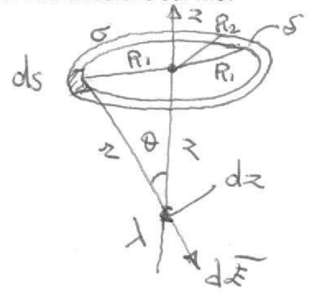
Prova scritta di Fisica 2 26.10.2016

Esercizio n.1 **[10 punti]** con $\delta \ll R_1 ; R_2$

Nel piano x,y è posta una corona circolare, centrata nell'origine, di raggi interni ed esterni **R1** e **R2=R1+**$\delta$. Su questa corona è posta una densità di carica costante $\sigma$. A partire dall'origine O(0,0,0), lungo l'asse z e fino a z= $-\infty$, è posto un filo carico con densità di carica $\lambda$. Trovare la forza esercitata dalla corona circolare sul filo.

**Dati:** ~~**R1 = 1 cm**~~, $\delta$ **= 1 mm** , $\sigma$ **= 10** $\mu$**C/cm²** , $\lambda$ = ~~**10**~~ 90 **nC/m**




L'elemento di carica $dQ = \sigma\, ds$ produce sull'elemento di carica $dq = \lambda\, dz$ una forza la cui componente secondo $-\hat{z}$ è

$$dF_z' = dq \frac{k\, dQ}{r^2} \cos\theta = \lambda\, dz \frac{k \sigma\, ds}{z^2/\cos^2\theta} \cos\theta \qquad z = \cancel{R_1}\, r \cos\theta$$

Integrando su tutta la circonferenza di Raggio $R_1$ e scrivendo

$$dF_z = \lambda \left[ -\frac{R_1}{\operatorname{sen}^2\theta} \right] \frac{k\sigma\, 2\pi \cancel{R_1} \delta \cos^3\theta\, \operatorname{tg}^2\theta\, d\theta}{\cancel{R_1^2}} = \qquad z = \frac{R_1}{\operatorname{tg}\theta} \qquad dz = \frac{-R_1}{\operatorname{sen}^2\theta} d\theta$$

$$= -2\pi k \lambda \delta \cos\theta\, \sigma\, d\theta \qquad \frac{\cos^3\theta\, \operatorname{tg}^2\theta}{\operatorname{sen}^2\theta} = \frac{\cos^3\theta\, \operatorname{sen}^2\theta}{\operatorname{sen}^2\theta \cos^2\theta} = \cos\theta$$

$$F_z = \int_{\pi/2}^{0} dF_z = -\frac{\cancel{2\pi} \lambda \delta \sigma}{\cancel{4\pi}_2 \varepsilon_0} \left[ \operatorname{sen}\theta \right]_{\pi/2}^{0} =$$

$$= \frac{\lambda \delta \sigma}{2\varepsilon_0} \left[ -\hat{z} \right] \simeq \frac{90 \cdot 10^{-9} \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-6} \cdot 10^{4}}{2 \times 9 \times 10^{-12}} = \frac{1}{2}$$

$$= 0{,}5\ N \left[ -\hat{z} \right]$$

Esercizio n.2 **[10 punti]**

Si consideri un condensatore piano ideale di superficie **S** e distanza fra le armature $\delta$. Il condensatore è interamente riempito con un materiale dielettrico omogeneo di costante dielettrica relativa $\varepsilon_r$ . Su una delle armature del condensatore viene posta una carica **Q**. In conseguenza appare sulla superficie del dielettrico una densità di cariche di polarizzazione $\sigma_p$.

Calcolare la carica **Q** inizialmente fornita al condensatore, la densità di carica totale che viene a crearsi sulle armature del condensatore e la differenza di potenziale fra le due armature.

