

Corso di Fisica Nucleare e Subnucleare II (6cf)

Masse e  
Oscillazioni dei Neutrini  
Lezioni 1-2

Lucio Ludovici  
11 maggio 2010

[Lucio.Ludovici@roma1.infn.it](mailto:Lucio.Ludovici@roma1.infn.it)

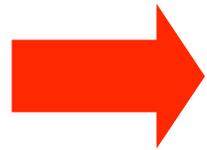
# Calendario Lezioni Oscillazioni

**Lezione**

**Data**

**Orario**

**Aula**



**1-2**

**Martedì 11 maggio**

**11-13**

**Aula 3**

**3-4**

**Mercoledì 12 maggio**

**13-15**

**Aula 4**

**5-6**

**Martedì 18 maggio**

**11-13**

**Aula 3**

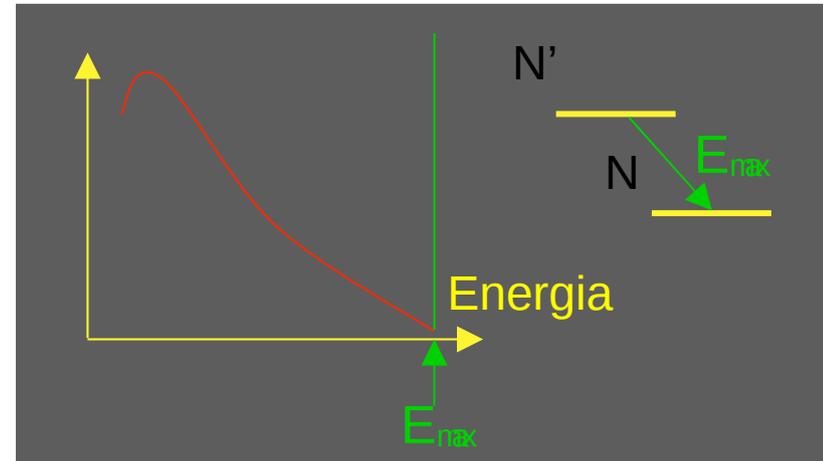
# Programma lezioni 1-2

1. Introduzione al fenomeno delle oscillazioni dei neutrini.
2. L'equazione di Dirac, proiezioni chirali, equazione di Weyl, chiralità ed elicità. La massa dei neutrini. Il see-saw.

# Dear Radioactive Ladies and Gentlemen,...



**Problema: spettro continuo dell'elettrone nei decadimenti  $\beta$**



Nel 1930 Wolfgang Pauli ipotizza una nuova particella sconosciuta, di spin  $\frac{1}{2}$ , neutra, di massa nulla o molto più piccola dell'elettrone, che interagisce solo debolmente.

“I have to replace something we do not understand with something else we cannot observe” W.Pauli

“[...] there is no practically possible way of observing the neutrino”  
H.Bethe, R.Peierls, Nature (1934)

# Il neutrino: ottant'anni (portati bene)

1930	neutrino postulated	Pauli
1934	neutrino name and interaction theory	Fermi
1938	Solar $\nu$ flux calculation	Bethe
1946	Idea of $\nu$ chlorine detector	Pontecorvo
1956	Neutrino observation	Reines & Cowan
1957	Idea of neutrino oscillation	Pontecorvo
1958	Neutrino Left-Handed	Goldhaber
1962	2 neutrino species: $\nu_\mu, \nu_e$	Lederman, Schwartz & Steinberger
1968	Solar neutrino deficit	Davis
1973	NC neutrino interactions observed	Gargamelle
1975	$\tau$ lepton and the third neutrino	Perl
1986	Solar deficit again, atmospheric(?)	Kamiokande
1987	Neutrino from SN1987A	Kamiokande, IMB
1989	Only 3 light neutrino families	LEP Collaborations
1991	Still solar deficit	Gallex, SAGE
1998	Atmospheric neutrino oscillation	Super-Kamiokande
2002	Solar neutrino oscillation confirmed	SNO, KamLand
2004	Atmos. oscil. confirmed at accelerator	K2K

# 3 famiglie di neutrini

Osservazione sperimentale di  $\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$   
 Accoppiamenti con W,Z previsti dal MS

