Esame 7/9/2010 - es. 3

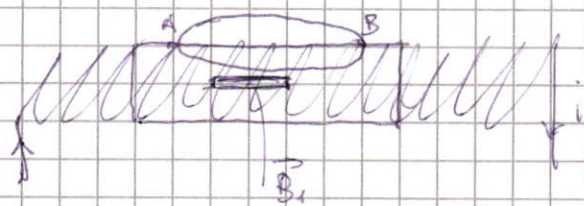
Un cilindro di materiale ferromagnetico è inserito in un solenoide della stessa sezione. Il solenoide è percorso dalla corrente i ed ha densità di spire $n = 10$ spire/cm. Il cilindro è magnetizzato uniformemente e il campo $\vec{B}$ misurato in una piccola cavità cilindrica coassiale al ferromagnete è $B_1 = 2.51 \cdot 10^{-3}$ T. La circuitazione di $\vec{B}$ lungo la linea in figura è $3.00 \cdot 10^{-3}$ Tm, con $d = 20.0$ cm la distanza tra A e B.

Trascurando il flusso disperso, calcolare:

1) la corrente i nell'avvolgimento;

2) la magnetizzazione del materiale;

3) la suscettività χ del materiale.



1) Poiché ignoriamo flusso disperso, le linee di forza di $\vec{H}$ sono parallele all'asse del cilindro. Il modulo si ricava dalla misura nella piccola cavità, sfruttando le condizioni di raccordo.

$$H = \frac{B}{\mu_0}$$

Inoltre dal T. di A. si ha (rettangolo con un lato nel solenoide)

$$H \cdot d = Ni \Rightarrow H = ni$$

$$\Rightarrow \frac{B}{\mu_0} = ni \Rightarrow i = \frac{B}{\mu_0 n}$$

2)

$$\oint B = \mu_0 \oint (M+H) = \mu_0 (M+H) d = \mu_0 (M + ni) d$$

$$M = \frac{\oint B}{\mu_0 d} - ni = 9.94 \cdot 10^3 \ A/m$$

3) Dalla definizione:

$$\chi = \frac{M}{H} = 4.97$$

CIRCUITI MAGNETICI:

Ipotesi: $\mu_r >> 1 \Rightarrow$ poco flusso disperso

$\Rightarrow$ $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ implica ~~[illegible]~~ Φ_{m} = cost attraverso ogni sezione

In gen:

$$Ni = \oint \vec{H} \, d\vec{l} = (\text{se vale } H = B/\mu) = \oint \frac{\vec{B} \cdot d\vec{l}}{\mu} = \Phi \oint \frac{dl}{\mu S}$$

~~[illegible]~~

$$\underset{F}{\overset{\shortparallel}{Ni}} = R\Phi \quad \text{(legge di Hopkinson)}$$

analogia con circuiti elettrici:

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \\ \vec{B} = \mu \vec{H} \\ F = \oint \vec{H} \cdot d\vec{l} \end{cases} \longleftrightarrow \begin{cases} \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0 \\ \vec{J} = \sigma \vec{E} \\ f = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} \end{cases}$$

$$R = \oint \frac{dl}{\mu S} = (\text{per } l >> \sqrt{S}) = \frac{l}{\mu S}$$

vale anche per circuiti con l, μ e S costanti a tratti:

$$R_i = \frac{l_i}{\mu S_i}$$

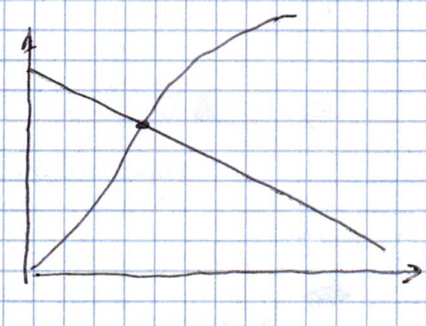
Serie e parallelo come nel caso elettrico.

