Roma, 27 Giugno, 2016

Soluzioni dell' esame scritto di Fisica II- Chimica Industriale

A.A. 2015-2016

prof. Simonetta Gentile

- **Esercizio 1**

Domanda 1

Il campo elettrostatico prodotto da due fili è parallelo all asse x, per cui applicando il secondo principio della dinamica al moto lungo l'asse x

$$F = eE = ma$$

da cui:

$$\boxed{E = \frac{ma}{q} = 1\mathrm{kV/m}}$$

Domanda 2

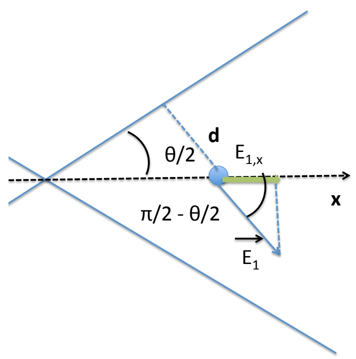
Per il principio di sovrapposizione

$$E = E_{1,x} + E_{2,x} = 2\left(\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 d}\right)\sin\frac{\theta}{2}$$

dove $\quad d = x_0 \sin\frac{\theta}{2}$

da cui $\quad E = \frac{\lambda}{\pi\epsilon_0 x}$

$$\Longrightarrow \quad \boxed{x_0 = \frac{\lambda}{\pi\epsilon_0 E} = 0.18\mathrm{m}}$$



Domanda 3

Dalla conservazione di energia meccanica :

$$\Delta E_c + \Delta U = 0 \Longrightarrow -\frac{1}{2}mv_0^2 + q\Delta V = 0$$

ΔV è la differenza di potenziale elettrostatico

$$\Delta V = -\int_{x_0}^{x_1} E\mathrm{dx} = -\int_{\mathrm{x}_0}^{\mathrm{x}_1} \frac{\lambda}{\pi\epsilon_0 \mathrm{x}} = \frac{\lambda}{\pi\epsilon_0}\int_{\mathrm{x}_1}^{\mathrm{x}_0}\frac{\mathrm{dx}}{\mathrm{x}} = \frac{\lambda}{\pi\epsilon_0}\ln\frac{\mathrm{x}_0}{\mathrm{x}_1}$$

il massimo avvicinamento al vertice :

$$-\frac{1}{2}mv_0^2 \;+\; q\frac{\lambda}{\pi\epsilon_0}\ln\frac{x_0}{x_1} \;=\; 0$$

$$\ln\ln\frac{x_0}{x_1} \;=\; -\frac{mv_0^2}{2}\frac{\pi\epsilon_0}{q\lambda}$$

$$x_1 \;=\; x_0 e^{-\left(\frac{mv_0^2}{2}\frac{\pi\epsilon_0}{q\lambda}\right)} \;=\; 0.09\mathrm{m}$$

Domanda 4

La forza che agisce su un dipolo elettrico si ottiene derivando l'energia elettrosttaica:

$$\vec{F} \;=\; \left[\frac{\mathrm{dU_e(x)}}{\mathrm{dx}}\right]_{x=x_0}$$

$$F_x \;=\; -\left[\frac{\mathrm{d}(-\overrightarrow{p}\cdot\overrightarrow{E})}{\mathrm{dx}}\right]_{x=x_0} \;=\; p\left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dx}}\left(\frac{\lambda}{\pi\epsilon_0 x}\right)\right]_{x=x_0} \;=\; -\frac{p\lambda}{\pi\epsilon_0 x_0^2}\hat{i}$$

$$\boxed{F_x \;=\; -1.11\cdot 10^{-11}\ \mathrm{N}}$$

- **Esercizio 2**

Domanda 1 Il flusso del campo magnetico S_1 è concatenato con il solenoide S_2 ma solo all'interno dell'area Σ_1, il coefficiente di mutua induzione è:

$$M \;=\; \frac{\Phi_2(\overrightarrow{B_1})}{i_1} \;=\; \frac{B_1 N_2 \Sigma_1}{i_1} \;=\; \frac{\mu_0 n_1 i_1 n_2 \ell_2 \Sigma_1}{i_1} \;=\; \mu_0 n_1 n_2 \ell_2 \Sigma_1 =$$

$$\boxed{M \;=\; 94.2\ \mu\mathrm{H}}$$

Domanda 2

I coefficienti di autoinduzione dei due solenoidi sono:

