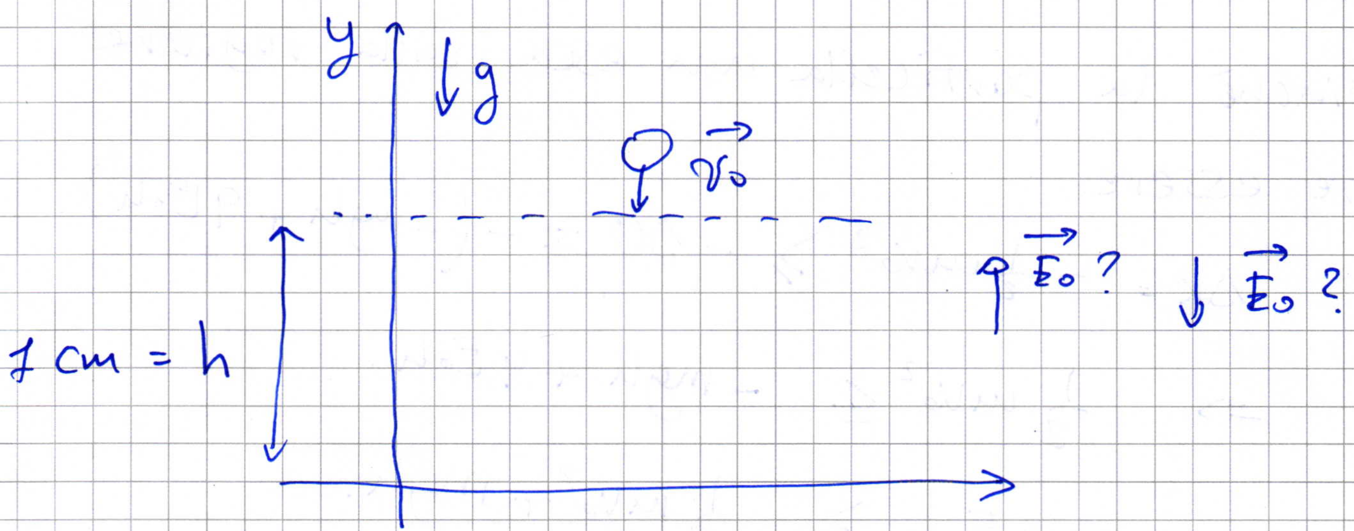
sfera carica: $r = 1\,\mu m$; $q = 10^{-9}\,C$, $m = 10^{-9}$ kg

caduta libera senza attrito con $v_0 = 1$ m/s



Nella regione di altezza h è presente un campo elettrico uniforme.

se $\vec{E_0}$ fosse diretto verso il basso l'energia della sfera aumenterebbe e quindi sicuramente la sfera uscirebbe nuovamente dalla regione.

Dunque deve essere $\vec{E_0} \parallel +\hat{y}$ con $\vec{E_0} = E_0 \hat{y}$, $E_0 > 0$

Per un campo uniforme si ha

$$V_0(y) = V_0 - E_0 y.$$

con V_0 una costante arbitraria

Entrambe le forze sono conservative per cui

$$E_0 = K_0 + U_0$$

$$E_f = K_f + U_f$$

Nel momento iniziale si ha

$$E_0 = \frac{1}{2} m v_0^2 + mgh - qE_0 h$$

Nel momento in cui arriva a $y=0$ si ha

$$E_f = 0 + 0 + 0$$

Affinchè la particella non esca dalla regione deve essere

$$\Delta K = -\frac{1}{2} m v_0^2 \geq -\Delta U = -(-mgh + qE_0 h).$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2} m v_0^2 \leq -mgh + qE_0 h.$$