$$\text{LEP: } Z \rightarrow \sum_{\alpha} \bar{\nu}_{\alpha} \nu_{\alpha}$$

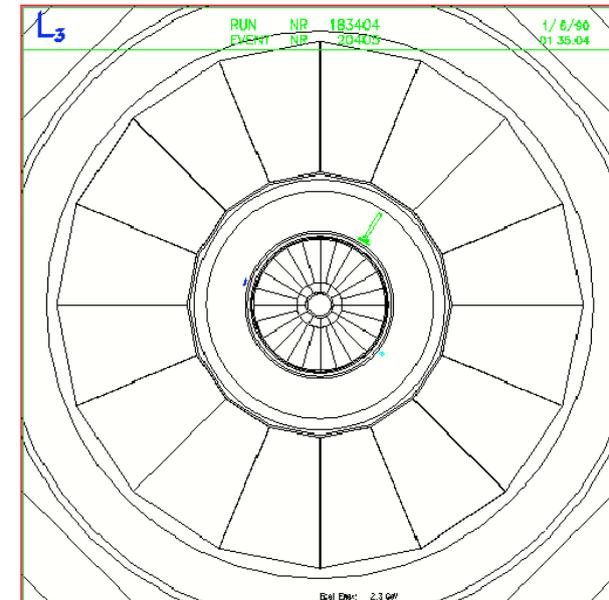
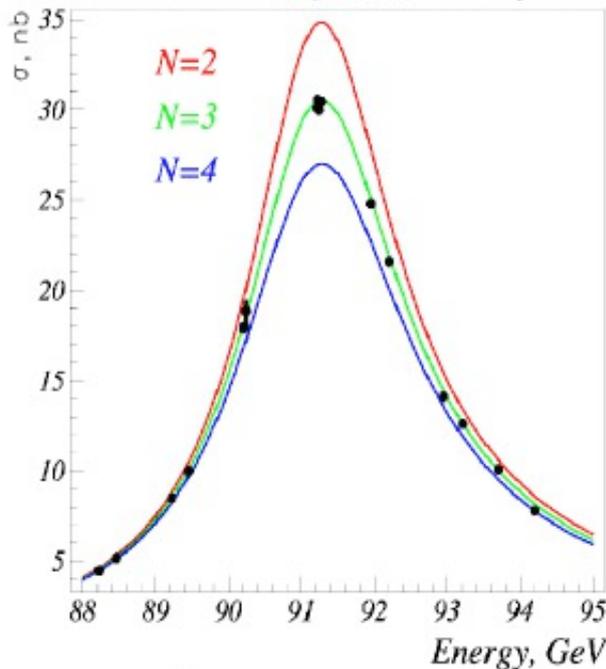
Neutrini attivi (accoppiamento debole)  
 Neutrini leggeri:  $m < M_Z/2$

$$\frac{\Gamma(Z \rightarrow \text{invisibile})}{\Gamma(Z \rightarrow \bar{\nu}\nu)_{\text{SM}}}$$

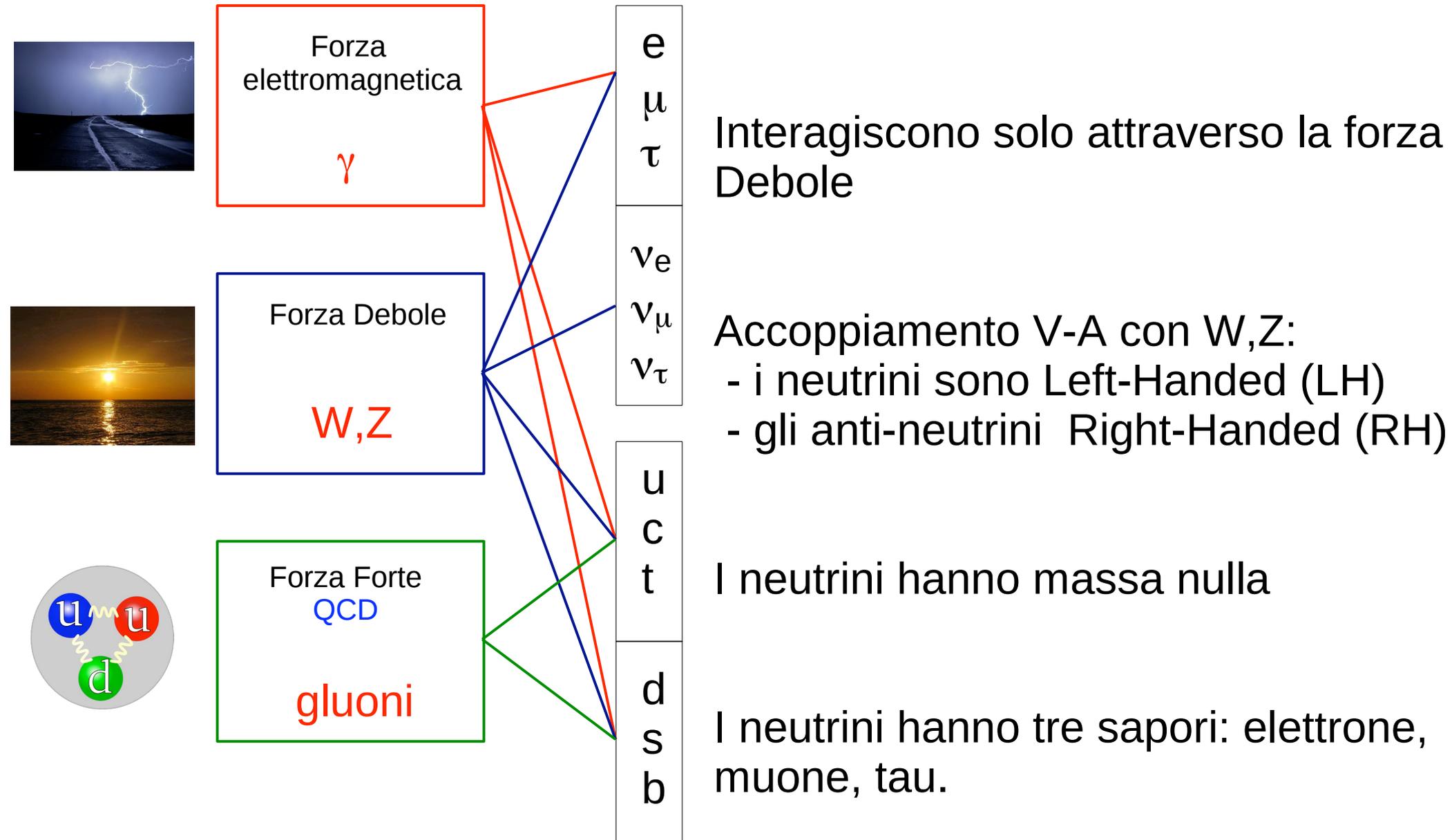
$$e^+ e^- \rightarrow Z \gamma \rightarrow \bar{\nu}_{\alpha} \nu_{\alpha} \gamma$$

