Esame scritto di Fisica II – Chimica Industriale

Prof. Simonetta Gentile

A.A. 2015–2016

Roma, 12 Febbraio 2016

Esercizio 1

Il campo magnetico al centro di una spira di raggio R percorsa da corrente i vale

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{2R}\ \hat{n}\ ,$$

con $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} N/A^2$.

(a) Quando le correnti i_1 e i_2 sono equiverse, i generati dalle singole spire avranno stessa direzione e stesso verso. Il campo totale sarà

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = \frac{\mu_0}{2R_1}\left(i_1 + \frac{i_2}{2}\right)\hat{n}$$

$$|\vec{B}| = \frac{\mu_0}{2R_1}\left(i_1 + \frac{i_2}{2}\right)$$

(b) Quando le correnti i_1 e i_2 sono opposte,i campi generati dalle singole spire avranno stessa direzione ma verso opposto. Il campo totale sarà

$$\vec{B}' = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = \frac{\mu_0}{2R_1}\left(i_1 - \frac{i_2}{2}\right)\hat{n}$$

Dal momento che $\vec{B}$ e $\vec{B}'$ sono paralleli, di ha $i_2 < 2i_1$

$$\left|\vec{B}'\right| = \frac{\mu_0}{2R_1}\left|i_1 - \frac{i_2}{2}\right| = \frac{\mu_0}{2R_1}\left(i_1 - \frac{i_2}{2}\right)$$

Risolvendo il sistema

$$\begin{cases} \frac{\mu_0}{2R_1}\left(i_1 + \frac{i_2}{2}\right) & = B \\ \frac{\mu_0}{2R_1}\left(i_1 - \frac{i_2}{2}\right) & = B' \end{cases}$$

si ottiene

$$\boxed{i_1 = 12.5A\ \ ,\ \ i_2 = 15.0A}$$

(c) L'energia potenziale del dipolo magnetico $\vec{\mu}$ nel campo $\vec{B}'$ è data da

$$U = -\vec{\mu}\cdot\vec{B}'\ .$$

Il dipolo magnetico nella posizione di equilibrio sarà allineato con il campo magnetico $\vec{B}'$. Il lavoro compiuto per ruotarlo di 180° sarà

$$L_1 = -\Delta U = -\mu B'\cos 180 - (-\mu B'\cos(0)) = 2\mu B'\ ,$$

da cui

$$L_1 = 2\mu\frac{\mu_0}{2R_1}\left(i_1 - \frac{i_2}{2}\right)\ .$$

Si ottiene

$$\boxed{\mu = \frac{R_1}{\mu_0}\frac{L_1}{i_1 - i_2/2} = 4\ 10^{-4}\mathrm{Am}^2}$$

Esercizio 2

(a) Il campo elettrico generato dal filo indefinito in un punto a distanza r è dato da

$$\vec{E}_\lambda(r) = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}\hat{r} \quad , \quad r > 0 \ .$$

Il campo elettrico generato dalla superficie cilindrica $\vec{E}_\sigma$ avrà simmetria cilindrica.

Può essere determinato utilizzando il teorema di Gauss, scegliendo una superficie immaginaria cilindrica, con asse coincidente con l'asse del cilindro carico, raggio r e altezza L.

Il flusso di $\vec{E}_\sigma$

$$\Phi_S(\vec{E}_\sigma) = \int_S \vec{E}_\sigma \cdot dS\hat{n} = 2\pi r L E_\sigma = \frac{Q(r)}{\epsilon_0} \ .$$

Il flusso attraverso la superficie con $r < R_0$ è nullo, dal momento che $Q(r < R_0) = 0$. Anche il campo $\vec{E}_\sigma$ è nullo nella regione $r < R_0$.

La carica totale racchiusa da superficie immaginaria con $r > R_0$ è data da

$$Q(r > R_0) = \sigma 2\pi R_0 L \ .$$

Si ha

$$\vec{E}_\sigma = \begin{cases} 0 & r < R_0 \\ \frac{\sigma}{\epsilon_0}\frac{R_0}{r}\hat{r} & r > R_0 \end{cases} \ ,$$

da cui

$$\boxed{\vec{E}_{\mathrm{tot}} = \begin{cases} \vec{E}_\lambda = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}\hat{r} & , \ \text{per} \ \ r < R_0 \\ \vec{E}_\lambda + \vec{E}_\sigma = \left[-\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} + \frac{\sigma}{\epsilon_0}\frac{R_0}{r}\right]\hat{r} & , \ \text{per} \ \ r > R_0 \end{cases} \ .}$$

(b) La d.d.p. è data da

$$\begin{aligned} \Delta V = V(R_1) - V(R_2) = \int_{R_1}^{R_2} \vec{E}_{tot}(r) \cdot d\vec{r} = \int_{R_1}^{R_2} \vec{E}_\lambda \cdot d\vec{r} + \int_{R_0}^{R_2} \vec{E}_\sigma \cdot d\vec{r} = \\ = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \log r|_{R_1}^{R_2} + \frac{\sigma}{\epsilon_0} R_0 \log r|_{R_0}^{R_2} \\ = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \log\frac{R_2}{R_1} + \frac{\sigma}{\epsilon_0} R_0 \log\frac{R_2}{R_0} = 0 \ , \end{aligned}$$

da cui

$$\frac{\sigma}{\lambda} = \frac{1}{2\pi R_0} \frac{\log R_2/R_1}{\log R_2/R_0} \ .$$

$$\boxed{\frac{\sigma}{\lambda} = 15.9 \ \mathrm{m}^{-1}}$$

Esercizio 3

(a) Utilizzando l'equazione della lente sottile

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \ .$$

la posizione dell'immagine prodotta dalla lente si forma in

$$q = \left[\frac{1}{f} - \frac{1}{p}\right]^{-1} = 50 \ \mathrm{cm} \ ,$$

e diventa oggetto per lo specchio con $p' = t - q = -20$ cm. L'oggetto è virtuale.

Dall' equazione dello specchio convesso ($R > 0$)

$$\frac{1}{p'} - \frac{1}{q'} = -\frac{1}{f} = -\frac{2}{R} \ ,$$

si ottiene

$$q' = \left[\frac{1}{t-q} + \frac{2}{R}\right]^{-1} = \left[\frac{1}{-20 \ \mathrm{cm}} + \frac{2}{6 \ \mathrm{m}}\right]^{-1} = -21.43 \ \mathrm{cm}.$$

L'immagine si forma a destra dello specchio ed è reale.

$$\boxed{q' = -21.43 \ \mathrm{cm}}$$

(b) Se l'immagine in q' si riflette nuovamente sullo specchio

$$\frac{1}{p''} - \frac{1}{q''} = -\frac{2}{R} \ ,$$

$$p'' = -q' = 21.43 \ \mathrm{cm}$$

da cui si avrà che $q'' = -p'$, infatti

$$\boxed{q'' = \left[\frac{2}{R} + \frac{1}{p''}\right]^{-1} = 20.00 \ \mathrm{cm}}$$

L'immagine si trova a destra dello specchio, ad una distanza d dalla lente

$$d = t + q'' = 50.00 \text{ cm} \ .$$

L'ingrandimento totale sarà il prodotto dei singoli ingrandimenti del sistema lente-specchio-specchio $I = I_L I_S I_S$.

$$\boxed{I = \frac{q}{p}\left[-\frac{q'}{p'}\right]\left[-\frac{q''}{p''}\right] = \frac{q}{p} = 0.25}$$