Proprietà generali dei nuclei

F. Cappella

Università di Roma La Sapienza

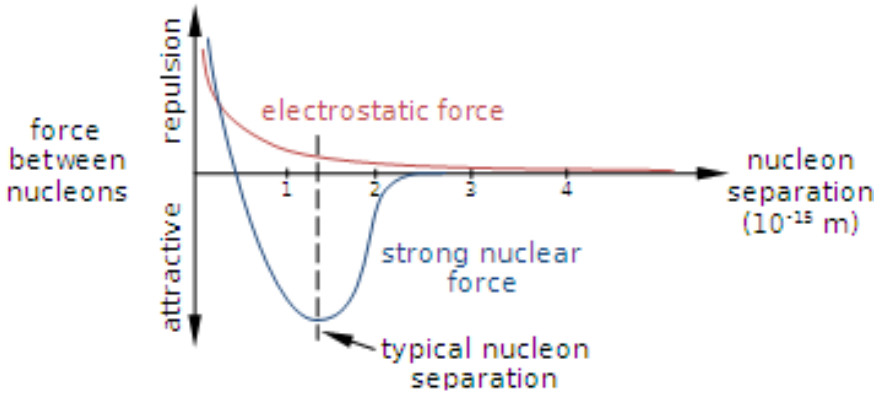
(nell'ambito del corso di *Fisica Nucleare e Subnucleare I,* A.A. 2013/14, Prof. S. Gentile)

Proprietà dei nuclei

I nuclei sono un insieme di neutroni e protoni legati insieme (“incollati”) dalla forza nucleare

Sono indicati con il simbolo dell’elemento, X, il Numero Atomico, Z ed il Peso Atomico o Numero di massa, A

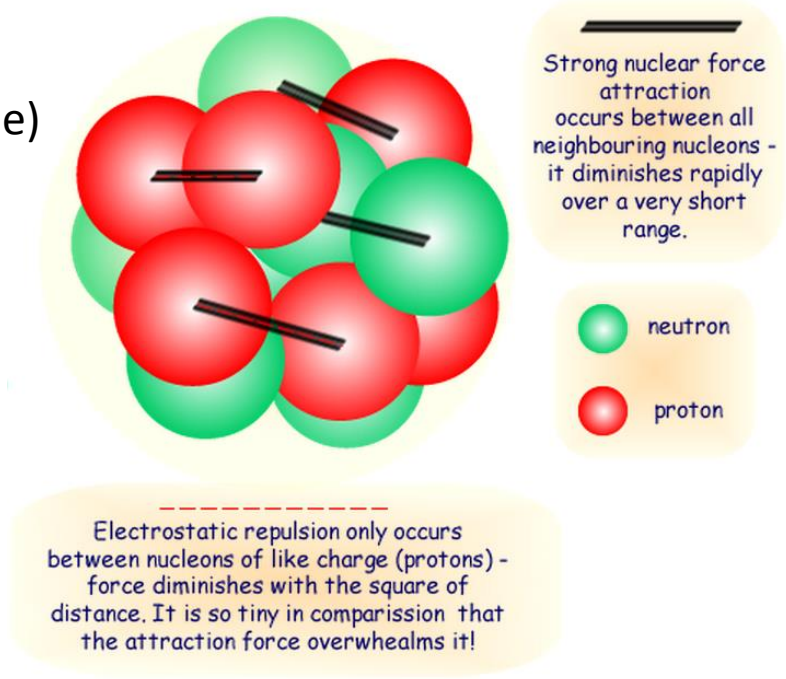
$$^{A}_{Z}X$$



A: numero di nucleoni
Z: numero di protoni (determina le proprietà chimiche)
N =(A – Z): numero di neutroni

La Carica Elettrica di un nucleo è $Q = Zq_e$
(con $q_e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C, la carica elementare)

- Isotopi: nuclei con lo stesso Z e diverso A
- Isobari: nuclei con lo stesso A e diverso Z
- Isotoni: nuclei con lo stesso N e diverso A



Misura di Z

Il numero atomico Z è stato misurato con lo studio degli spettri di emissione dei raggi X che sono caratteristici dell' atomo in esame opportunamente eccitato

Nel 1913 Henry Moseley, bombardò un certo numero di elementi che occupavano posizioni consecutive nel sistema periodico con un flusso di elettroni, e osservò che venivano generati raggi X.

La frequenza dei raggi X (linee K) di ciascun elemento erano direttamente proporzionali al quadrato dell'intero, che rappresentava la posizione di ogni elemento nella tavola periodica (Z); esisteva, cioè, una quantità fondamentale che aumentava regolarmente nel passare da un elemento all'altro:

$$h\upsilon = \frac{3}{4} R_y (Z-1)^2 \quad \text{(legge di Moseley)}$$

dove $R_y = \frac{1}{2}\alpha^2 m_e c^2 = 13.6\ eV$ è chiamata energia di Rydberg

Z fu chiamato numero atomico da E. Rutherford nel 1920, ed è oggi definito come il numero di protoni presenti nel nucleo dell'atomo

Struttura e dimensione dei nuclei

Le particelle α di bassa energia (~MeV) usate da Rutherford non permettevano di avere parametri di impatto paragonabili al campo d'azione delle forze nucleari
$\Rightarrow$ le particelle α e i nuclei d'oro apparivano come puntiformi

Usando come bersagli nuclei più leggeri, Rutherford misurò deviazioni dalla sua legge a distanze di circa 10^{-14} metri

Anche nel caso dei nuclei atomici e dei loro costituenti, le informazioni su dimensioni e struttura interna sono fornite da esperimenti di diffusione
Possiamo in linea di principio pensare di usare due diversi proiettili: uno sensibile solo alla distribuzione della carica elettrica e l'altro solo a quella forte.

Proiettili come gli elettroni, che non sono sensibili all'interazione forte (e sono puntiformi) si accoppiano alla carica elettrica dei protoni dei nuclei e danno informazioni sulla loro distribuzione

Proiettili come i neutroni invece sentono solo la forza forte e permettono di misurare la distribuzione dei nucleoni nei nuclei

Struttura e dimensione dei nuclei

A partire dalla metà degli anni '50 studi sistematici hanno portato alle seguenti conclusioni:

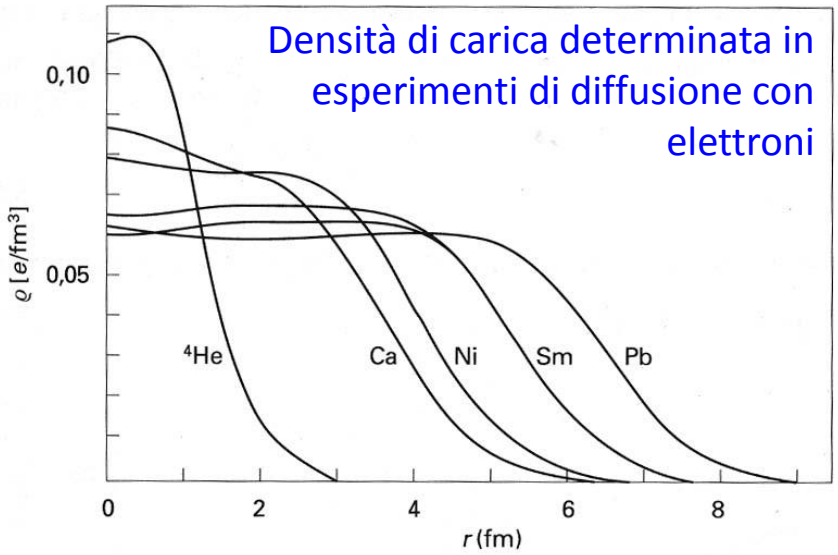
- ❑ I nuclei non sono sfere con una superficie definita in modo netto;
- ❑ All'interno la densità di carica è costante, in superficie si annulla in modo graduale;
- ❑ la densità di carica è ben riprodotta dalla distribuzione di Woods-Saxon:

