18/09/2014, es. 3

La strumentazione di bordo di un satellite artificiale assorbe 100W di potenza elettrica ed è completamente fornita da pannelli solari investiti dalla luce solare.
Quando il satellite dista dal sole $d = 2.2 \cdot 10^{11}$ m, si determini:

a) il modulo del campo elettrico e magnetico dovuto alla radiazione solare in prossimità dei pannelli

b) la superficie minima dei pannelli quando questi sono ortogonali alla direzione satellite-sole e hanno efficienza 15%

c) la forza che la radiazione solare esercita sui pannelli, supposti totalmente assorbenti e con una superficie pari al doppio di quella minima.

Sapendo che la massa del satellite è $m = 100$ Kg,

d) si confronti la forza dovuta alla radiazione con quella gravitazionale esercitata dal sole sul satellite.

($I_{sole}(d = 1.5 \cdot 10^{11} m) = 1.4$ kW/m^2, $M_S = 1.9 \cdot 10^{30}$ Kg, $G = 6.67 \cdot 10^{-11}$ Nm^2/Kg^2)

a)
$$I d^2 = I_{TS} d_{TS}^2 \Rightarrow I = 650 \ W/m^2$$

$$I = \frac{1}{2} c \varepsilon_0 E_0^2 \Rightarrow E_0 = \left(\frac{2I}{c\varepsilon_0}\right)^{1/2} = 700 \ V/m$$

$$B_0 = E_0/c = 2.3 \cdot 10^{-6} \ T$$

b)
$$\underset{100W}{P_{ass}} = I \cdot S_{min} \cdot 0.15 \Rightarrow S_{min} = 1.02 \ m^2$$

c) La press. di radiazione è:

$$P_{rad} = \frac{I}{c} \Rightarrow F = \frac{I}{c} \cdot 2 S_{min} = 4.4 \cdot 10^{-6} \ N$$

$$F_{grav} = G \frac{m_{sat} M_S}{d^2} = 0.26 \ N$$

Compito di Fisica 2 Uni. Pisa, 18/01/2013, es. 1

Una spira circolare di raggio a, resistenza R e autoinduzione trascurabile è posta in un campo magnetico uniforme e oscillante $\vec{B} = \vec{B}_0 \cos\omega t$ che forma un angolo θ col piano della spira.

a) Calcolare la forza elettromotrice indotta e la potenza dissipata nella spira, mediata sul periodo di oscillazione.

Si consideri ora un'onda elettromagnetica piana, avente lunghezza d'onda $\lambda \gg a$, linearmente polarizzata e avente ampiezza del campo elettrico E_0, incidente su un'antenna ricevente circolare schematizzabile come la spira sopra descritta.

b) Calcolare la f.e.m. indotta nell'antenna in funzione dell'angolo di incidenza dell'onda rispetto al piano della spira e nei due casi in cui la polarizzazione è parallela o ortogonale al piano della spira.

c) Calcolare, nel caso di polarizzazione parallela alla spira, la potenza media P_{irr} diffusa dall'antenna e mostrare che si può scrivere, a meno di coefficienti numerici adimensionali,

$$\frac{P_{irr}}{P_{dis}} \propto \left(\frac{a}{\lambda}\right)^k \left(\frac{Z_0}{R}\right)^l \quad , \quad \frac{P_{irr}}{I} \propto \pi a^2 \left(\frac{a}{\lambda}\right)^m \left(\frac{Z_0}{R}\right)^n$$

dove P_{dis} è la potenza dissipata, I è l'intensità dell'onda incidente, $Z_0 = 376.73\,\Omega = (\varepsilon_0 c)^{-1}$ e k, l, m, n sono coefficienti interi da determinare.

(Suggerimento: $P = \frac{4k_2}{3c^5} \ddot{m}^2(t)$, $k_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$)

a)

$$\phi(\vec{B}) = B_0 \cos\omega t \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \cdot \pi a^2$$

$$f_i = -\frac{d\phi}{dt} = \omega \pi a^2 \sin\theta \, B_0 \sin\omega t$$

$$P_{dis} = \frac{f_i^2}{R} = \frac{\omega^2 \pi^2 a^4 \sin^2\theta \, B_0^2 \sin^2\omega t}{R}$$

$$\langle P_{dis} \rangle = \frac{(\omega \pi a^2 \sin\theta \, B_0)^2}{2R}$$

b) $\vec{E}$ e $\vec{B}$ formano una terna ortogonale con $\vec{k}$. Quindi se l'onda ha polarizzaz. ortogonale al piano della spira il campo $\vec{E}$ giace sempre in un piano ortogonale alla spira, e $\vec{B}$ è sempre parallelo al piano della spira, per cui $\phi(\vec{B}) = 0 \ \forall \theta$.

Se invece la polarizzaz. è parallela, $\phi(\vec{B})$ è quello della ~~ ~~ risposta a), in cui $B_0 = E_0/c$

c) $$m(t) = \pi a^2 \frac{f_i}{R}$$

$$\ddot{m}(t) = -\omega^2 m(t)$$

$$\Rightarrow \langle P_{irr} \rangle = \frac{2k_0}{3c^5}\,\omega^4 \langle m^2(t) \rangle =$$

$$= \frac{2k_0}{3c^5}\,\omega^4 (\pi a^2)^2 \,\frac{\langle f_i^2 \rangle}{R^2} =$$

$$= \frac{2k_0}{3c^5 R}\,\omega^4 (\pi a^2)^2 \langle P_{dis} \rangle$$

$$\frac{\langle P_{irr} \rangle}{\langle P_{dis} \rangle} = \frac{2\pi\omega^4 a^4}{12\, \underbrace{\varepsilon_0 c^5}_{\frac{1}{\varepsilon_0 c} = Z_0} R} \propto \left(\frac{a}{\lambda}\right)^4 \left(\frac{Z_0}{R}\right) \qquad (\Leftrightarrow k = 4,\ l = 1)$$

$$\langle I \rangle = \langle \frac{1}{\mu_0} E B \rangle = \frac{1}{c\mu_0} \langle E^2 \rangle = c\varepsilon_0 \frac{E_0^2}{2} = c^3 \varepsilon_0 \frac{B_0^2}{2}$$

$$\langle P_{irr} \rangle = \cancel{2}\,\frac{k_0 (\pi a^2)^2 \omega^4}{3c^5 R^2} \cdot \frac{1}{\cancel{2}} (\omega \pi a^2 \sin\theta\, B_0)^2 \propto a^2 \left(\frac{a}{\lambda}\right)^6 \left(\frac{Z_0}{R}\right)^2 I$$

