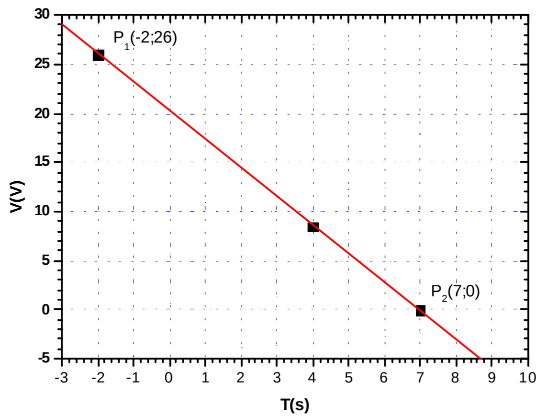
Valutare la forma ed i parametri di una funzione graficamente 4.08

Calcolo dei parametri per una funzione del tipo: y(x)=ax+b

(ovvero, caso in cui i punti sperimentali stanno su di una retta in scala lin-lin)



La funzione è una retta in scala lineare, quindi **y=ax+b** ; i due parametri si trovano così:

- La costante ***b*** della funzione si trova leggendo direttamente sul grafico il valore di ***y*** per ***x=0*** **:**

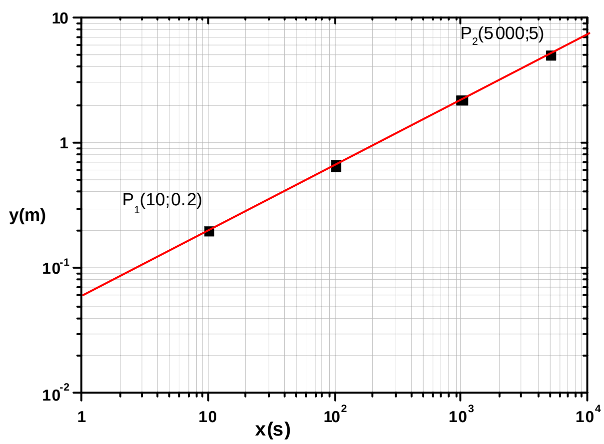
  b=y(0)=20,5 V

- Calcolo di ***a***, dalla definizione di coefficiente angolare, utilizzando i due punti P_1 , P_2 :

$$n = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0-26}{7+2} = \frac{-26}{9} = -2{,}89 \quad \mathrm{V/s}$$

Calcolo dei parametri per una funzione del tipo: y(x)=c x^n

(ovvero, caso in cui i punti sperimentali stanno su di una retta in scala log-log)



Applicando il logaritmo alla funzione si ha:

lg y = lg c + n lg x , quindi la funzione sarà un retta in una scala ***lg x, lg y***. La retta avrà il coefficiente angolare uguale ad ***n*** ed il termine noto uguale a ***lg c***.

- La costante ***c*** della funzione si trova leggendo direttamente sul grafico il valore di ***y*** per ***x=1*** (senza fare il logaritmo!):

c=y(1)= 0,06 .....?

Le dimensioni di ***c*** sono $[y]/[x]^n$, quindi non possono essere determinate fin quando non si conosce il valore di ***n***.

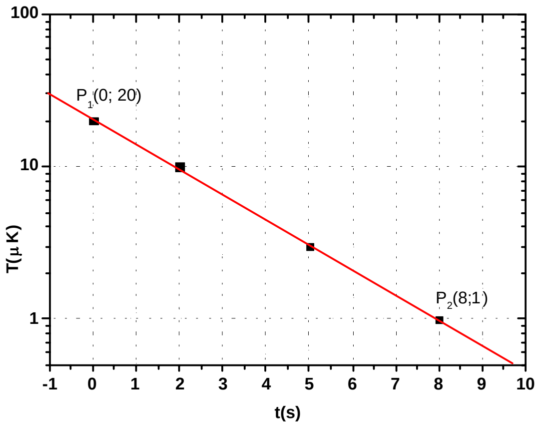
- Calcolo di ***n***, dalla definizione di coefficiente angolare, utilizzando i due punti P_1 , P_2 :

$$n = \frac{\lg y_2 - \lg y_1}{\lg x_2 - \lg x_1} = \frac{\lg \frac{y_2}{y_1}}{\lg \frac{x_2}{x_1}} = \frac{\lg \frac{5}{0{,}2}}{\lg \frac{5000}{10}} = 0{,}52 \cong \frac{1}{2} \quad \textbf{(adimensionale)}$$