$$N_{\nu} = 2.9840 \pm 0.0082$$

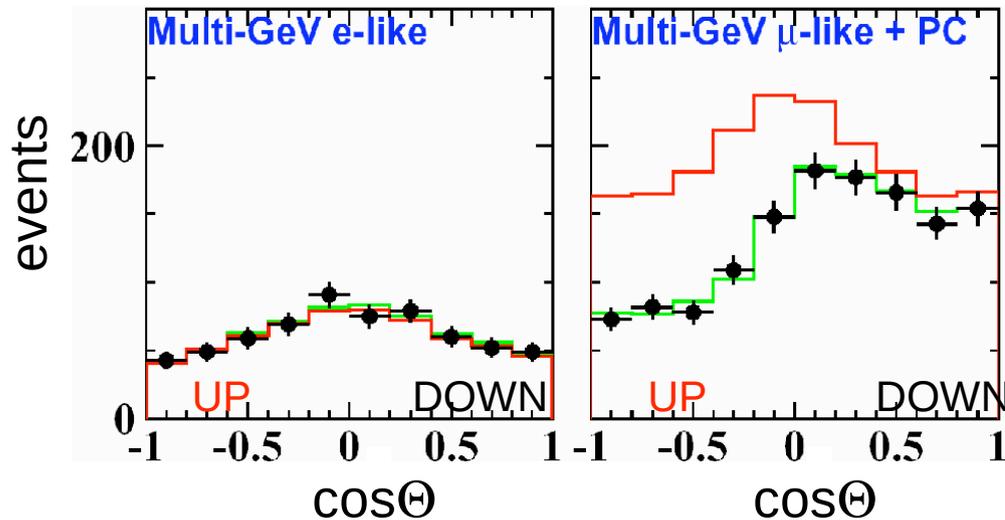
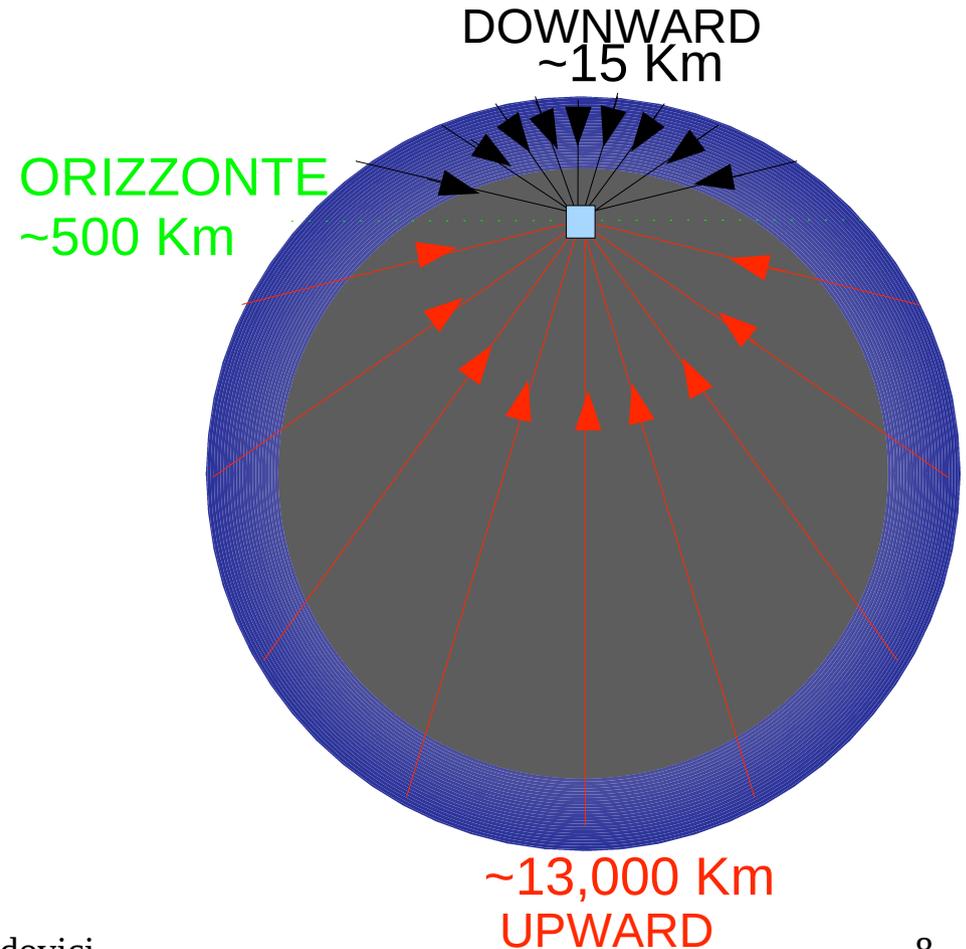
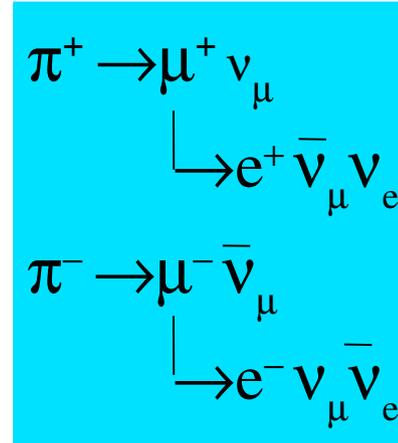
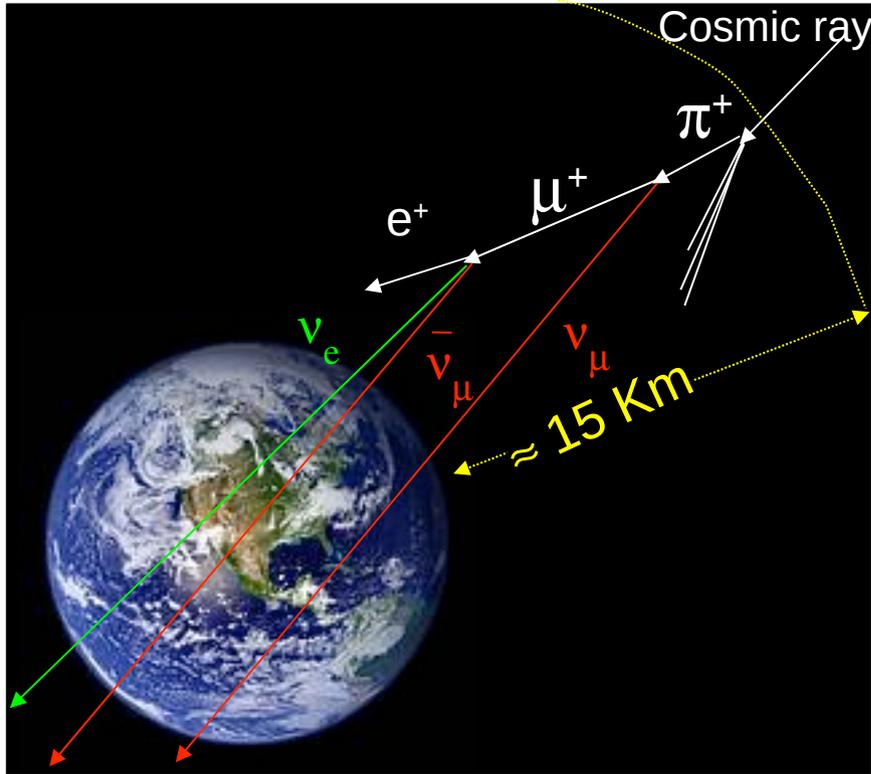
$$N_{\nu} = 2.93 \pm 0.05$$



# I neutrini nel MS



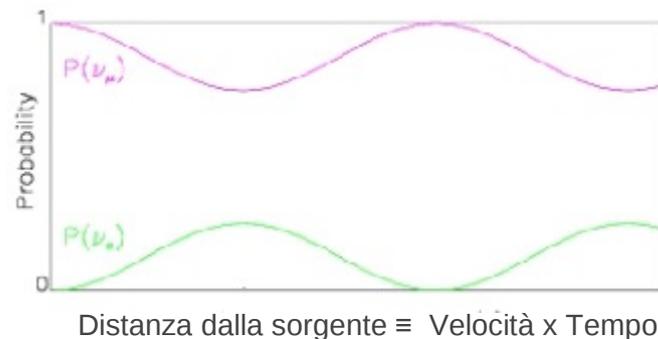
# Oscillazioni dei neutrini: un primo sguardo



# Oscillazioni dei neutrini: un primo sguardo

Che fine fanno i neutrini “mancanti” ?

