dott. Stefano Pirro (il grande Pirro) per avermi seguito in prima persona per buona parte di questo lavoro, per avermi trasmesso la sua passione per la ricerca e avermi introdotto all'arte geniale di risolvere i problemi (le idee di Pirro).

Ringrazio tutto il gruppo dell'esperimento Cuoricino di Milano, in particolar modo quelli con cui ho avuto occasione di lavorare direttamente, Oliviero (il webmaster), Maura, Chiara (che ha dato nuovo significato a parole spesso abusate come "ordine" e "organizzare"), Ezio e Monica; nonché tutti gli altri che hanno comunque reso possibile il mio lavoro. Un grazie speciale va ai dottori Pirro e Vanzini e alla dottoressa Capelli per i preziosi consigli datimi durante la scrittura della tesi e di cui potranno facilmente scorgere i frutti sfogliando queste pagine.

Ringrazio il dott. Francesco Vissani dei Laboratori Nazionali del Gran Sasso per avermi

fatto riscoprire il mondo della fisica teorica e per aver corretto il primo capitolo di questa tesi.

Ringrazio infine tutta la collaborazione internazionale di CUORE, ricordando in particolare Carlos Pobes Aranda (per le sue poche ma decisive idee come le viti di Aranda o l'incollatura di Aranda), Dick McDonald, per le lunghissime conversazioni in inglese e per il lavoro svolto assieme e Riccardo Placido Domingo Artusa, detto il Grande, che mi ha insegnato a saldare.

Ringrazio Marisa (la dott.ssa Pedretti) per avermi trascinato coscientemente in questa avventura e non avermi mai negato parole di conforto o di sconforto nonché per avermi confermato nella convinzione che l'amicizia aiuta la ricerca.

Il ringraziamento più grande va a tutta la mia famiglia che mi ha fin dall'inizio sostenuto e incoraggiato e senza la quale tutto questo non sarebbe certamente stato possibile.

Ringrazio Marta, la mia innamorata, che ha sopportato pazientemente questo anno di lontananza e separazione sostenendomi sempre nonostante le difficoltà.

Ringrazio infine gli amici senza i quali il lungo cammino di questi anni di università sarebbe stato troppo volte smarrito e privo di senso. Innanzitutto i compagni di viaggio più stretti (il mio anno): Giovanni (il più amico), Pelle, detto il Matteo (benché lui fosse sempre da un'altra parte), Simo (se studiamo insieme ci sarà un perché), Simo Z (la mia preferita, nonostante i ricci e i capricci), Ross (nonostante l'abbronzatura una vera amica), SilviaI (la romana) e Maria Elena (alla fine ci ritroviamo di nuovo insieme). Un ricordo particolare va a tutti quelli che in questi anni, essendo più avanti mi hanno aiutato e sostenuto (e sono troppi per ricordarli tutti), a partire da Cionfoli (protagonista del mio compleanno più indimenticabile), passando per Ferri e Stefano Sala (il maestro) fino al dott. Carlo J. Fumagalli (che ora tiene alta la bandiera della ragione tra le mura dell'Università Lateranense). Infine gli amici con cui sto ancora condividendo questa avventura universitaria, Lino (il più grande) e Nicola (l'autocoscienza del nulla), Daniele (mio fratello), Mario (che grasso!) e Anna, Caserucci (...), Crishtian (anche se ormai ha fatto carriera altrove), Marco (il più intelligente e anche il più stupido), Saul, Bubu e Noda (che sbaglia sempre un segno), Cellai (il mio teorico di fiducia), Dome (chi l'avrebbe detto...), Teo (che si sentirà a disagio in questo elenco); Angelo, Samuele, Maria Chiara e Simona, Anna Maria (la tenace), Valeria, Bozen e la mitica Francy, la Raffina e pure la Soma; i mitici Diego (il genio) e Rover (che avrebbe voluto esserlo) oltre a Giuliano (il capo), Eleonora, Paolo Maggi, Minù, Marta Sangalloranni e Ben (il genio del male); Ciccio e Fefe, Giova, Betta, Didi, Ninja e tutti i giovani che ho conosciuto poco, fino ad arrivare a mia sorella Giovanna (detta Allegria) e alla sua amica policroma...

Ringrazio tutti i ragazzi di scienze che qui non posso elencare (per non rendere interminabili queste pagine) e mi scuso con quelli che ho dimenticato (tranne che con la Gardi che ho dimenticato di proposito...).

Ringrazio i ragazzi dei Laboratori Nazionali del Gran Sasso: tutto è iniziato per necessità ed ora li chiamo "la mia famiglia dei laboratori": Federica (senza di lei non sarei mai sopravvissuto), Chiara (la nonna), Davide (di cui qui non mi sento di riportare nessuno

degli epiteti), Alba (Napule è mille culure...) ed Elisa (che mi ha spezzato il cuore).

Infine gli amici di L'Aquila, che mi hanno accolto come un fratello e dato un piatto di pasta nei momenti di difficoltà: Federica (la migliore) e Fabbio, Daniele, Angelo e Pisellino, il dott. Gentile, Paolo e Matteo e tutti gli altri.