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1-e^{\frac{r-c}{a}}} \qquad (a = 0.54\ fm;\ c = 1.07\ fm\ \cdot A^{\frac{1}{3}} \text{ per A grande})$$

Se assumiamo che:

- la densità dei protoni segue la densità di carica: $\rho_p(r) = \rho(r)$
- La distribuzione dei neutroni è la stessa dei protoni: $\rho_n(r) = \frac{N}{Z} \cdot \rho_p(r) = \frac{N}{Z} \cdot \rho(r)$

$\Rightarrow$ la densità totale dei nucleoni sarà: $\rho_T(r) = \rho_p(r) + \rho_n(r) = \left(\frac{N}{Z} + 1\right) \cdot \rho(r) = \frac{A}{Z} \cdot \rho(r)$



All'interno del nucleo, la densità dei nucleoni è la stessa per tutti i nuclei:

$$\rho_T(r=0) = 0.17\ \frac{\text{nucleoni}}{\text{fm}^3}$$

Raggio nucleare: $R = r_0 \cdot A^{\frac{1}{3}}$ con $r_0 \approx 1.2\ fm$ (inteso come $\sqrt{\langle r^2 \rangle}$ della distribuzione)

Masse dei nuclei

La massa dei nuclei stabili può essere determinata misurando la traiettoria degli ioni in campi elettrici e magnetici. Gli spettrometri di massa raggiungono precisioni fino a 10^{-6}

Nel caso di nuclidi instabili a vita media breve, la massa è determinata usando le leggi della conservazione dell'energia in opportune reazioni nucleari

L'unita di misura usata in fisica nucleare è l'unita di massa atomica, *u*, definita come *1/12 della massa dell'isotopo* ^{12}C e corrisponde a:

$$u = 931.494 \ \frac{MeV}{c^2}$$

	simbolo	massa atomica (**u**)	massa nucleare (MeV)
	$\frac{1}{12}\left[\ {}^{12}_{6}C\ \right]$	1	931.494
elettrone	e		0.511
protone	p		938.272
neutrone	n		939.566
idrogeno	${}^{1}_{1}H$	1.007825	938.272
deuterio	${}^{2}_{1}H$	2.014102	1875.613
trizio	${}^{3}_{1}H$	3.016049	2808.921
elio	${}^{4}_{2}He$	4.002603	3727.379

Si definisce eccesso di massa di un nucleo la differenza tra la sua massa effettiva e A·u (ossia la massa = A [u], espressa in unità di massa atomiche *u*)

Energia di legame

Le masse dei nuclidi, $M(A,Z)$, *non sono* date semplicemente dalla somma delle masse dei loro costituenti: $Z\,M_p + N\,M_n$ (protoni e neutroni, rispettivamente)

I nuclei sono tenuti insieme da forze attrattive, è necessario fornire del lavoro per separare un nucleo nei suoi componenti, per cui, sulla base dell'equivalenza tra massa ed energia:
$\Rightarrow$ la massa del nucleo deve essere minore della somma delle masse dei suoi componenti

Si definisce energia di legame di un nucleo la grandezza (positiva):

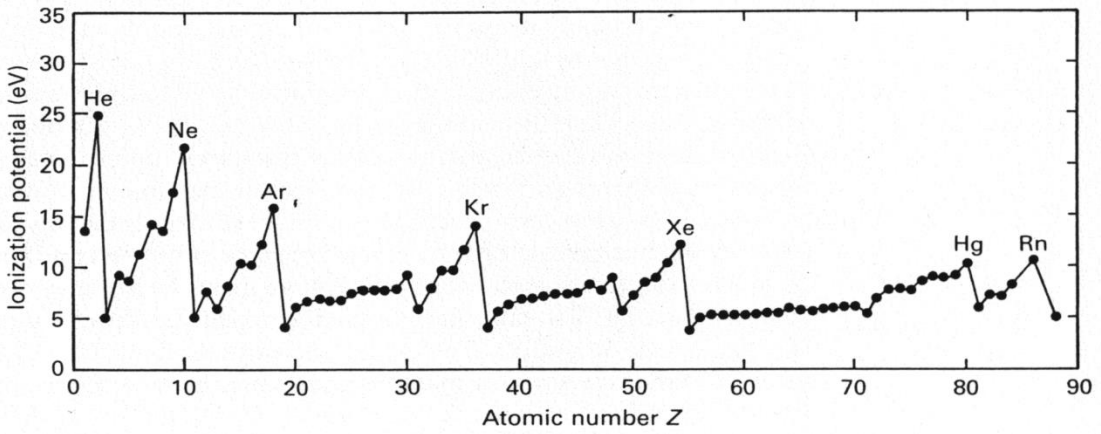
$$B(A,Z) = \left(Z\,M_p + N\,M_n\right) - M(A,Z)$$

Analogamente per un atomo si ha:

$$B^{at}(A,Z) = \left(Z\,M_H + N\,M_n\right) - M^{at}(A,Z) = B(A,Z) + B^{e}(Z)$$

dove $B^{e}(Z)$ è l'energia di legame degli elettroni.
Si ha $B^{e}(Z) \ll B(A,Z)$ (vari ordini di grandezza), a parte il caso dell'H per cui $B(A,Z) = 0$

- Potenziale di prima ionizzazione negli atomi ~10 eV (*interaz. e.m.*)
- Energia di legame di un nucleone ~ MeV (*interaz. forte*)