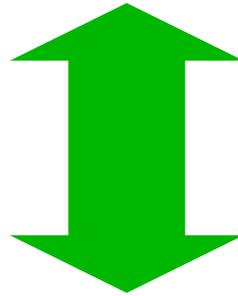
(inizialmente molte ipotesi possibili...)  
oggi abbiamo l'evidenza sperimentale  
(naturalmente ci torneremo) che i neutrini  
oscillano:



**neutrini di un certo sapore, nel propagarsi, si trasformano in neutrini di sapore diverso**

# Oscillazioni dei neutrini: un primo sguardo

## FENOMENO DELLE OSCILLAZIONI DEI NEUTRINI

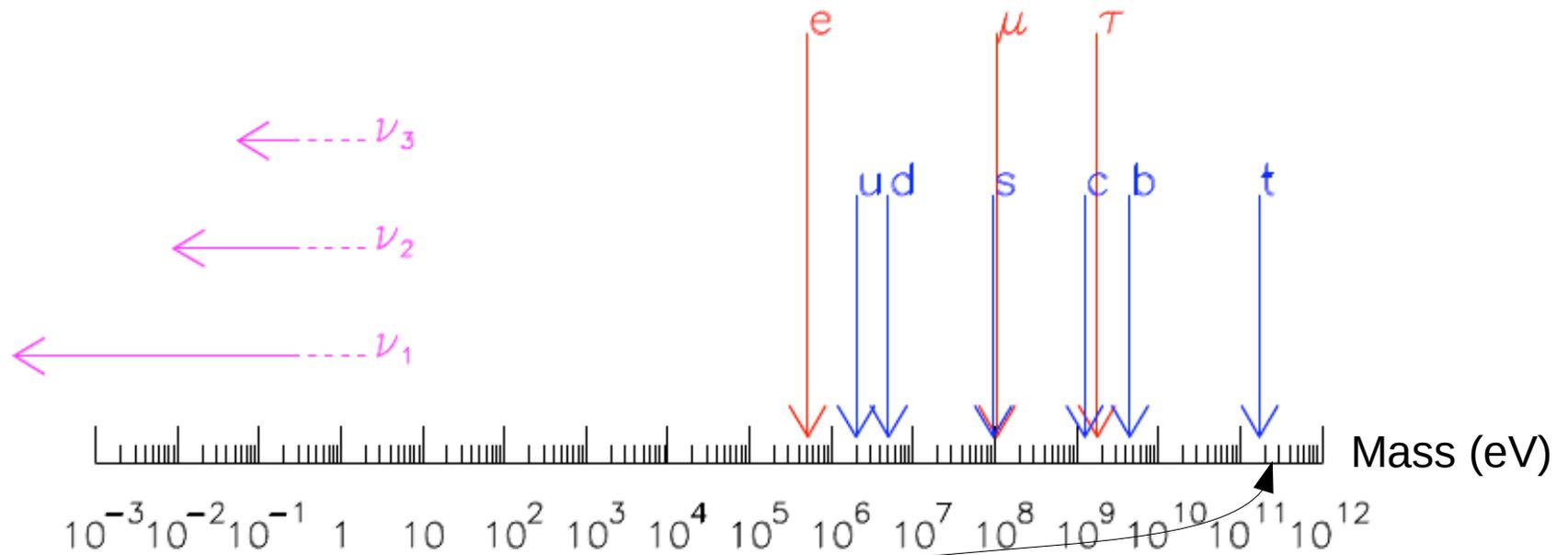


- i) masse non nulle
- ii) autostati di sapore  $\neq$  autostati di massa



Fatemi aprire una  
parentesi sulla massa

# Masse dei fermioni



Scala della rottura di simmetria SU(2)xU(1)

$$\langle \Phi^0 \rangle = v / \sqrt{2}$$

$$v = (\sqrt{2}G_F)^{-1/2} = 246\text{GeV}$$

# L'equazione di Dirac

Equazione relativistica per particelle di spin 1/2 (fermioni)

$$(i \not{\partial} - m)\psi = 0 \longleftrightarrow \mathcal{L} = \bar{\psi}(i \not{\partial} - m)\psi$$

$$\not{\partial} = \gamma^\mu \frac{\partial}{\partial x^\mu} \quad \bar{\psi} = \psi^\dagger \gamma^0$$

spinore a 4 componenti  $\psi$

4 matrici di Dirac 4x4  $\gamma^0, \gamma^1, \gamma^2, \gamma^3$

Proprietà di commutazione delle matrici di Dirac

$$\left\{ \begin{array}{l} \{\gamma^\alpha, \gamma^\beta\} = 2g^{\alpha\beta} \\ \gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 \\ \{\gamma^5, \gamma^\alpha\} = 0 \\ \gamma^{5^2} = 1 \\ \gamma^{5^T} = \gamma^5 \end{array} \right. \longleftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \gamma^0\gamma^{\mu\dagger}\gamma^0 = \gamma^\mu \\ \gamma^0\gamma^{\mu*}\gamma^0 = \gamma^{\mu T} \end{array} \right. \longleftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \gamma^{0\dagger} = +\gamma^0 \\ \gamma^{1\dagger} = -\gamma^1 \\ \gamma^{2\dagger} = -\gamma^2 \\ \gamma^{3\dagger} = -\gamma^3 \end{array} \right.$$