Con traferri di dimensioni $d << l$, il formalismo vale nello stesso modo.

elettromagneti:

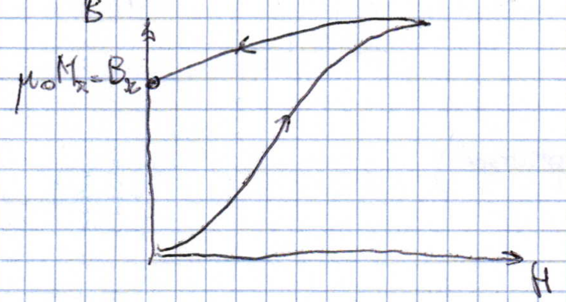
$\frac{B_0}{\mu_0}$ perché $B = B_0$

$$Ni = Hl + H_0 d = Hl + \frac{B}{\mu_0} d$$



$$\Rightarrow \quad B = \frac{\mu_0 N i}{d} - \frac{H l \mu_0}{d}$$

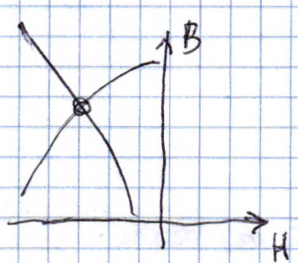
magneti permanenti: ..



$$\underset{Ni}{0} = Hl + H_0 d = Hl + \frac{B}{\mu_0} d$$

$$\Rightarrow H = -\frac{Bd}{\mu_0 l}$$

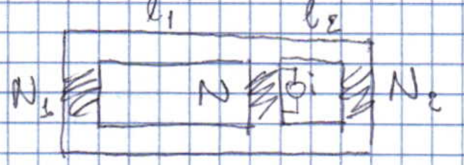
$\Rightarrow$ H e B sono opposti nel nucleo
(prevedibile che H cambi verso da fuori a dentro perché $\oint H = 0$)



NV 7.10

Nel circuito magnetico indicato in figura si vuole che il flusso totale attraverso l'avvolgim. N_1 valga $\Phi_1 = 10^{-4}$ Wb mentre quello attraverso N_2 valga $\Phi_2 = 3 \cdot 10^{-4}$ Wb. Inoltre il coefficiente di autoinduzione deve valere $L = 10^{-3}$ H. Calcolare i valori di N e della corrente i necessari allo scopo.

$l = 194$ mm, $l_1 = 300$ mm, $l_2 = 200$ mm, $\Sigma = 1\ cm^2$, $\mu_r = 250$, $N_1 = N_2 = 50$



$$R_{eq} = \frac{1}{\mu_0 \mu_r \Sigma}\left(l + \frac{l_1 l_2}{l_1 + l_2}\right)$$ (generatore in serie al parallelo degli altri 2 rami)

$= 10^7\ H^{-1}$

Inoltre, scelto uno dei "nodi", vale

$$\underbrace{\Phi = \Phi_1' + \Phi_2'}_{\text{flussi attraverso i rami 1 e 2}} = \frac{\Phi_1}{N_1} + \frac{\Phi_2}{N_2} = 10^{-5}\ Wb$$

flussi (richiesti) attraverso gli avvolgimenti di N_1 e N_2 spire

Dalla legge di Hopkinson:

$Ni = R_{eq} \cdot \Phi = 100$ A spire

D'altronde, $L = \frac{N\Phi}{i}$ — flusso tot autoconcatenato

$$= \frac{N^2 \cancel{i}}{\cancel{i} R_{eq}} \Rightarrow N = \sqrt{L R_{eq}} = 100$$

Perciò $i = 1$ A

In alternativa, si può usare il T. di A:

La somma dei flussi in ① e ② deve essere il flusso nell'altro ramo, per cui B non è uniforme. Se la sezione è la stessa, concludiamo

$$B = B_1 + B_2 \implies H = H_1 + H_2 \quad \text{(perché il materiale è lo stesso)}$$

Scegliendo i circuiti chiusi opportuni, si ha

$$Hl + H_1 l_1 = Ni = Hl + H_2 l_2$$

che combinate con $H = H_1 + H_2$ danno

$$H_{1(2)} = \frac{Ni\, l_{2(1)}}{l(l_1+l_2)+l_1 l_2}$$

Ma $H_i = \frac{B_i}{\mu_0\mu_r} = \frac{\phi_i}{\mu_0\mu_r N_i \Sigma}$

Sommando $H_1 + H_2$ con le due scritture, si trova proprio

$$Ni = \frac{1}{\mu_0\mu_r\Sigma}\left(l + \frac{l_1 l_2}{l_1+l_2}\right)\left(\frac{\phi_1}{N_1} + \frac{\phi_2}{N_2}\right)$$

e si procede come prima aggiungendo la relazione $N\phi = Li$