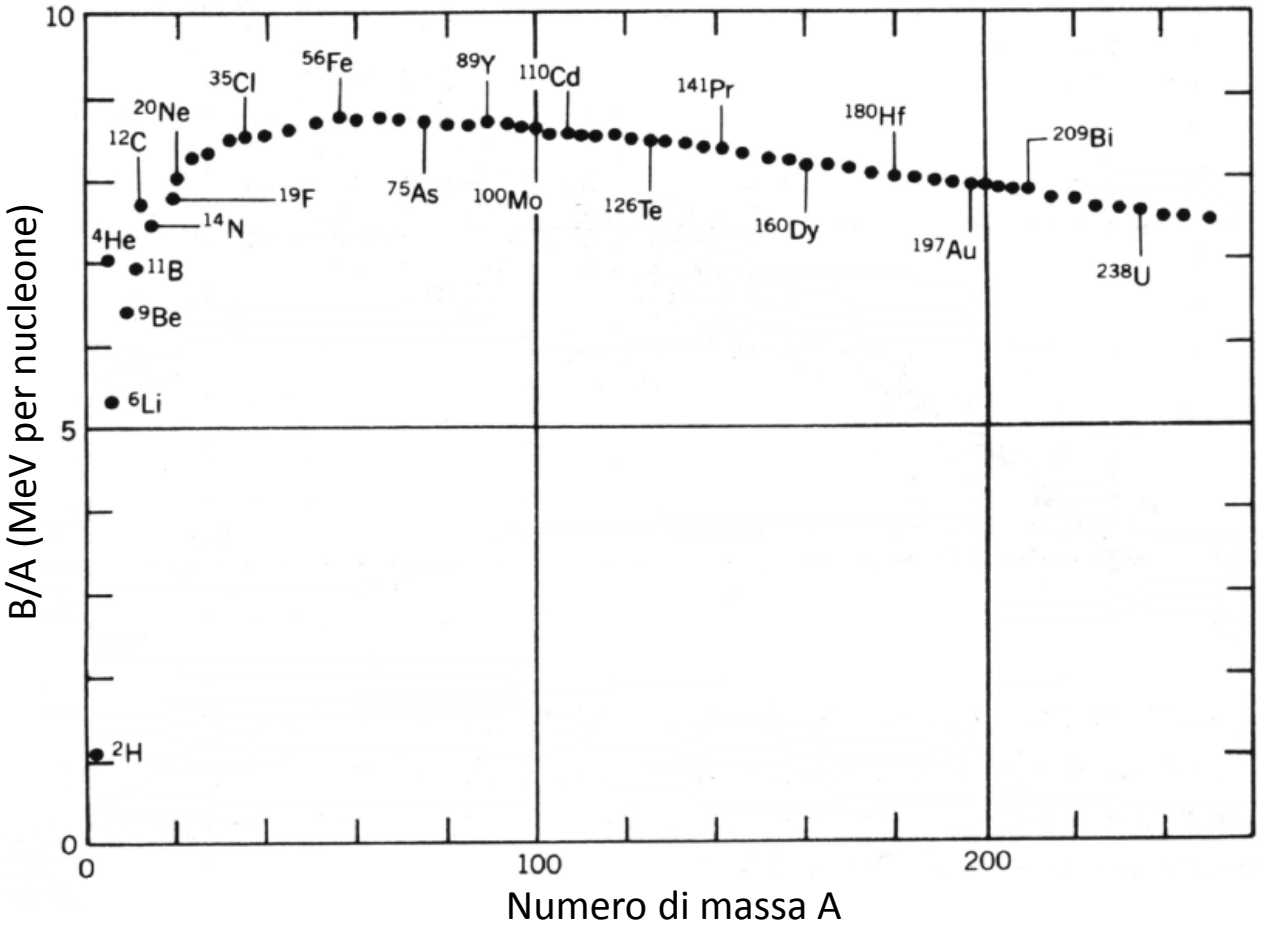


Energia di legame media per nucleone B/A

Il rapporto B/A è massimo per valori di A intorno a 60

I valori più alti sono: $^{62}Ni: 8.795\ MeV$; $^{56}Fe: 8.790\ MeV$

B/A ~ 8 MeV (per A>20)



Nucleus	Binding energy (MeV)	Binding energy of last nucleon (MeV)	Binding energy per nucleon (MeV)
$^{2}_{1}H$	2.22	2.2	1.1
$^{3}_{1}H$	8.48	6.3	2.8
$^{4}_{2}He$	28.30	19.8	7.1
$^{5}_{2}He$	27.34	−1.0	5.5
$^{6}_{3}Li$	31.99	4.7	5.3
$^{7}_{3}Li$	39.25	7.3	5.6
$^{8}_{4}Be$	56.50	17.3	7.1
$^{9}_{4}Be$	58.16	1.7	6.5
$^{10}_{5}B$	64.75	6.6	6.5
$^{11}_{5}B$	76.21	11.5	6.9
$^{12}_{6}C$	92.16	16.0	7.7
$^{13}_{6}C$	97.11	5.0	7.5
$^{14}_{7}N$	104.66	7.6	7.5
$^{15}_{7}N$	115.49	10.8	7.7
$^{16}_{8}O$	127.62	12.1	8.0
$^{17}_{8}O$	131.76	4.1	7.8

Contributi all'energia di legame: il Termine di Volume

Dovuto alla forza di legame nucleare (forza a corto range)

Se il raggio d'azione delle forze nucleari fosse lungo, come quello delle forze gravitazionali o elettromagnetiche, ogni nucleone interagirebbe con tutti i nucleoni del nucleo e quindi la forza agente su un nucleone sarebbe proporzionale ad (A-1) e l'energia potenziale di tutto il nucleo sarebbe proporzionale ad A(A-1)/2 (il numero di coppie di nucleoni nel nucleo)

Il raggio di azione delle forze nucleari è dell'ordine di 1-2 Fermi

$\Rightarrow$ ogni nucleone interagisce solo con i nucleoni nelle sue vicinanze e quindi con un numero fisso di nucleoni

$\Rightarrow$ in prima approssimazione, l'energia potenziale del nucleone non dipende dal numero di nucleoni nel nucleo

$\Rightarrow$ Il contributo principale all'energia di legame di un nucleo è proporzionale al numero A dei nucleoni e quindi al volume V del nucleo

$$\boldsymbol{B_V(A,Z) = b_0\, A}$$

E' un termine legante, quindi assumiamo $\boldsymbol{b_0 > 0}$

$\Rightarrow$ Inoltre il contributo di questo termine a B/A è costante

Contributi all'energia di legame: il Termine di Superficie

E' una correzione al Termine di Volume

Il contributo di volume deve essere corretto per tenere conto dei nucleoni sulla superficie che sono meno legati di quelli al centro

Il numero di nucleoni in superficie è proporzionale alla superficie del nucleo moltiplicata per uno spessore che chiamiamo la corteccia, t, del nucleo:

Volume del nucleo: $V_N = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi {r_0}^3 A$

Volume della corteccia: $V_c = 4\pi R^2 t = \frac{4}{3}\pi {r_0}^2 t\, A^{\frac{2}{3}}$

Ricordando che $R = r_0 A^{\frac{1}{3}}$ è il raggio della sfera equivalente che ha il volume del nucleo

Per tener conto del minor legame dei nucleoni in superficie si introduce un termine proporzionale ad $A^{\frac{2}{3}}$ e di segno negativo (opposto al precedente)

$$\boldsymbol{B_S(A,Z) = -b_1\, A^{\frac{2}{3}}}$$

con $\boldsymbol{b_1 > 0}$

Contributi all'energia di legame: il Termine Coulombiano

Tiene conto della repulsione coulombiana tra i protoni che tende a ridurre l'energia di legame dei nuclei

A causa del lungo raggio d'azione della forza elettromagnetica ogni protone interagisce con tutti gli altri protoni del nucleo e il termine di repulsione è proporzionale al numero di coppie di protoni presenti nel nucleo: $\frac{1}{2}Z(Z-1)$

L'Energia repulsiva degli Z protoni è quindi data da: $\frac{1}{2}Z(Z-1)\ \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\ \left\langle\frac{1}{r}\right\rangle$

dove $\left\langle\frac{1}{r}\right\rangle$ rappresenta la distanza media dei protoni nel nucleo