Rappresentazioni delle matrici di Dirac

	$\gamma^0$	$\gamma^i, i = 1, 2, 3$	$\gamma^5$
Rappresentazione di Dirac-Pauli	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ -\sigma_i & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
Rappresentazione di Weyl	$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ -\sigma_i & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

Matrici di Pauli

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_i\sigma_j = i\epsilon_{ijk}\sigma_k + \delta_{ij}I$$

# Chiralità

## Operatori di proiezione chirale Left/Right

$$\mathbb{P}_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma^5)$$

$$\mathbb{P}_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma^5)$$

Definizione

$$\mathbb{P}_L + \mathbb{P}_R = 1$$

$$\mathbb{P}_L \mathbb{P}_R = \mathbb{P}_R \mathbb{P}_L = 0 \longleftarrow (1 \pm \gamma^5)(1 \mp \gamma^5) = 0$$

$$\mathbb{P}_{L,R}^2 = \mathbb{P}_{L,R} \longleftarrow (1 \pm \gamma^5)(1 \pm \gamma^5) = 2(1 \pm \gamma^5)$$

Proprietà

$$\gamma^{5^2} = 1$$

## Proiezioni chirali dei campi

$$\begin{cases} \psi_L = \mathbb{P}_L \psi \\ \psi_R = \mathbb{P}_R \psi \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mathbb{P}_L \psi_L = \psi_L, & \mathbb{P}_R \psi_L = 0 \\ \mathbb{P}_R \psi_R = \psi_R, & \mathbb{P}_L \psi_R = 0 \end{cases}$$

$$\mathbb{P}_R + \mathbb{P}_L = 1$$

$$\begin{cases} \gamma^5 \psi_L = - \psi_L \\ \gamma^5 \psi_R = + \psi_R \end{cases}$$

$$\psi = \psi_R + \psi_L$$

CHIRALITA'

# Chiralità e masse dei fermioni

Moltiplicando l'eq. di Dirac per  $\gamma^0$  e  $\gamma^0\gamma^5$

$$\begin{aligned} \gamma^0 \times (i\gamma^0\partial_0 - i\gamma^0\gamma^5\sigma_i\partial_i - m)\psi &= (i\partial_0 - i\gamma^5\sigma_i\partial_i - m\gamma^0)\psi = 0 \\ \gamma^5\gamma^0 \times (i\gamma^0\partial_0 - i\gamma^0\gamma^5\sigma_i\partial_i - m)\psi &= (i\gamma^5\partial_0 - i\sigma_i\partial_i - m\gamma^5\gamma^0)\psi = 0 \end{aligned}$$

$$\gamma^i = \gamma^0\gamma^5\sigma_i$$

sommando e sottraendo

$$\begin{cases} (i\partial_0(1 + \gamma^5) - i\sigma_i\partial_i(1 + \gamma^5) - m\gamma^0(1 - \gamma^5))\psi = 0 \\ (i\partial_0(1 - \gamma^5) + i\sigma_i\partial_i(1 - \gamma^5) - m\gamma^0(1 + \gamma^5))\psi = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} (i\partial_0 - i\sigma_i\partial_i)\psi_R = m\gamma^0\psi_L \\ (i\partial_0 + i\sigma_i\partial_i)\psi_L = m\gamma^0\psi_R \end{cases}$$

equazioni disaccoppiate per  $m=0$  (eq. di Weyl)

$$(i \not{\partial} - m)\psi = 0 \xrightarrow{m=0} \not{\partial}\psi = 0 \longrightarrow \frac{\partial}{\partial t}\psi_{L,R} = \mp\sigma_i \frac{\partial}{\partial x_i}\psi_{L,R}$$

Spinori di Weyl: 2 soluzioni a 2 componenti

Le proiezioni chirali  $\psi_L, \psi_R$  sono soluzioni dell'eq. di Weyl

# Elicità (da non confondere con la chiralità !)

Definizione: proiezione dello spin nella direzione di volo:  $\mathcal{H} = \frac{\vec{S} \times \vec{p}}{|\vec{p}|}$

