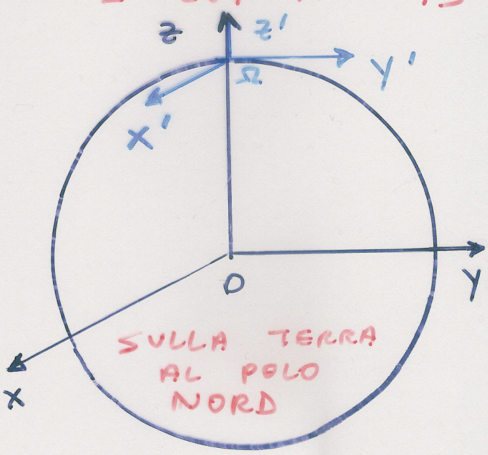
Un cosmonauta sbarca sulla Luna in corrispondenza dell'equatore lunare. Dire in quale verso e con quale velocità $|\vec{v}_0|$ deve lanciare un sasso tangenzialmente all'equatore lunare affinché l'accelerazione subita dal sasso sia la stessa che gli competerebbe se lasciato cadere al polo Nord della Terra.

$R_L =$ raggio della Luna $= 1740$ Km

$\omega_L =$ vel. angolare " " $= 2.7 \cdot 10^{-6}$ rad/s

$g_L = \frac{1}{6} g$



Abbiamo visto che se

$\vec{a}$ = acc. nel sist. di rif. assoluto

$\vec{a}'$ = acc nel sist di rif. relativo

$$\vec{a}' = \vec{a} - \vec{A}_T - \vec{a}_c$$

con $\vec{A}_T = \vec{a}_t + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{\Omega P}' + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{\Omega P}')$

$\vec{a}_t$ = acc. dell'origine del sist di rif R' rispetto al riferimento inerziale

$\vec{\omega}$ = velocità angolare di rotazione di R'

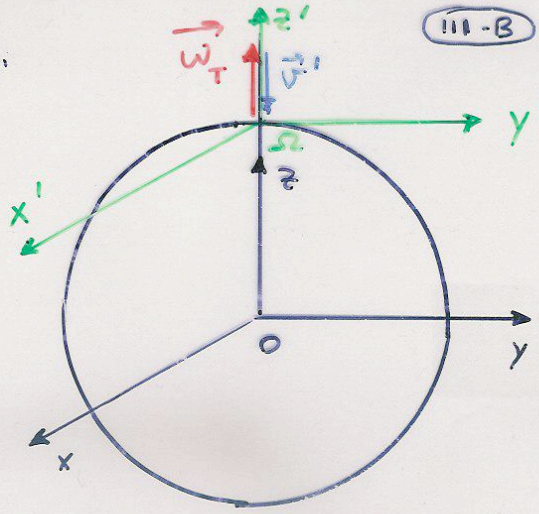
$\vec{\Omega P}'$ distanza del punto da Ω nel sist di rif R'

$\vec{a}_c$ = acc. di Coriolis $= 2\vec{\omega} \times \vec{v}'$

$\vec{v}'$ velocità del punto nel sist R'

Al polo Nord quindi

il corpo che cade con velocita` $\vec{v}'$ verticale e` tale che



$$\vec{a}_c = 2\,\vec{\omega} \times \vec{v}\,' = 0$$

inoltre

$\vec{a}_t$ = acc. del punto Ω in $Oxyz$ $= 0$

$$\frac{d\vec{\omega}}{dt} = 0$$

$$\vec{\Omega P}' \parallel \vec{\omega} \quad \Rightarrow \quad \vec{\omega} \times \vec{\Omega P}' = 0$$

quindi al polo NORD $\quad \vec{a}\,' = \vec{a} - \vec{A}_T - \vec{a}_c$

$$\vec{a}\,' = \vec{a} = \vec{g}$$

\- - - -

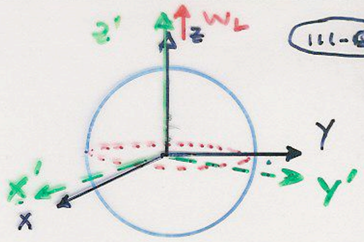
Vogliamo quindi che l'osservatore posto sulla sup. Lunare (all'equatore Lunare) veda il corpo, lanciato a vel. $\vec{v}_0$ da definire soggetto alla acc. di gravita` terrestre.