Approssimando il nucleo come una sfera uniformemente carica di raggio *R*, si ottiene:

$$\left\langle\frac{1}{r}\right\rangle = \frac{6}{5R}$$

Infine, usando $R = r_0 A^{\frac{1}{3}}$, si ottiene per il termine Coulombiano:

$$\boldsymbol{B_C(A,Z) = -b_2\ \frac{Z(Z-1)}{A^{\frac{1}{3}}}}$$

Con il valore atteso per $b_2 = \frac{1}{2}\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\ \frac{6}{5r_0} = 0.7\ \mathrm{MeV}$

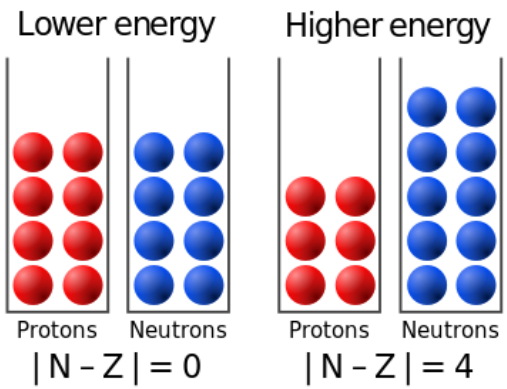
Contributi all'energia di legame: il Termine di Asimmetria

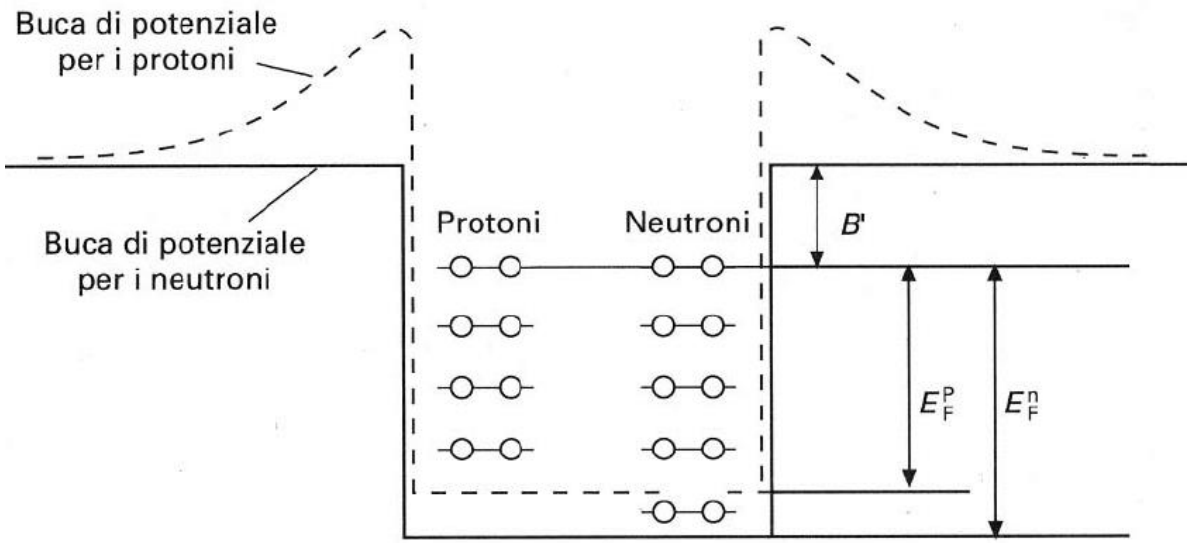
Legato al principio di esclusione di Pauli $\Rightarrow$ sfavorisce le configurazioni asimmetriche N≠Z

Il termine di asimmetria può essere ricavato considerando un semplice modello nucleare: il modello a gas di Fermi, che tratta i protoni e neutroni come particelle libere, ma confinati in una buca di potenziale sferica $\Rightarrow$ livelli di energia discreti

Essendo i protoni e i neutroni dei fermioni, per il principio di Pauli ogni livello può essere occupato solo da due nucleoni identici (spin opposto).

$\Rightarrow$ favorite le configurazioni in cui i livelli energetici di p e n sono ugualmente riempiti





Per il termine di asimmetria si ricava la seguente dipendenza da A e Z (N=A-Z):

$$B_A(A,Z) = -b_3 \frac{(N-Z)^2}{A}$$

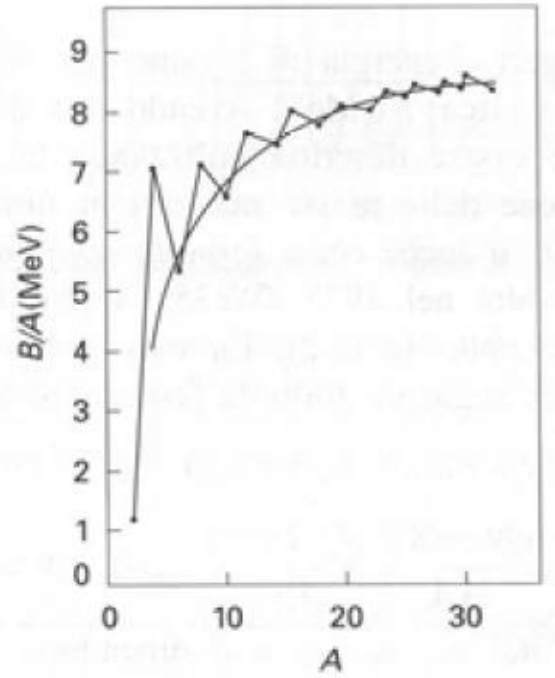
Contributi all'energia di legame: il Termine di Accoppiamento

rende conto del fatto che le forze nucleari favoriscono i nuclei con Z e N pari (pari-pari)

La struttura del potenziale nucleone-nucleone (in particolare il corto raggio d'azione) rende particolarmente forte il legame tra due nucleoni dello stesso tipo con momento angolare J=0
$\Rightarrow$ è favorita la formazione di coppie di nucleoni simili (pp, nn) di spin opposti
$\Rightarrow$ nuclei con Z o N dispari sono sfavoriti per la presenza di nucleoni spaiati

La tabella dei nuclei stabili mostra una chiara preferenza per nuclei con Z ed N pari:

	N Dispari	N Pari	Totale
Z Dispari	8	53	61
Z Pari	57	166	223
Totale	65	219	284



Il termine di accoppiamento (pairing) ha la forma:

$$B_P(A,Z) = \delta(A) = \begin{cases} 0 & \text{A dispari} \\ +\dfrac{b_4}{\sqrt{A}} & \text{Z e N pari} \\ -\dfrac{b_4}{\sqrt{A}} & \text{Z e N dispari} \end{cases}$$

Formula semiempirica delle masse nucleari

Detta anche formula di Weizsäcker:

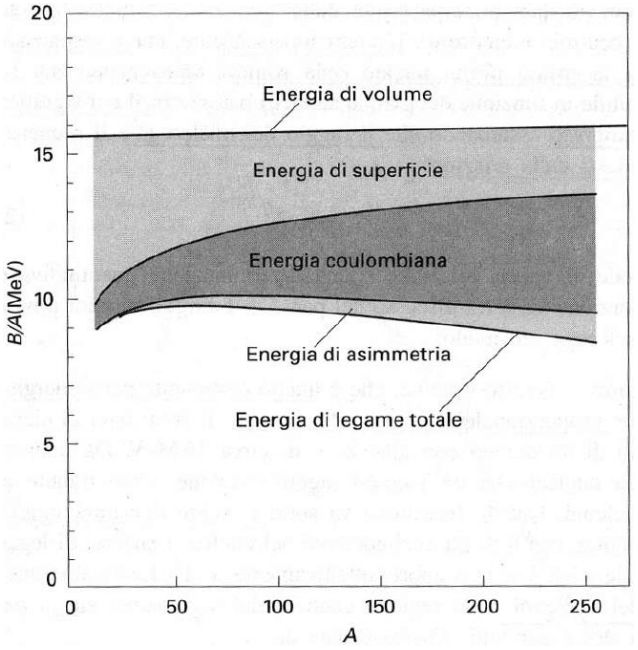
$$M(A,Z) = \left(Z\,M_p + N\,M_n\right) - B(A,Z)$$

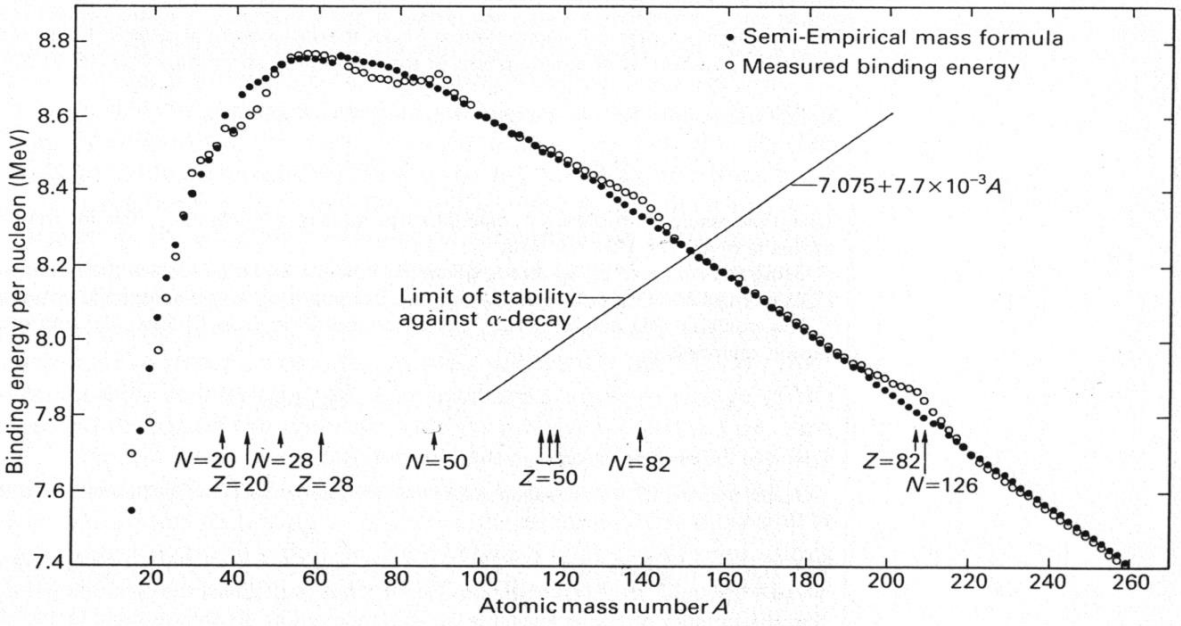
$$B(A,Z) = b_0\,A - b_1\,A^{\frac{2}{3}} - b_2\,\frac{Z(Z-1)}{A^{\frac{1}{3}}} - b_3\,\frac{(N-Z)^2}{A} + \delta(A)$$

Effettuando un best fit dei valori misurati per i nuclei stabili si ottengono i valori seguenti per le costanti b_i:

b_0 = 15,75 MeV **b_1 = 17,80 MeV** **b_2 = 0,71 MeV**

b_3 = 23,7 MeV **b_4 = 11 MeV**





Per A>20 la formula restituisce una energia di legame per nucleone con una precisione che per la maggior parte dei casi è migliore di 0.1 MeV

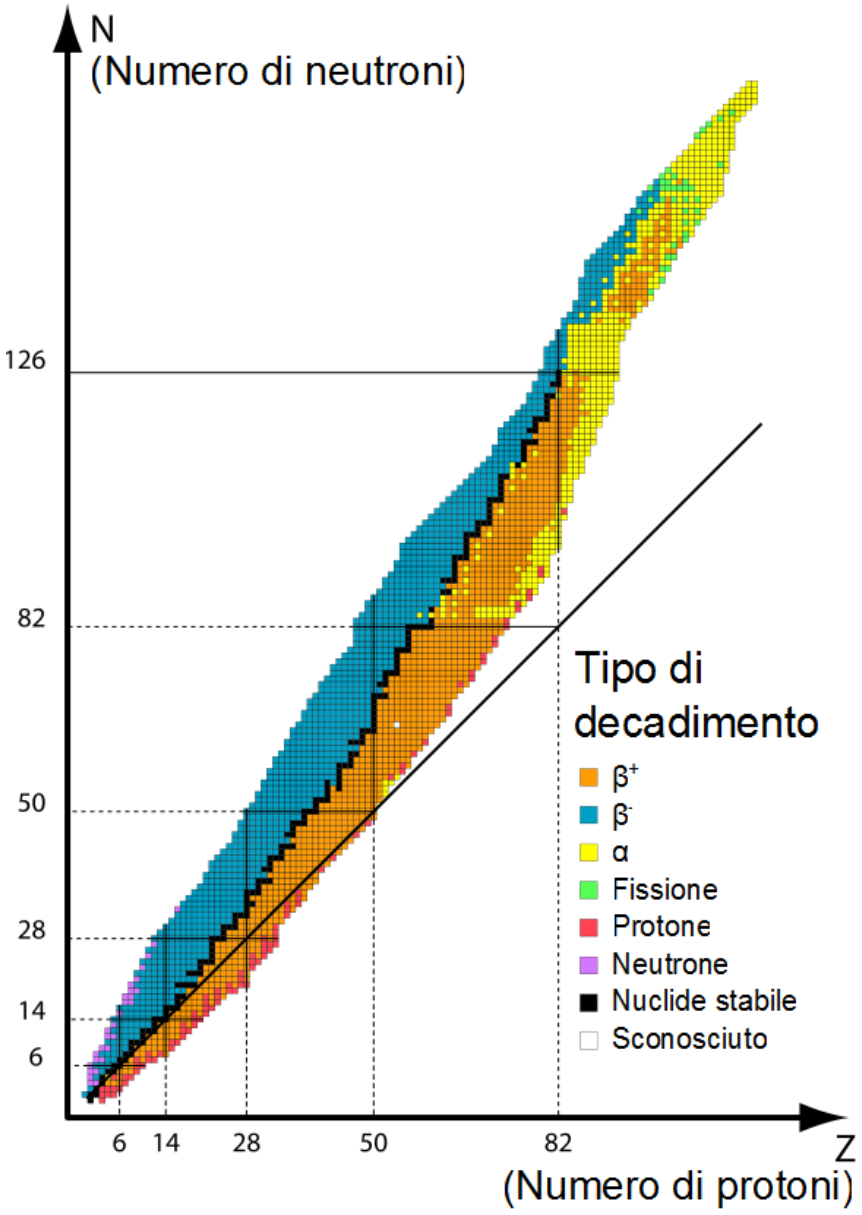
La valle di stabilità dei nuclei

I nuclidi presenti in natura possono essere rappresentati nella carta di Segré, dove si riporta in ascissa Z e in ordinata N. Ogni nuclide è rappresentato da un punto in questa carta