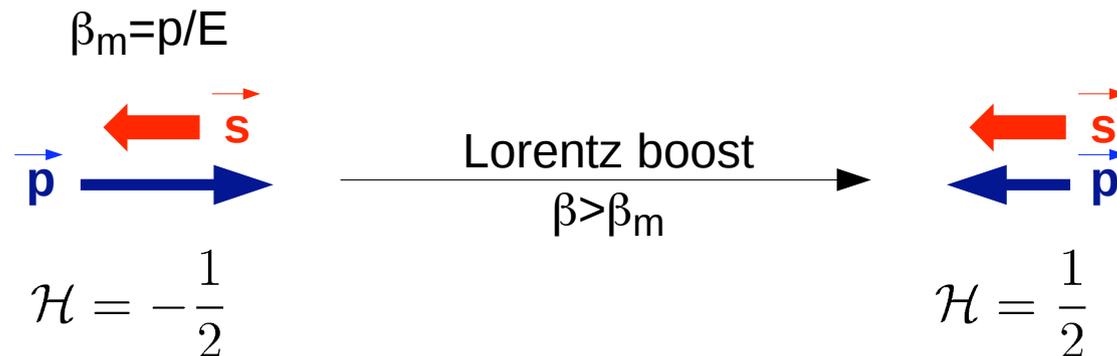
Elicità  $\rightarrow$  numero quantico conservato:  $[\mathcal{H}, \mathbb{H}] \quad \mathcal{H} = \vec{S} \times \hat{p} = \vec{J} \times \hat{p}$

Per fermioni di massa nulla, l'eq. di Weyl nello spazio dei momenti:

$$i \frac{\partial}{\partial t} \psi_{L,R} = \mp \sigma_i \frac{\partial}{\partial x_i} \psi_{L,R} \xrightarrow{(E, \vec{p}) = (i\partial_t, -i\vec{\nabla})} E \psi_{L,R} = \pm (\vec{\sigma} \times \vec{p}) \psi_{L,R}$$

$\rightarrow$  per  $m=0$  le proiezioni chirali  $\psi_{L,R}$  sono anche autostati dell'elicità

In generale, per  $m \neq 0$ , l'elicità **non** è un invariante di Lorentz:



CHIRALITA'

≠

ELICITA'

Non conservata  
Invariante di Lorentz

Numero quantico conservato  
Non Lorentz invariante

**Coincidono** (le proiezioni chirali sono anche autostati dell'elicità)  
**per fermioni di massa nulla**

$$\chi = \mathcal{H} + o\left(\frac{m}{E}\right)$$

# Chiralità e Modello Standard

Elicità  $\equiv$  Chiralità nel limite  $m=0$        $\chi = \mathcal{H} + o(m/E)$

Nel MS solo campi di chiralità  $h=-1$  (left-handed) si accoppiano a Z,W

$$\text{SU}(2)_L \text{U}(1) \longrightarrow J^\mu = \bar{l}_L \gamma^\mu l_L$$

I campi right-handed (RH) non si accoppiano a Z,W (singoletti di  $\text{SU}(2)_L$ )

Componenti di elicità “sbagliata” dei neutrini sono sopresse  $o(m/E)$

...e i leptoni carichi ?

Nel MS (minimale):

1. i neutrini hanno massa nulla
2. non esistono neutrini right-handed
3. chiralità ed elicità dei neutrini coincidono

# Massa di Dirac

Come per i fermioni carichi per un neutrino massivo si può scrivere

$$\bar{\nu}_R \nu_R = \bar{\nu}_L \nu_L = 0$$

$$\nu_R = \frac{(1+\gamma^5)}{2} \nu$$

$$\begin{aligned} \bar{\nu}_R &= \left[ \frac{(1+\gamma^5)}{2} \nu \right]^\dagger \gamma^0 \\ &= \nu^\dagger + \frac{(1+\gamma^5)}{2} \gamma^0 \\ &= \nu^\dagger + \gamma^0 \frac{(1-\gamma^5)}{2} \\ &= \bar{\nu} \frac{(1-\gamma^5)}{2} \end{aligned}$$

$$\mathcal{L}^D = -m_D (\bar{\nu} \nu)$$

$$= -m_D (\bar{\nu}_L + \bar{\nu}_R) (\nu_L + \nu_R)$$

$$\rightarrow = -m_D (\bar{\nu}_L \nu_R + \bar{\nu}_R \nu_L) = -m_D \bar{\nu}_L \nu_R + \text{h.c.}$$

Un termine di massa di Dirac per i neutrini richiede l'esistenza di un neutrino RH

$$\nu_R, \bar{\nu}_R$$

neutro, singoletto di isospin debole  $\rightarrow$  neutrino “sterile”, interagisce solo con la gravità

se non sono presenti neutrini RH (come nel MS minimale) i neutrini non possono avere massa di Dirac

# Massa di Dirac per il neutrino (come per i fermioni carichi)

$$m_D \bar{\psi} \psi = m_D (\bar{\psi}_R \psi_L + h.c.)$$

Termine di massa  
nella Lagrangiana

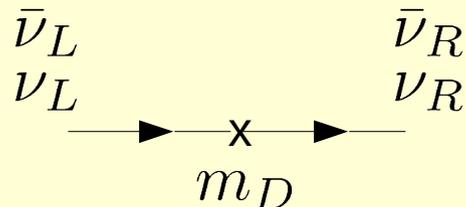
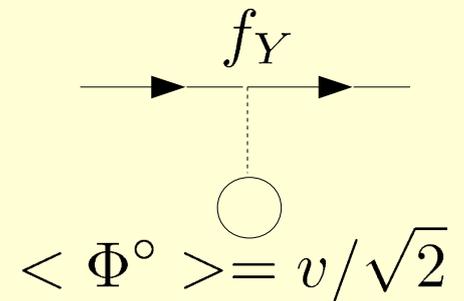


