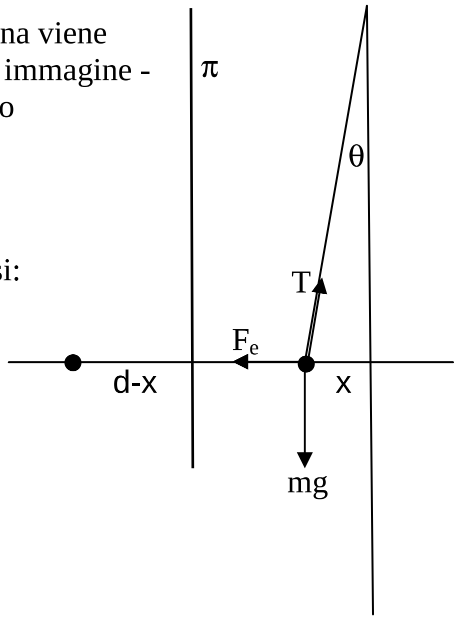
Esercizio n.1 [8 punti]

Una pallina metallica di massa ***m=1g*** è appesa ad un filo di lunghezza ***L=1m*** disposto lungo la verticale. Ad una distanza ***d=10cm*** è posto un piano conduttore, infinito, verticale, fisso e a potenziale nullo.
Sulla pallina è distribuita una carica $q=10^{-8}$ ***C***.
Si calcoli lo spostamento orizzontale della pallina dalla posizione verticale nell'ipotesi di piccoli spostamenti angolari dalla posizione verticale.

Soluzione



Sul piano si induce una carica totale -q. La forza elettrica con la quale la pallina viene attratta verso il piano e' uguale a quella che si esercita fra essa e la sua carica immagine -q posta alla stessa distanza d-x dall'altra parte del piano, avendo chiamato x lo spostamento orizzontale della pallina dalla posizione verticale

Sulla pallina agiscono anche la forza peso mg e la tensione del filo T.
All'equilibrio la somma delle forze esterne agenti sulla pallina deve annullarsi:

$T\sin\theta = F_e$
$T\cos\theta = mg$

Da cui T tg θ = F_e/ mg
dove θ e' l'angolo formato dal filo con la verticale.

La forza elettrica è $F_e = k\, q^2/4(d-x)^2$
avendo chiamato $k=1/4\pi\varepsilon_0 = 4 \cdot 10^9$ [S.I.], da cui $\tan\theta = k\, q^2/4mg(d-x)^2$

Per piccoli spostamenti x si può porre: $tg\theta = x/L$, (angoli piccoli) e $1/(d-x)^2 = 1/d^2\,(1+2x/d)$ $(x<<d)$

Risulta quindi:
$x = k\,Lq^2/(4d^2mg)\,(1+2x/d) = b(1+2x/d)$ avendo chiamato $b = k\,Lq^2/(4d^2mg) = 2{,}3$ mm

che, risolta, fornisce il valore della x cercato $x = b/(1-2b/d) = 2{,}4$ mm

Esercizio n.2 [11 punti]

Una differenza di potenziale ***V = 4V***, applicata ai capi di un filo d'oro [Au] lungo ***L= 2 m*** e di raggio ***a = 0,1 mm*** produce una corrente ***I = 2,7A***.

Da questi dati calcolare:

a) la conducibilità elettrica del materiale di cui è costituito il filo;
b) il valore del campo elettrico nel filo;
c) la potenza dissipata nel filo;
d) la velocità di deriva degli elettroni assumendo che il materiale abbia un elettrone libero per atomo.

Elenco dei valori di alcune proprietà fisico-chimiche dell'oro e di costanti, non tutte necessarie per il calcolo delle grandezze richieste nel problema.

Au - Numero Atomico - NA	79
Au -Peso Atomico - PA	197 a.m.u
Au- Densità - d	19,3 g/cm^3
Au – Elettronegatività	2,54
Au - Conducibilità termica - c_T	318 W/m K
Au - Volume molare - Vm	1 10^{-5} m^3/mole
a.m.u= atomic mass unit	1,6 10^{-27} kg
N_A= Numero di Avogadro	6,02 10^{23}

Soluzione

Dalla definizione delle singole grandezze si ha, ricordando che $\boldsymbol{R= V/I = \rho L/S = L/\sigma S}$, avendo indicato con $\boldsymbol{S}$ l'area della sezione del filo [$\boldsymbol{S=\pi a^2}$].