Fino a A ~ 40, i nuclei stabili sono concentrati in una stretta regione attorno a N≈Z≈A/2, mentre per valori di A sempre più elevati i nuclei stabili hanno un eccesso crescente di neutroni per bilanciare con l'attrazione nucleare la repulsione coulombiana tra i protoni

I nuclidi stabili, 275 in totale, si trovano in una regione stretta nel piano N-Z che viene chiamata linea di stabilità
La loro vita media è considerevolmente più lunga dell'età del sistema solare

I nuclidi instabili possono decadere in vari modi



Decadimenti β^-, β^+ e Cattura Elettronica (EC)

Decadimenti che convertono un neutrone in protone o viceversa lasciando invariato A

Dato un generico nucleo (A,Z) di massa M(A,Z) si ha:

- Decadimento β^-: $(A,Z) \rightarrow (A,Z+1) + e^- + \bar{\nu}_e$
  - $\Rightarrow$ è possibile solo se: $M(A,Z) > M(A,Z+1) + m_e c^2$
  - $\Rightarrow$ Se aggiungo $Zm_e c^2$ ad entrambi i membri: $\boldsymbol{M^{at}(A,Z) > M^{at}(A,Z+1)}$

- Decadimento β^+: $(A,Z) \rightarrow (A,Z-1) + e^+ + \upsilon_e$
  - $\Rightarrow$ è possibile solo se: $M(A,Z) > M(A,Z-1) + m_e c^2$
  - $\Rightarrow$ Se aggiungo $Zm_e c^2$ ad entrambi i membri: $\boldsymbol{M^{at}(A,Z) > M^{at}(A,Z-1) + 2m_e c^2}$

- Cattura elettronica (EC): $(A,Z) + e^- \rightarrow (A,Z-1) + \upsilon_e$
  - $\Rightarrow$ è possibile solo se: $M(A,Z) + m_e c^2 > M(A,Z-1)$
  - $\Rightarrow$ Se aggiungo $(Z-1)m_e c^2$ ad entrambi i membri: $\boldsymbol{M^{at}(A,Z) > M^{at}(A,Z-1)}$

Notare che: Sono tutti processi nucleari, ma per valutare la configurazione più stabile conviene studiare la massa atomica: $\boldsymbol{M^{at}(A,Z)}$

NB1: si approssima $m_\upsilon = 0$

NB2: trascurata la differenza tra energie di legame degli elettroni atomici nei due atomi con $Z' = Z \pm 1$

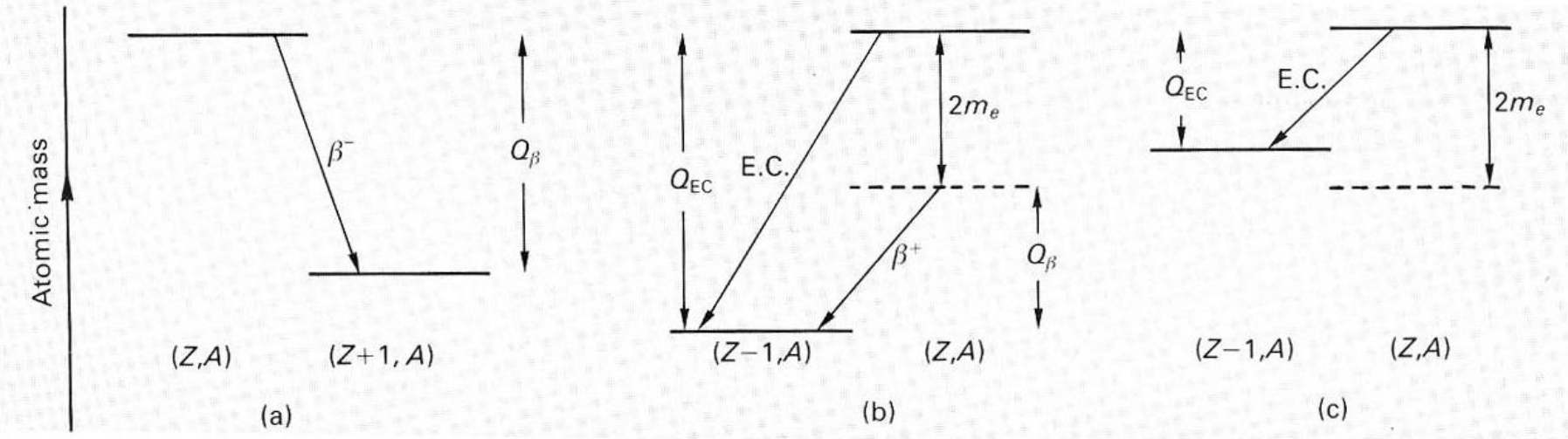
NB3: nella EC viene generalmente catturato un elettrone atomico delle shell più interne

Decadimenti β^-, β^+ e Cattura Elettronica (EC)

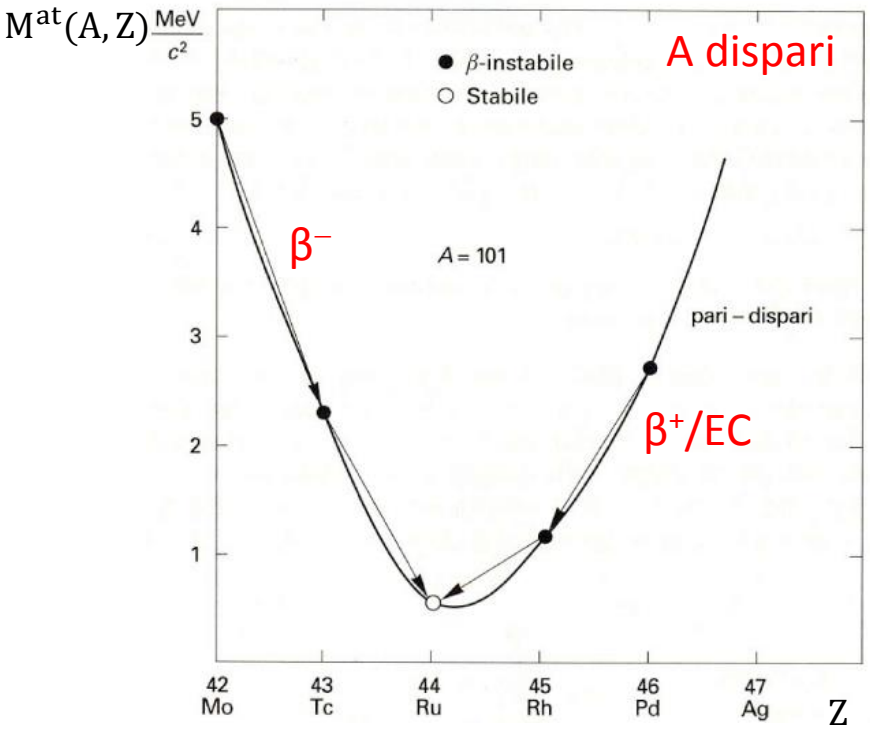
Se consideriamo dei nuclidi con uguale A (isobari), la formula di Weizsäcker è descritta da un polinomio di secondo grado in Z

