

Corso di Laboratorio di Calcolo - Prof. G. Organtini

Laboratorio 2008.4 *La decomposizione LU di una matrice*



Una qualunque matrice quadrata $M = \{m_{ij}\}$ reale, invertibile, i cui minori principali siano tutti non nulli, si può sempre decomporre come

$$M = LU,$$

dove $L = \{\alpha_{ij}\}$ e $U = \{\beta_{ij}\}$ sono matrici triangolari i cui elementi nulli si trovano, rispettivamente, in alto a destra (matrice triangolare sinistra (*lower triangular* L)) e in basso a sinistra (matrice triangolare destra (*upper triangular* U)).

Per decomporre una matrice M nel modo sopra esposto si segue l'algoritmo di Crout. I passi da seguire sono i seguenti :

- si assegnano i valori degli elementi diagonali di L in modo arbitrario; solitamente si usa assegnare ad essi il valore 1;
- per ogni colonna j si eseguono i seguenti passi :
 - per le righe i il cui indice sia $i \leq j$ si pone

$$\beta_{ij} = m_{ij} - \sum_{k=0}^{i-1} \alpha_{ik} \beta_{kj};$$

- per tutte le altre righe si pone

$$\alpha_{ij} = \frac{1}{\beta_{jj}} \left(m_{ij} - \sum_{k=0}^{j-1} \alpha_{ik} \beta_{kj} \right).$$

Scrivete un programma che esegua tali operazioni su una matrice i cui elementi, compresi tra due valori a e b arbitrari, siano generati a caso.

Il programma dovrà chiedere all'utente di introdurre le dimensioni della matrice M e i valori a e b . Dovrà quindi mostrare sullo schermo la matrice M generata, in un formato opportuno e procedere alla sua decomposizione. Al termine di essa dovrà stampare le matrici L ed U in un formato analogo a quello con cui è stata stampata M , in modo tale che si veda immediatamente la forma triangolare da loro assunta.