La conducibilità $\boldsymbol{\sigma = I/V\ L/S}$ = 2,7/4 · 2/π · 10^8 = 4,3 10^7 S/m

b) Il campo $\boldsymbol{E = \rho J= J/\sigma = V/L}$= 4/2 = 2 V/m essendo J la densità di corrente.

c) La potenza dissipata $\boldsymbol{P=I^2R = IV}$ = 4 · 2,7 = 10,8 W

d) La velocità di deriva è definita come $\boldsymbol{v_d = J/\mu}$ dove $\boldsymbol{\mu}$ è le densità di carica di volume.

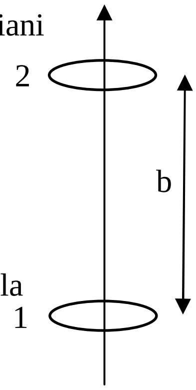
μ = n q, ***n*** essendo il numero di elettroni liberi per unità di volume e ***q*** il modulo della carica dell'elettrone.

Il valore di ***n*** si ha dalla relazione: n = N_A · d/ (PA)= 5,9 ·10^{28} elettroni/m^3

Quindi $\boldsymbol{v_d = J/\mu = (I/S)/(nq)}$= 9,1 mm/s

Prova scritta di Fisica 2 16.4.2012

Esercizio n.3 [11 punti]



Si abbiano due spire circolari, ognuna di raggio ***a = 2 mm***. Le spire sono coassiali, con i piani paralleli ad una distanza ***b = 10 cm*** e sono poste nel vuoto. Nella spira 1 circola una corrente I_1 , in verso antiorario, mentre nella spira due circola una corrente I_2 , in verso orario

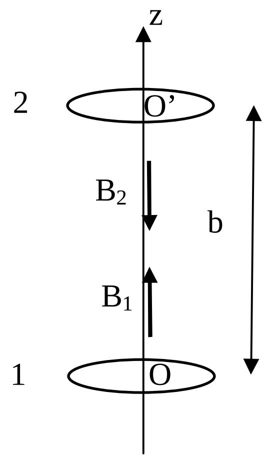
Determinare:

a) L'espressione analitica (esatta) dell'induzione magnetica $\overline{B}$ al centro della spira 1 e della spira 2.

b) Calcolare il coefficiente di induzione mutua nell'approssimazione ***a<<b***.

c) Calcolare quanto deve valere il rapporto I_1/I_2 perché il valore dell'induzione magnetica ***B*** al centro della spira 1 sia nullo.

Soluzione



a) Siano O e O' i centri delle due spire posizionati in z=0 e z=b

Per la spira 1 si ha: $B_1(z) = \mu_0/4\pi\ I_1\ 2\pi a^2/(a^2+z^2)^{3/2}$

mentre per la seconda: $B_2\ (z) = -\ \mu_0/4\pi\ I_2\ 2\pi a^2/(a^2+(b-z)^2)^{3/2}$

In z = 0, ovvero nel centro O, è: $B(O) = \mu_0/4\pi\ \ 2\pi a^2\ [\ I_1/a^3\ -\ I_2/(a^2+b^2)^{3/2}\ ]$

Nel punto O', in z = b si ha

$B(O') = \mu_0/4\pi\ \ 2\pi a^2\ [\ I_1/(a^2+b^2)^{3/2}\ -\ I_2/a^3\ ]$

b) Il coefficiente di mutua induzione è definito come :

$M=\Phi_{L1}(I_2)/I_2=B_2(O)\ S/\ I_2=\ \mu_0/4\pi\ I_2\ 2\pi a^2/(a^2+b^2)^{3/2}\ \cdot\ \pi a^2/\ I_2 = \mu_0/2\ \ a^4/(a^2+b^2)^{3/2} \cong \mu_0/2\ \ \pi a^4/b^3 =3{,}14\ \cdot 10^{-14}$ H

c) Si pone $B_1(0)+B_2(0)=0$ da cui si ha: $I_1/I_2=a^3/(a^2+b^2)^{3/2}\ \cong(a/b)^3=(2\cdot\ 10^{-3}/0{,}1)^3= 8\ \cdot 10^{-6}$