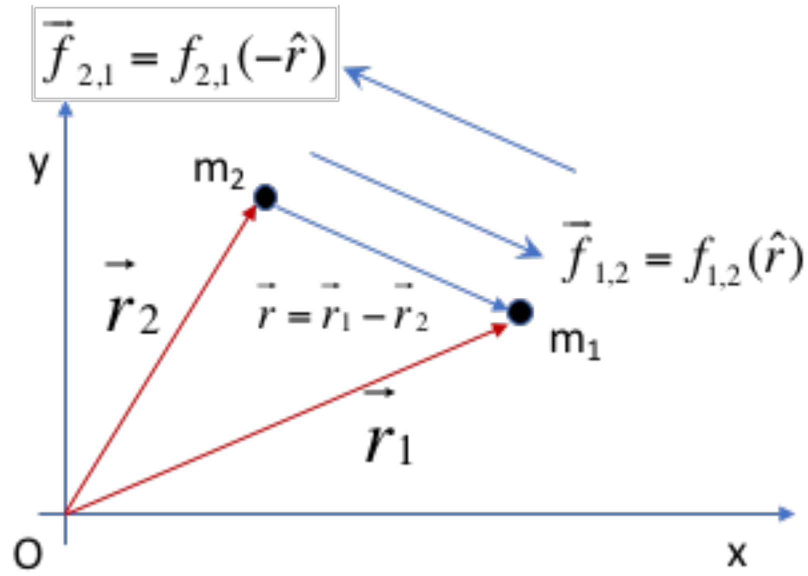
Il problema dei "due corpi"



Vogliamo studiare come si può studiare li "moto relativo" fra due corpi sotto l'azione delle sole forze "interne".

Siamo m_1 e m_2 due punti materiali che, in virtù delle "forze interne" di attrazione gravitazionale, si attraggono. Le posizioni $\vec{r}_1$ e $\vec{r}_2$ siano note in un S.R. (O,x,y) e sia $\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$ la distanza relativa fra le masse.

Sia $\vec{f}_{2,1}$ la forza con cui m_2 attrae m_1 ($\vec{f}_{2,1} = f_{2,1}(-\hat{r})$ ha verso opposto ad $\hat{r}$) e $\vec{f}_{1,2}$ la forza con cui m_1 attrae m_2 ($\vec{f}_{1,2} = f_{1,2}\hat{r}$ ha il verso di $\hat{r}$).

Il problema dei "due corpi"

Possiamo quindi scrivere:

$$\vec{f}_{2,1} = m_1 \frac{d^2}{dt^2}\vec{r}_1 = -\frac{Gm_1m_2}{r^2}\hat{r} \quad \text{e} \quad \vec{f}_{1,2} = m_2 \frac{d^2}{dt^2}\vec{r}_2 = -\frac{Gm_1m_2}{r^2}(-\hat{r}) = \frac{Gm_1m_2}{r^2}\hat{r}$$

Possiamo calcolare "l'accelerazione relativa" fra i due corpi $(\frac{d^2}{dt^2}\vec{r})$ usando le espressioni precedenti: $\frac{d^2}{dt^2}\vec{r} = \frac{d^2}{dt^2}(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) = -(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2})\frac{Gm_1m_2}{r^2}\hat{r} = -\frac{1}{\mu}\frac{Gm_1m_2}{r^2}\hat{r}$ dove abbiamo indicato con $\mu = \frac{m_1 * m_2}{m_1 + m_2}$ la "massa ridotta" del "sistema a due corpi". In definitiva $\mu\frac{d^2}{dt^2}\vec{r} = -\frac{Gm_1m_2}{r^2}\hat{r}$.

Se le masse fossero la Terra ed il Sole ($m_{Terra}/m_{Sole} = 3 \cdot 10^{-6}$) μ differirebbe da m_{Terra} solo per 3 parti su un milione.