Sulla Luna:

sistema R' con $\Omega \equiv 0$

$z' \equiv z$

x', y' in rotazione

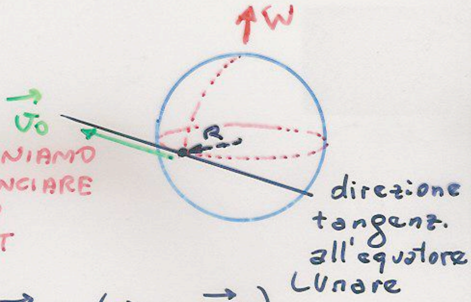


Vogliamo che $\vec{a}' = \vec{g}_T$

ma

$$\vec{a}'_L = \vec{a}_L - \vec{A}_{T_L} - \vec{a}_{c_L}$$

SUPPONIAMO DI LANCIARE VERSO OVEST

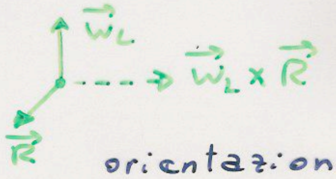


con al solito

•) $$\vec{A}_{T_L} = \underbrace{\vec{a}_{t_L}}_{=0} + \underbrace{\frac{d\vec{\omega}_L}{dt}}_{=0} \times \vec{\Omega P}' + \vec{\omega}_L \times (\vec{\omega}_L \times \underbrace{\vec{\Omega P}'}_{=\vec{R}})$$

$$\Rightarrow \vec{A}_{T_L} = \vec{\omega}_L \times (\vec{\omega}_L \times \vec{\Omega P}') = \vec{\omega}_L \times (\vec{\omega}_L \times \vec{R})$$

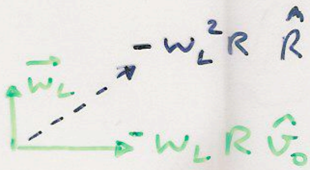
ma $\vec{\omega}_L \times \vec{R}$



dà un vettore opposto alla orientazione scelta per $\vec{v}_0$

$$\vec{\omega}_L \times \vec{R} = -\omega_L R\, \hat{v}_0$$

e $$\vec{\omega}_L \times (-\omega_L R\, \hat{v}_0) = -\omega_L^2 R \hat{R}$$

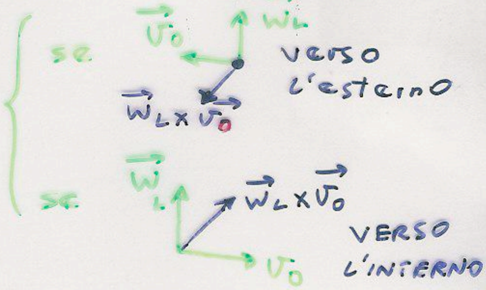


ricordiamo $\vec{\omega}_L$ diretta verso l'asse z (e z')

•) $$\vec{a}_c = 2\vec{\omega}_L \times \vec{v}_0$$

$$= \pm 2\omega_L v_0\, \hat{R}$$

il segno dipende dal verso di $\vec{v}_0$!



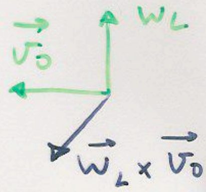
visto che $g_L < g_T$ e che

$$\vec{a}'_L = \vec{a}_L - \vec{A}_{T_L} - \vec{a}_{cL} =$$

$$= \vec{g}_L - \left(-w_L^2 R \hat{R}\right) - \left(\pm 2 w_L v_0 \hat{R}\right)$$

$$= -g_L \hat{R} + \underbrace{w_L^2 R \hat{R}}_{\substack{\text{diretta} \\ \text{verso} \\ \text{l'esterno} \\ (\text{opposto a } \vec{g}_L)}} \mp 2 w_L v_0 \hat{R}$$

v_0 dovrà essere tale che $2\vec{w}_L \times \vec{v}_0$ sia orientato come $\vec{R}$ e $-2 w_L v_0 \hat{R}$ concorda con $-g_L \hat{R}$.



Proiettando tutto su $\vec{R}$ abbiamo

$$|a'| = \left| -g_L + w_L^2 R - 2 w_L v_0 \right| = g_T$$ ⟸ richiesto dal problema

$$2 v_0 w_L + \frac{1}{6} g_T - w_L^2 R = g_T$$

$$v_0 = \frac{g_T \left(1 - \frac{1}{6}\right) + w_L^2 R}{2 w_L} = 1.51 \cdot 10^6 \, m/s$$

verso ovest