$\Rightarrow$ anche la massa dell'atomo, per fissato A, ha lo stesso comportamento. In particolare:

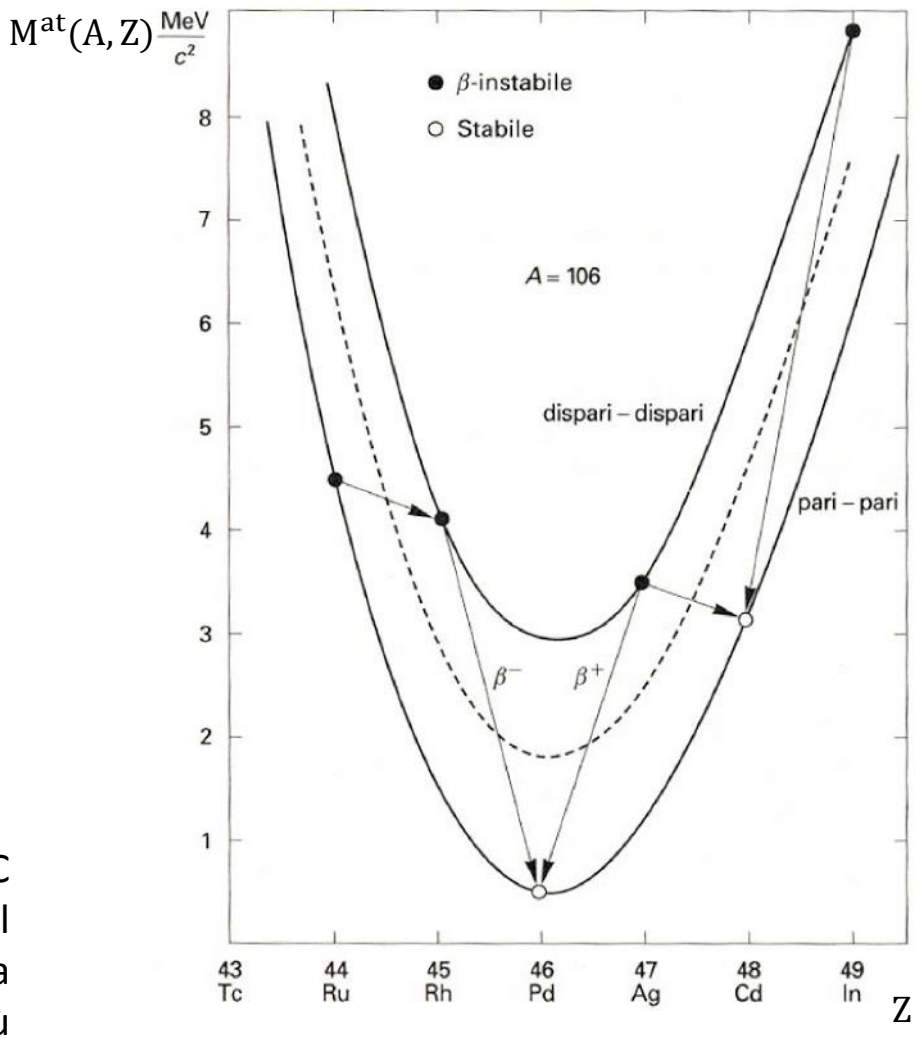
- per A dispari il grafico risulta essere una parabola;
- per A pari si avranno invece due parabole a causa del parametro δ, (termine di accoppiamento) che associa un energia di legame maggiore alle configurazioni (Z pari-N pari) rispetto a quelle (Z dispari – N dispari)
- In uno spettro isobarico l'atomo con massa più piccola è quindi stabile rispetto ai decadimenti β^-, β^+ e alla cattura elettronica



Decadimenti β^-, β^+ e Cattura Elettronica (EC)



A pari



I processi β^+ ed EC sono in concorrenza

In generale gli elettroni catturati nel processo EC appartengono al guscio più interno, shell"K", Il "buco" che si viene a creare dopo la cattura scatena una cascata di elettroni dai livelli più esterni verso quelli più interni con una emissione di raggi X o di *"elettroni di Auger"*

Nel caso A pari ci possono essere più nuclei stabili

Il Decadimento α

A partire dal massimo della curva di B/A, l'andamento decrescente dell'energia di legame per nucleone rende possibili altri modi di decadimento per nuclei pesanti che siano β-stabili: può diventare energeticamente conveniente che un nucleo pesante si spezzi in due nuclei leggeri che abbiano una energia di legame totale maggiore di quella del nucleo padre

Tra questi, il processo più comune è il decadimento α, nel quale uno dei due nuclei figli è un nucleo di elio:

$$(A, Z) \rightarrow (A-4, Z-2) + \alpha \qquad \alpha: \text{nucleo di } {}^4\text{He}$$

Può avvenire se:

$$M(A, Z) > M(A-4, Z-2) + M_\alpha$$

$$\Rightarrow \quad \mathrm{B}(A, Z) < B(A-4, Z-2) + 28.3 \text{ MeV}$$

dove 28.3 MeV è l'energia di legame del ^{4}He;

Tale condizione è soddisfatta a partire da A>165 ma i tempi di decadimento sono così lunghi che i nuclei sono praticamente α-stabili fino al bismuto (A = 209)

Tutti i successivi elementi sono instabili, con l'eccezione del torio e dell'uranio (i cui tempi di decadimento sono più lunghi dell'età del sistema solare), e non sono quindi più presenti sulla terra, a parte quelli che compaiono nelle catene di decadimento del torio e dell'uranio

Il Decadimento α

$$^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^{4}_{2}He$$

E' un decadimento a due corpi ed è quindi Monocromatico
In generale si ha: $4\ MeV < T_\alpha < 8\ MeV$

Nel riferimento del nucleo padre:

$$M_X c^2 = M_Y c^2 + M_\alpha c^2 + T_y + T_\alpha \quad \text{ed} \quad \mathbf{p}_Y + \mathbf{p}_\alpha = \mathbf{0}$$

$$(M_X - M_Y - M_\alpha)c^2 = Q =$$

$$= p^2/(2M_Y) + p^2/(2M_\alpha) = p^2/(2M_\alpha)[\,1 + M_\alpha/M_Y]$$

per $M_Y >> M_\alpha \rightarrow Q \cong p^2/(2M\alpha)$

$$T_\alpha = \frac{Q}{1+\frac{M_\alpha}{M_Y}} \cong Q\left(1-\frac{4}{A}\right)$$

$$T_Y = Q\frac{\frac{M_\alpha}{M_Y}}{1+\frac{M_\alpha}{M_Y}} \cong Q\times\frac{4}{A} \rightarrow T_\alpha >> T_Y$$