$$L_1 \;=\; \frac{\Phi_1(\overrightarrow{B_1})}{i_1} \;=\; \frac{B_1 N_1 \Sigma_1}{i_1} \;=\; \frac{\mu_0 n_1 i_1 n_1 \ell_1 \Sigma_1}{i_1} \;=\; \mu_0 n_1^2 \ell_1 \Sigma_1 \;=\; 314\mu H \;=\; 3.14\ \mu\mathrm{H}$$

$$L_2 \;=\; \frac{\Phi_2(\overrightarrow{B_2})}{i_2} \;=\; \frac{B_2 N_2 \Sigma_2}{i_2} \;=\; \frac{\mu_0 n_2 i_2 n_2 \ell_2 \Sigma_2}{i_2} \;=\; \mu_0 n_2^2 \ell_2 \Sigma_2 \;=\; 141\mu H \;=\; 1.41\ \mu\mathrm{H} \tag{1}$$

L'energia potenziale del sistema è:

$$U_m \;=\; \frac{1}{2}L_1 i_1^2 \;+\; \frac{1}{2}L_2 i_2^2 \;+\; M i_1 i_2 \;=\; 2.78\cdot 10^{-2}\ \mathrm{J}$$

$$\boxed{U_m \;=\; 2.78 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{J}}$$

Domanda 3

La corrente i_1 è costante, mentre la corrente i_2 varia con legge lineare annulllandosi dopo τ:

$$i_2 \;=\; i_2^* \;+\; kt \qquad\qquad 0 \;=\; i_2^* \;+\; k\tau \;\Longrightarrow\; k \;=\; \frac{i_2^*}{\tau}$$

Quindi, la forza elettromotrice F_{em} è dovuta *solo* alla variazione di flusso di mutua induzione di $\overrightarrow{B_2}$, attraverso S_1 ovvero:

$$F_{em} \;=\; m\frac{\mathrm{di}_2}{\mathrm{dt}} \;=\; M\frac{i_2^*}{\tau} \;=\; 188\ \mu\mathrm{V}$$

$$\boxed{F_{em} \;=\; 188\ \mu\mathrm{V}}$$

Domanda 4

La carica che attraversa S_1 nello stesso tempo τ si può ottenere facilmente (nota anche come legge di Felici):

$$q_1 \;=\; -\frac{\Phi_1(0) \;-\; \Phi_1(\tau)}{R_1} \;=\; \frac{Mi_2^*}{R_1} \;=\; 250\mu\mathrm{C}$$

$$\boxed{q_1 \;=\; 250\ \mu\mathrm{C}}$$

- **Esercizio 3**

Domanda 1

Per le due lunghezze d'onda:

$$x_1 \;=\; m\frac{L}{a}\lambda_1 \quad \text{massimi di } \lambda_1$$

$$x_2 \;=\; \Big(2m' \;+\; 1\Big)\frac{L}{a}\frac{\lambda_2}{2} \quad \text{minimi di } \lambda_2$$

e coincidono quando:

$$x_1 \;= x_2 \;\Longrightarrow\; m\frac{L}{a}\lambda_1 \;=\; \Big(2m' \;+\; 1\Big)\frac{L}{a}\frac{\lambda_2}{2}$$

$$m \;=\; \Big(2m' \;+\; 1\Big)\frac{\lambda_2}{2\lambda_1}$$

che è soddisfatta per $m' \;=\; 1$ e $m \;=\; 2$.

$$x \;=\; 2\frac{L}{a}\lambda_1 \;=\; \frac{3}{2}\frac{L}{a}\lambda_2 \;=\; 7.2\ m$$

$$\boxed{x \;=\; 7.2\ m}$$

Domanda 2

I minimi più vicini al massimo del secondo ordine di λ_1 sono:

$$a \sin\theta \; = \; 2\lambda_1 \; \pm \; \frac{\lambda_1}{2} \; \Longrightarrow$$
$$\Longrightarrow a \sin\theta \; = \; \frac{3}{2}\lambda_1 \;\; \text{e } a \sin\theta \; = \; \frac{5}{2}\lambda_1$$

in questa posizione deve anche cadere il *secondo* massimo di λ_1': $a \sin\theta \; = \; 2\lambda_1'$.

Le soluzioni sono:

$$\lambda_1' \; = \; \frac{3}{4}\lambda_1 \; = \; 337.5\text{nm} \;\; \text{non accettabile ultravioletto}$$
$$\boxed{\lambda_1' \; = \; \frac{5}{4}\lambda_1 \; = \; 562.5\text{nm}}$$