**Dati: $S = 1\ cm^2$ , $\delta = 1\ mm$ , $\varepsilon_r = 4$ , $\sigma_p = 3\ \mu C/m^2$.**

$$\pm\sigma_p = \vec{P}\cdot\hat{n} = \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r} D$$

Dalla relazione $\left.\begin{array}{l} |D_{\varepsilon_r}| = \dfrac{\varepsilon_r}{\varepsilon_r - 1}\sigma_p \\ |D_0| = |D_1| = \sigma \end{array}\right\}$ ho $\sigma = \dfrac{\varepsilon_r}{\varepsilon_r - 1}\sigma_p$

1) Per cui $Q = \sigma \cdot S = \dfrac{\varepsilon_r}{\varepsilon_r - 1}\sigma_p \cdot S = \dfrac{4\cdot\cancel{3}\cdot 10^{-6}\cdot 10^{-4}}{\cancel{3}} = 4\times 10^{-10}\ C$

2) $Q_{TOTALE} = (\sigma - \sigma_p) S = \left(\dfrac{\varepsilon_r}{\varepsilon_r - 1} - 1\right)\sigma_p S = \dfrac{\sigma_p S}{\varepsilon_r - 1}$

$$= \frac{\cancel{3}\cdot 10^{-6}\cdot 10^{-4}}{\cancel{3}} = 1\cdot 10^{-10}\ C$$

3a) $V = E\cdot\delta = \dfrac{\sigma_{TOT}}{\varepsilon_0}\delta = \dfrac{\sigma_p}{\varepsilon_r - 1}\dfrac{1}{\varepsilon_0}\delta = \dfrac{\cancel{3}\cdot 10^{-6}\cdot 10^{-3}}{\cancel{3}\cdot 9\cdot 10^{-12}}$

$$= \frac{1}{9}10^3 \simeq 0{,}11\cdot 10^3 \simeq 110\ V$$

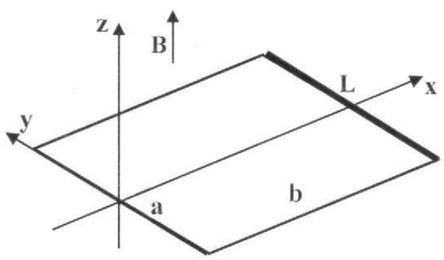
Anche

$$V = E\cdot\delta = \frac{E_0}{\varepsilon_r}\cdot\delta = \frac{\sigma}{\varepsilon_r\varepsilon_0}\cdot\delta = \frac{\cancel{\varepsilon_r}\,\sigma_p\cdot\delta}{(\varepsilon_r - 1)\cancel{\varepsilon_r}\,\varepsilon_0} = \text{come sopra}$$

Prova scritta di Fisica 2 26.10.2016

Esercizio n.3 **[10 punti]**

Nel piano x,y è posto un circuito elettrico rettangolare di lati **a** e **b**, con uno dei lati [L] libero di muoversi in direzione x. Nello spazio è presente il campo $\overline{\mathbf{B}} = \mathbf{B}\,\hat{\mathbf{z}}$ uniforme e variabile secondo la legge $\mathbf{B} = \alpha\, \mathbf{t}$. Si determini la forza che bisogna applicare al lato mobile per tenerlo fermo, se il circuito ha una resistenza per unità di lunghezza $\rho$, e se ne calcoli il valore al tempo $t^* = 0,5\,s$




**Dati: a = 2 cm ; b = 3 cm ; $\alpha$ = 20 mT/s ; $\rho$ = 0,1 $\Omega$/m.**

Il flusso di $\overline{B}$ attraverso la superficie rettangolare è costante in area ma variabile nel tempo: $\phi(B) = B\,a\,b = \alpha\, a\, b\, t$

La corrente che circola è $i = \frac{f_i}{R} = -\frac{d\phi}{dt}\frac{1}{R} = -\frac{\alpha a b}{R}$ in verso orario.

Il tratto L è quindi sottoposto ad una Forza

$$\overline{F}(L) = \underline{i}\, a \times \underline{B} = \frac{\alpha a b}{R}\, a\, \alpha t\, (-\hat{x})$$

La F che devo applicare sarà uguale e contraria a $\overline{F}(L)$

$$\overline{F} = \frac{\alpha^2 a^2 b}{R}\, t\, \hat{x} \qquad R = 2(a+b)\rho$$

da cui $$|F|_{t^*} = \frac{\alpha^2 a^2 b}{2\rho(a+b)}\, t^* = \frac{4\times 10^2\ 10^{-6}\ 4\ 10^{-4}\cdot 3\cdot \cancel{10^{-2}}}{\cancel{2}\cdot \cancel{10^{-1}}\ \cancel{\times 5}\times \cancel{10^{-2}}}\ \frac{1}{2} = 24\cdot 10^{-8}\ N$$

Nota: tutti i calcoli possono essere fatti con un'approssimazione del 10%.