Il Decadimento α

Nei nuclei α- instabili, la particella α ha un Q-value positivo

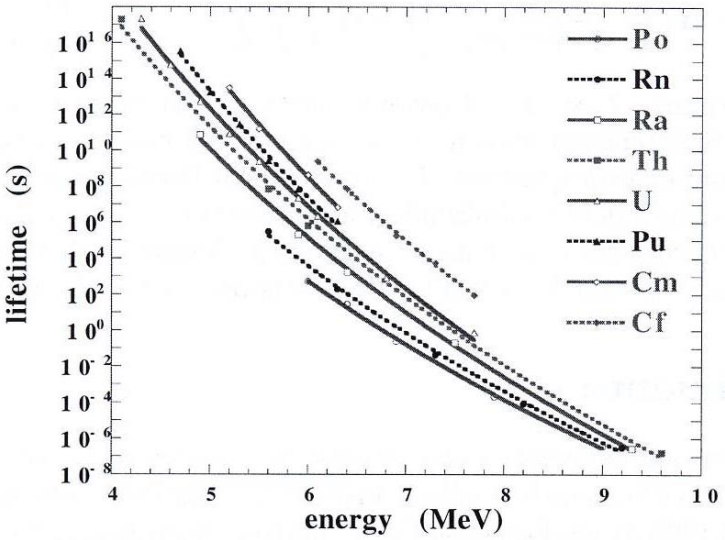
Generalmente lo stesso NON avviene per l'emissione di singoli nucleoni od altri nuclei leggeri per i quali il decadimento non è energeticamente possibile

La ragione fondamentale per cui i decadimenti α sono favoriti sta nella bassa probabilità di preformare nei nuclei sistemi stabili con più di quattro nucleoni

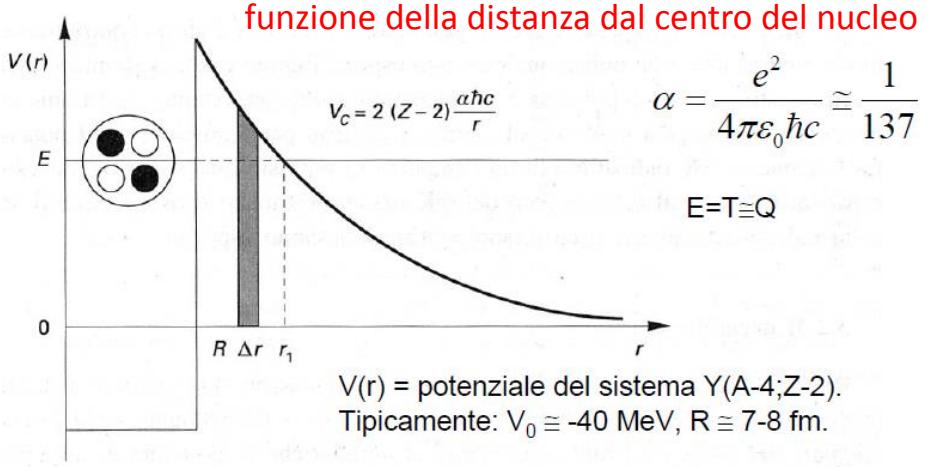
La vita media ha una fortissima dipendenza da T_α

Esempio: Q-value per il decadimento del ^{238}Pu in alcuni nuclei leggeri

Nucleo	Q-value (MeV)
p	-6.0
^{2}H	-10.3
^{3}H	-9.7
^{4}He	+5.6
^{6}Li	-3.8



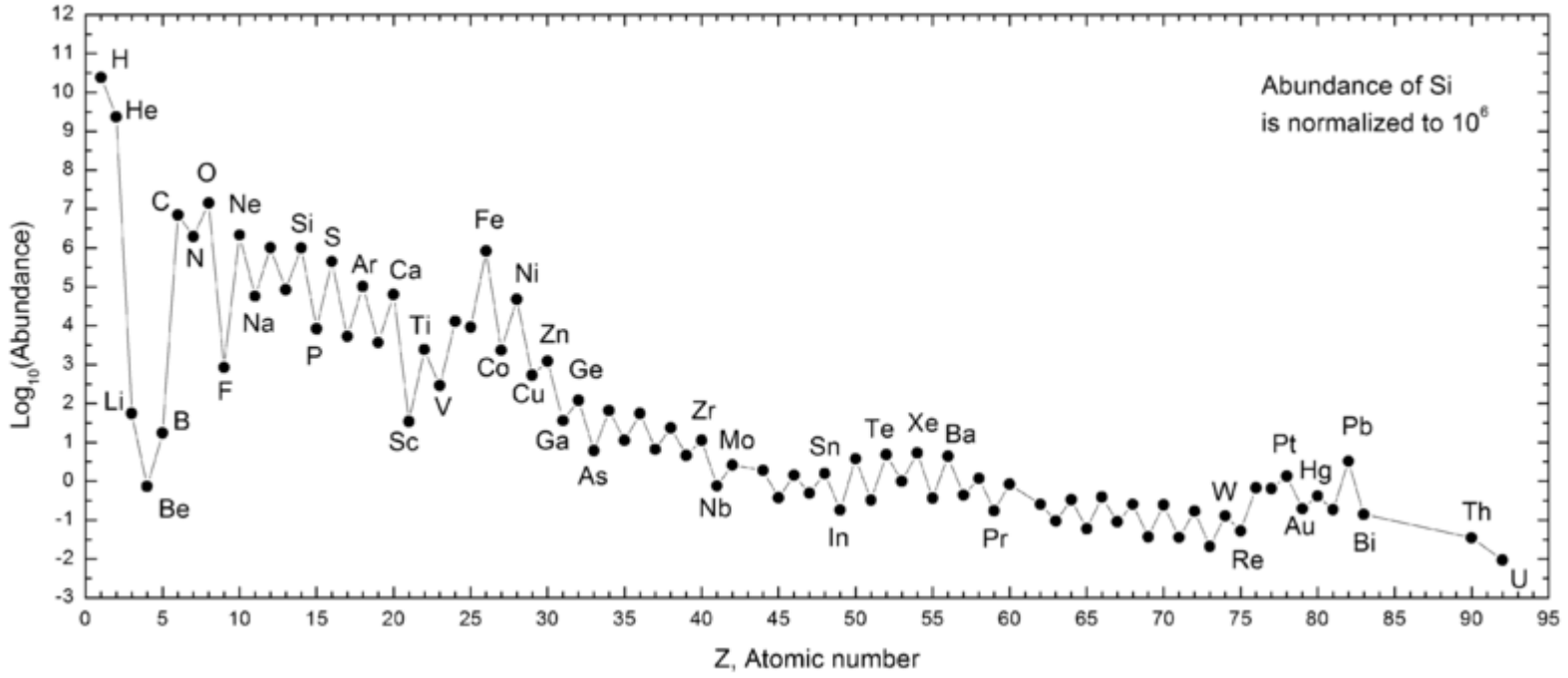
Energia potenziale di una particella α in funzione della distanza dal centro del nucleo



Il superamento della barriera coulombiana può essere spiegato solo tramite l'effetto tunnel

Abbondanza dei Nuclidi

Figura: abbondanza relativa dei vari nuclidi in funzione del numero di massa A, misurata in diversi campioni nel sistema solare (abbondanze simili si riscontrano anche nei raggi cosmici provenienti dall'esterno del sistema solare)



- I nuclei più leggeri fino al ^{56}Fe (il più stabile) sono prodotti per fusione nucleare nelle stelle
- I nuclei più pesanti sono creati nelle esplosioni di stelle molto pesanti come le supernovae
- H e He sono I più comuni prodotti nel Big Bang
- L'andamento alternato è dovuto al numero atomico pari o dispari