

Soluzioni della II prova di esonero del corso di FNSN I (A.A. 2013-2014)

Problema 1

Dato un fascio di particelle contenente pioni e muoni, si vogliono selezionare ed identificare solo i μ^+ con impulso tra 340 MeV/c e 360 MeV/c. Il set-up sperimentale, schematizzato in figura, è composto da:

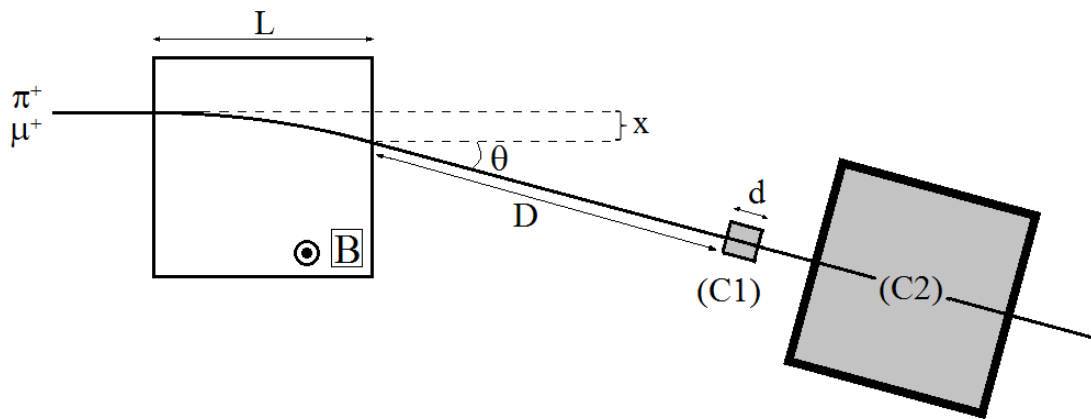
- una regione quadrata di lato $L = 5$ m in cui agisce un campo magnetico uniforme $B = 20$ mT;
- un piccolo contatore in carbonio (C1) di forma cubica e lato $d = 3$ cm;
- un contatore Cherenkov a gas (C2) con indice di rifrazione n ;

Con riferimento alla figura, ricavare:

- a) l'angolo θ che identifica la posizione ottimale del centro del contatore C1;
- b) il valore minimo e massimo di x per l'intervallo di impulsi di interesse;
- c) la distanza D alla quale si deve collocare il contatore C1 per intercettare solo le particelle con impulso nell'intervallo dato;
- d) l'energia persa in C1 da pioni e muoni che passano per il centro del contatore (si trascuri $\delta(\gamma)$);
- e) il valore ottimale di n che permetta di distinguere i due tipi di particelle in C2.

Si svolgano i conti nell'approssimazione di piccoli angoli.

$$[m_\mu = 106 \frac{\text{MeV}}{c^2}; \quad m_\pi = 140 \frac{\text{MeV}}{c^2}; \quad \rho_C = 2.3 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}; \quad Z_C = 6; \quad A_C = 12; \quad I_C = 60 \text{ eV}]$$



Soluzione 1

- a) Considerando il valore centrale dell'impulso, $p = 350 \frac{\text{MeV}}{c}$, per il raggio di curvature R si ricava:

$$R[\text{m}] = \frac{pc[\text{GeV}]}{0.3 \cdot B[\text{T}]} = 58.3 \text{ m};$$

L'angolo θ coincide con l'angolo spazzato da R nel percorrere l'arco di circonferenza in B :

$$\theta = \sin^{-1} \frac{L}{R} = 4.92^\circ = 0.0858 \text{ rad}$$

- b) Allo stesso modo si possono ricavare per gli impulsi minimo, $p_1 = 340 \frac{\text{MeV}}{c}$, e massimo, $p_2 = 360 \frac{\text{MeV}}{c}$:

$$R_1 = 56.7 \text{ m}; \quad \theta_1 = 5.06^\circ = 0.0883 \text{ rad}$$

$$R_2 = 60.0 \text{ m}; \quad \theta_2 = 4.78^\circ = 0.0834 \text{ rad}$$

da cui, dato che $x = L \tan \frac{\theta}{2} \approx L \frac{\theta}{2}$, si ottiene:

$$x_1 = 22.1 \text{ cm}; \quad x_2 = 20.9 \text{ cm}.$$

- c) Definendo $\Delta x = x_1 - x_2 = 1.2 \text{ cm}$ e $\Delta \theta = \theta_1 - \theta_2 = 0.28^\circ = 4.9 \text{ mrad}$ nell'approssimazione di piccoli angoli si ha:

$$d \approx \Delta x + D \cdot \Delta \theta \quad \rightarrow \quad D \approx \frac{d - \Delta x}{\Delta \theta} = 3.6 \text{ m}.$$

d) Dalla Bethe-Bloch: $-\frac{dE}{dx} = 0.307 \frac{\text{MeV cm}^2}{g} \rho_C \frac{Z_C}{A_C} \frac{z^2}{\beta^2} \left(\ln \frac{2 m_e c^2 \beta^2 \gamma^2}{I_C} - \beta^2 \right);$

per i pioni: $z = 1; \quad p = 350 \frac{\text{MeV}}{c}; \quad E_\pi = \sqrt{m_\pi^2 c^4 + p^2 c^2} = 377 \text{ MeV}$
 $\rightarrow \beta = \frac{pc}{E_\pi} = 0.928; \quad \beta\gamma = \frac{pc}{m_\pi c^2} = 2.5$

$\rightarrow -\frac{dE}{dx} = 4.39 \frac{\text{MeV}}{\text{cm}}; \quad \Delta E_\pi = -\frac{dE}{dx} \cdot d = 13.2 \text{ MeV}.$

per i muoni: $z = 1; \quad p = 350 \frac{\text{MeV}}{c}; \quad E_\mu = \sqrt{m_\mu^2 c^4 + p^2 c^2} = 366 \text{ MeV}$

$\rightarrow \beta = \frac{pc}{E_\mu} = 0.957; \quad \beta\gamma = \frac{pc}{m_\mu c^2} = 3.3$

$\rightarrow -\frac{dE}{dx} = 4.32 \frac{\text{MeV}}{\text{cm}}; \quad \Delta E_\mu = -\frac{dE}{dx} \cdot d = 13.0 \text{ MeV}.$

e) L'energia delle particelle che passano per C1 e arrivano su C2 vale in media:

$$E'_\pi = E_\pi - \Delta E_\pi = 364 \text{ MeV}; \quad E'_\mu = E_\mu - \Delta E_\mu = 353 \text{ MeV}$$

da cui: $\beta'_\pi = \frac{p'_\pi c}{E'_\pi} = \frac{\sqrt{E_\pi'^2 - m_\pi^2 c^4}}{E'_\pi} = 0.923; \quad \beta'_\mu = \frac{p'_\mu c}{E'_\mu} = \frac{\sqrt{E_\mu'^2 - m_\mu^2 c^4}}{E'_\mu} = 0.954;$

le velocità dei π e dei μ saranno distribuite intorno a questi valori medi, il valore ottimale di n sarà quindi:

$$n = \left(\frac{\beta'_\pi + \beta'_\mu}{2} \right)^{-1} = 1.065$$

Problema 2

Stabilire quali reazioni e quali decadimenti delle seguenti liste sono permessi e quali sono proibiti, indicando per quelli permessi l'interazione responsabile e per quelli proibiti tutti i numeri quantici che sono violati.

1. $\pi^+ + p \rightarrow \Lambda + K^0$

1. $\mu^- \rightarrow \pi^- + \nu_\mu$

2. $\bar{p} + p \rightarrow K^+ + K^-$

2. $\pi^0 \rightarrow \mu^- + e^+$

3. $K^+ + n \rightarrow p + \pi^+ + \pi^- + \pi^0$

3. $K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0$

4. $K^- + p \rightarrow \Sigma^- + \pi^+$

4. $p \rightarrow n + \nu_e + e^+$

5. $\bar{\nu}_\mu + n \rightarrow \mu^+ + n + \pi^-$

5. $\Xi^- \rightarrow \Lambda + \pi^-$

6. $e^- + p \rightarrow \nu_e + \pi^0$

6. $\Omega^- \rightarrow \Sigma^0 \pi^-$

Soluzione 2

Reazioni:

1) No: Q; 2) Si, forte; 3) Si, debole (sfavorita); 4) Si, forte; 5) Si, debole; 6) No: B.

Decadimenti:

1) No: Δm ; 2) No: L_e, L_μ ; 3) Si, debole; 4) No: Δm ; 5) Si, debole; 6) No: $\Delta S=2$.