Grafico di Feynman



Rottura spontanea  
di simmetria

Connette le diverse elicità di stati distinti:

neutrino Left-Handed (attivo) con neutrino Right-Handed (sterile)  
antineutrino Right-Handed (attivo) con antineutrino Left-Handed (sterile)

Produce un flip di elicità

Perché i neutrini abbiano massa analogamente ai fermioni carichi si  
deve estendere il Modello Standard a neutrini Right-Handed (che non si  
accoppiano a Z,W !)

# Massa di Majorana

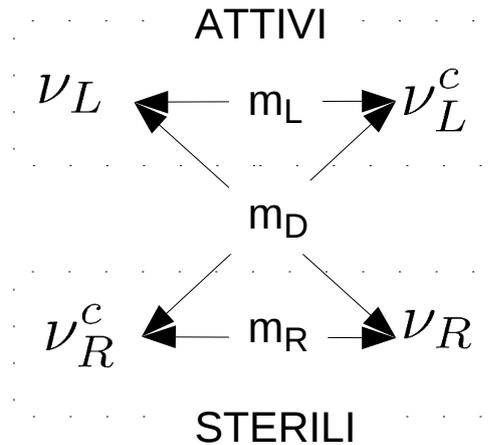
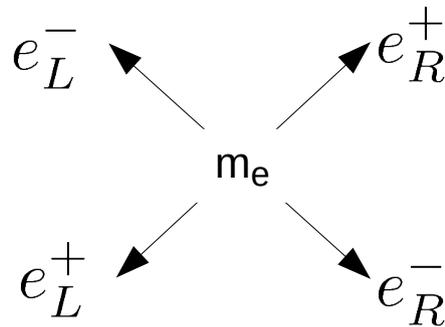
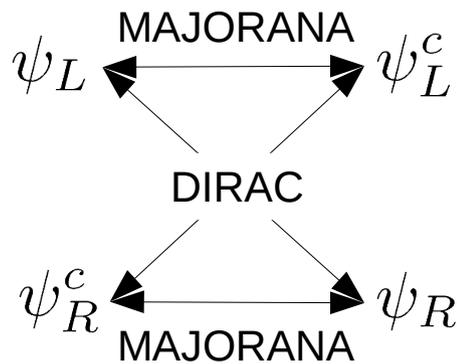
Un fermione massivo neutro può essere descritto da uno spinore con due sole componenti reali che soddisfano la condizione:

$$\psi \equiv \psi^C \quad \text{Coniugazione di carica } C$$

particella  $\equiv$  propria anti-particella

$$\psi^M = \psi_L + \psi_L^c$$

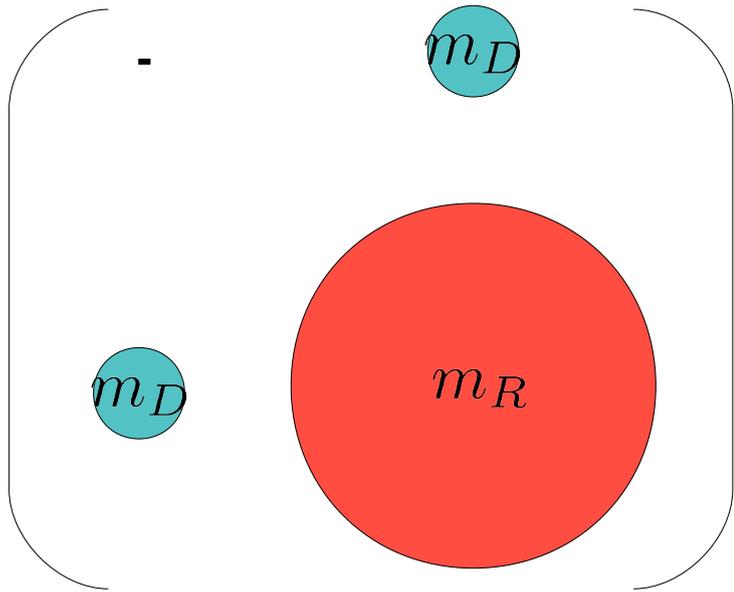
Per un fermione neutro esistono termini di massa nella lagrangiana (massa di Majorana) che non sono possibili per un fermione carico:



$$\overline{\psi}_L^c \psi_L \xrightarrow{\psi_L \rightarrow e^{i\phi} \psi_L} e^{i2\phi} \overline{\psi}_L^c \psi_L$$

# Il See-Saw

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 0 & m_D \\ m_D & m_R \gg m_D \end{pmatrix}$$



$$\mathbf{U}^T \mathbf{M} \mathbf{U} = \begin{pmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{pmatrix}$$

