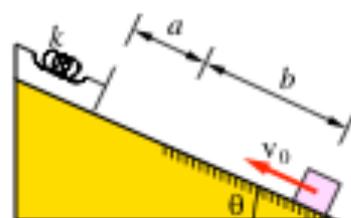


**Problema 1:** Si consideri un piano inclinato con inclinazione  $\theta$  sul quale viene lanciata una massa  $M$  con velocità iniziale  $v_0$ . Nel primo tratto di lunghezza  $b$  vi è attrito con coefficiente dinamico  $\mu_d$ . Nel secondo tratto di lunghezza  $a$  l'attrito è invece trascurabile. La massa risale lungo il piano inclinato e successivamente comprime una molla di costante elastica  $k$  (anche durante l'interazione con la molla l'attrito è trascurabile).



Si calcoli: a) la velocità della massa nell'istante immediatamente precedente all'urto contro la molla; b) la massima compressione della molla; c) la velocità con cui la massa ritorna nel punto di partenza. Valori numerici:  $\theta = 27^\circ$ ,  $M = 2.3$  kg,  $v_0 = 8.1$  m/s,  $a = 60$  cm,  $b = 190$  cm,  $\mu_d = 0.3$ ,  $k = 750$  N/m.

**Problema 1.**

a) Calcoliamo innanzitutto la forza d'attrito nel primo tratto. Dato che  $N = Mg \cos \theta$ ,  $F_a = \mu_d N = \mu_d Mg \cos \theta$ . Imponiamo ora che la variazione di energia meccanica sia uguale al lavoro della forza d'attrito; da ciò otteniamo la velocità richiesta  $v_1$ :

$$\frac{1}{2} M v_1^2 + Mg(a + b) \sin \theta - \frac{1}{2} M v_0^2 = -\mu_d M g b \cos \theta .$$

Segue

$$v_1^2 = v_0^2 - 2\mu_d g b \cos \theta - 2g(a + b) \sin \theta \Rightarrow v_1 = 5.8 \text{ m/s} .$$

b) Nell'interazione con la molla si conserva l'energia:

$$\frac{1}{2} M v_1^2 = \frac{1}{2} k x^2 + M g x \sin \theta .$$

Risolvendo l'equazione di secondo grado otteniamo due soluzioni:

$$x = -0.33 \text{ m} \quad x = 0.31 \text{ m} .$$

La soluzione rilevante è quella positiva.

c) Nella salita e discesa tutte le forze sono conservative eccetto quella d'attrito. Il lavoro totale della forza d'attrito è  $-2\mu_d M g b \cos \theta$  (il 2 è dovuto al fatto che lo stesso lavoro viene fatto nella salita e nella discesa). Quindi, se  $v_f$  è la velocità finale abbiamo

$$\frac{1}{2} M v_f^2 - \frac{1}{2} M v_0^2 = -2\mu_d M g b \cos \theta .$$

Segue

$$v_f^2 = v_0^2 - 4\mu_d g b \cos \theta \Rightarrow v_f = 6.8 \text{ m/s} .$$