- Essendo ***n =1/2*** possiamo determinare le dimensioni di ***c*** che saranno $[c]=[L][t]^{-1/2}$, quindi ***c= 0,06 m/s***$^{1/2}$

<u>Calcolo dei parametri per una funzione del tipo: y(x)=a exp(b x)</u>

(ovvero, caso in cui i punti sperimentali stanno su di una retta in scala log-lin)



Applicando il logaritmo naturale alla funzione si ha: $\ln y = \ln a + b\ x$, quindi la funzione sarà un retta in una scala x, $\ln y$. La retta avrà il coefficiente angolare uguale a b ed il termine noto uguale a $\ln a$.

- La costante a si trova leggendo direttamente sul grafico il valore di y per x=0 (senza fare il logaritmo!):

$a = y(0) = 20\ \mu K$ (attenzione, la scala non è in *K*).

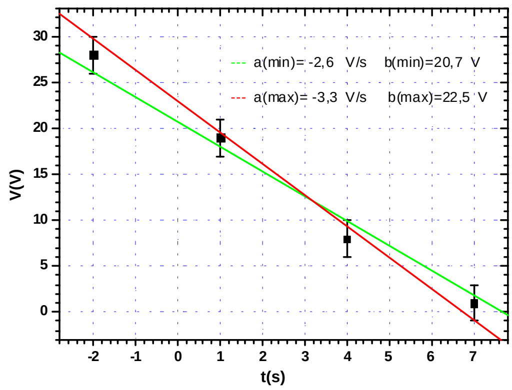
- Calcolo di b, dalla definizione di coefficiente angolare, utilizzando i due punti P_1 , P_2 :

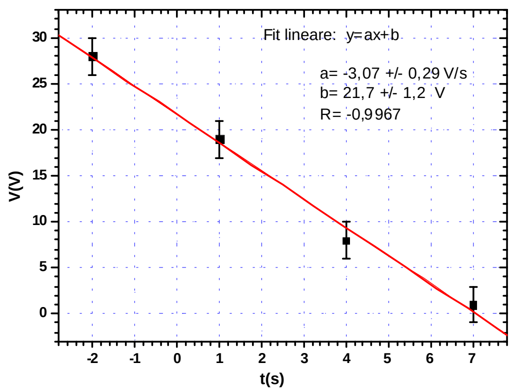
$$b = \frac{\ln y_2 - \ln y_1}{x_{21} - x_1} = \frac{\ln \frac{1e-6}{20e-6}}{8-0} = -2{,}9957 \cong -3\ \mathrm{s}^{-1}$$

Quindi la funzione sarà $T(t) = 20 \cdot \exp(-3t)\ \mu K$

(Nota: se avessi calcolato b usando i logaritmi in base 10 avrei ottenuto un numero differente: -1,3 ed avrei scritto la funzione con un esponenziale in base 10: $y = 20 \cdot 10^{-3x}\ \mu K$. Usare l'una o l'altra notazione dipende dal fenomeno che sto osservando e da cosa è più comodo, analiticamente è lo stesso.)

I calcoli di cui sopra non hanno le incertezze, servono infatti per avere un'idea di come sono fatte le funzioni e dei valori approssimati dei parametri delle funzioni. Volendo dare una valutazione delle incertezze si possono tracciare due rette (minima e massima pendenza) e fare una media dei parametri così calcolati; attenzione! è una operazione molto approssimativa, quando possibile fare il best fit con i minimi quadrati (grafico di destra):





$$\begin{cases} \bar{a} = \dfrac{a_{max} + a_{min}}{2} \pm \dfrac{a_{max} - a_{min}}{2} = 2{,}95 \pm 0{,}35\ \ \mathrm{V/s} \\ \bar{\mathbf{b}} = \dfrac{b_{max} + b_{min}}{2} \pm \dfrac{b_{max} - b_{min}}{2} = 21{,}6 \pm 0{,}9\ \ \mathrm{V} \end{cases}$$

Questo qua sopra è il best fit, che non è molto differente dalla migliore retta che traccereste ad occhio.