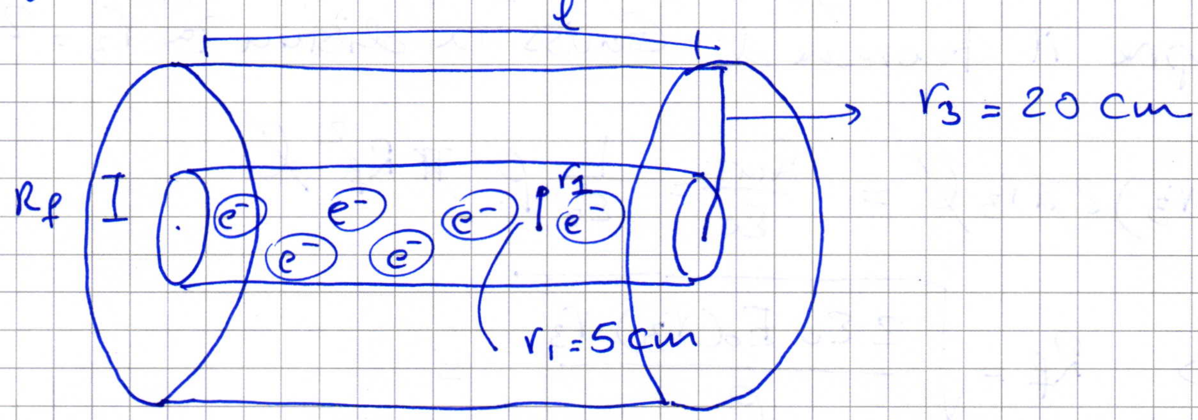
$$qE_0 h \geq \frac{1}{2} m v_0^2 + mgh.$$

$$E_0 \geq \frac{\frac{1}{2} m v_0^2 + mgh}{qh} = \left(g + \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{h}\right) \frac{m}{q}$$

Sostituendo i valori

$$E_0 \geq \frac{\cancel{10^{-9}}}{\cancel{10^{-9}}}\left(9.8 + \frac{1}{2} \frac{1}{0.01}\right) = 9.8 + 50 = 59.8 \ \frac{V}{m}$$

Il fascio ha un raggio $5\,cm < R_f < 20\,cm$ come suggerito dal testo.
In termini statici, gli elettroni sono cariche presenti all'interno di un volume cilindrico di lunghezza infinita.



Per trovare il numero di elettroni, conoscendo il valore del campo in simmetria cilindrica, possiamo usare il teorema di Gauss.

$$\Phi(E_0) = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

$$\Phi(E_0) = \oint_S \vec{E_0} \cdot \vec{ds} = E_0(r)\, 2\pi r l$$

sapendo che il campo E_0 può dipendere solo dalla distanza r dal centro del fascio.

$$Q_{int} = \int_{cil} \rho\, dV = \rho \int_{cil} dV = \rho\, \pi r^2 l$$

$$\Rightarrow \quad E_0(r)\, 2\cancel{\pi} r \cancel{l} = \frac{1}{\varepsilon_0} \rho\, \cancel{\pi} r^{\cancel{2}} \cancel{l}$$

$$\Rightarrow \quad \rho = \frac{2\varepsilon_0 E_0(r_1)}{r_1} = \frac{2 \times 8.85 \times 10^{-12} \times 3 \times \cancel{10^{2}}}{5 \times \cancel{10^{-2}}}$$

$$\rho = \frac{6}{5} \times 8.85 \times 10^{-12} = 10.62 \times 10^{-12} \ \frac{C}{m^3}$$

Ciascuno elettrone ha la carica $e = 1.6 \times 10^{-19}$ C.

$$\rho = \frac{n_{el} \cdot e}{V} \Rightarrow \frac{n_{el}}{V} = \frac{\rho}{e} = \frac{10.62 \times 10^{-12}}{1.6 \times 10^{-19}}$$

$$= 6.64 \times 10^{7} \ \text{elett.}/m^3$$

Per trovare il raggio R_f del fascio, applichiamo sempre il teorema di Gauss a distanza $r_3 = 20$ cm.

$$E_0(r_3)\, 2\cancel{\pi} r_3 \cancel{\ell} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0} = \frac{1}{\varepsilon_0} \rho\, \cancel{\pi} R_f^2 \cancel{\ell}$$

$$\Rightarrow \quad R_f = \sqrt{\frac{2 \varepsilon_0 E_0(r_3)\, r_3}{\rho}} =$$

$$= \sqrt{\frac{2 \times 8.85 \times 10^{-12} \times 10^{-2} \times 2 \times 10^{-1}}{1.06 \times 10^{-11}}}$$

$$= 5.77 \times 10^{-2} \ m = 5.77 \ cm.$$