Compito 07/09/2011, es. 3

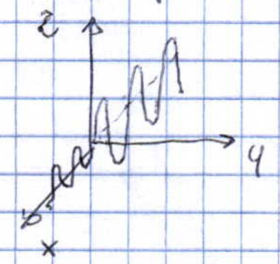
Un'onda e.m. piana, polarizzata linearmente lungo l'asse z, si propaga nel verso positivo dell'asse x di un sistema di coordinate Oxyz. L'onda è monocromatica di lunghezza d'onda $\lambda = 1\,m$ e intensità media $I = 1\,mW/m^2$.
Lungo tutto il piano $x=0$ si trova depositato uno strato di materiale dielettrico di spessore trascurabile.
Quando questo materiale è attraversato dall'onda, assorbe il 50% dell'intensità incidente, senza che avvenga alcuna riflessione e senza alterare la fase, la lunghezza d'onda e lo stato di polarizzazione dell'onda incidente.

Si calcoli:

1) l'ampiezza, la pulsazione e il vettore d'onda dell'onda entrante e uscente dallo strato assorbente;

2) si esprima analiticamente l'energia e.m. totale contenuta in un parallelepipedo di base quadrata di lato λ che si estende da $x=-\lambda$ a $x=+\lambda$ e se ne calcoli il valore medio su un periodo di oscillazione;

3) si esprima analiticamente il flusso di energia uscente dal parallelepipedo e se ne calcoli il valor medio su un periodo. Si specifichi il segno di questo flusso.



1) $I_0 = \frac{1}{2}\frac{E_0^2}{Z_0} \Rightarrow E_0 = (2Z_0 I)^{1/2} = 0.88\ V/m$

$I_{trasm} = 0.5\, I_0 \Rightarrow E_{trasm} = \frac{1}{\sqrt{2}} E_0 = 0.62\ V/m$

La pulsazione e il numero d'onda sono

$$\omega = \frac{2\pi c}{\lambda} = 1.9 \cdot 10^9\ rad/s \qquad k = \frac{2\pi}{\lambda} = 6.28\ m^{-1}$$

e restano invariate.

2) La densità di energia è

$$\frac{1}{2}\vec{E}\cdot\vec{D} + \frac{1}{2}\vec{B}\cdot\vec{H} = (\text{per onde piane nel vuoto}) =$$

$$= \varepsilon_0 E^2 = \varepsilon_0 E_{0\,(trasm)}^2 \cos^2(kx-\omega t) \quad (\text{indipendente da } y \text{ e } z)$$

$$\Rightarrow \quad U_{tot} = \int_{-\lambda}^{0} \lambda^2 \varepsilon_0 E_0^2 \cos^2(kx-\omega t)\,dx + \int_0^{\lambda} \lambda^2 \varepsilon_0 E_{trasm}^2 \cos^2(kx-\omega t)$$

$$\lambda^2 E_0^2 \underbrace{\int_{-2\pi-\omega t}^{-\omega t} \cos^2\alpha \, d\alpha}_{\pi} \frac{\lambda}{2\pi} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E_0^2 \lambda^3 \qquad \frac{1}{2}\varepsilon_0 E_{trasm}^2 \lambda^3$$

è indipendente dal tempo (perchè? :)) e vale $0.5 \cdot 10^{-11}$ J

3) C'è flusso solo attraverso le basi.

Il vettore di Poynting è

$$S_0 = \frac{1}{\mu_0} \vec{E}_0 \times \vec{B}_0 = \frac{E_0^2 \cos^2(kx-\omega t)}{\underbrace{\mu_0 c}_{Z_0}}\Bigg|_{x=-\lambda} = \frac{E_0^2}{Z_0}\cos^2 \omega t$$

$$S_{trasm} = \frac{E_{trasm}^2 \cos^2(kx-\omega t)}{Z_0}\Bigg|_{x=+\lambda} = \frac{E_t^2}{Z_0}\cos^2 \omega t$$

Tenendo conto delle opposte orientazioni della normale uscente:

$$\phi_{tot}(S) = \frac{\lambda^2}{Z_0}\left(E_t^2 - E_0^2\right)\cos^2\omega t = -\frac{1}{2}\frac{\lambda^2}{Z_0}E_0^2 \cos^2\omega t =$$

$$= -I_0 \lambda^2 \cos^2 \omega t$$

$$\langle \phi_{tot} \rangle = -\frac{I_0}{2}\lambda^2 = -0.5 \text{ mW}$$

III esonero 13/06/2008

Un elettromagnete è costituito da una sbarra di materiale ferromagnetico di sezione $\Sigma_1 = 70\ cm^2$, lunghezza media $l_1 = 1\ m$ e permeabilità costante $\mu_{r1} = 10^2$, e da due ancore in materiale ad alta permeabilità di uguale lunghezza media $l_2 = 1.5\ m$ e sezione $\Sigma_2 = 30\ cm^2$, con $\mu_{r2} = 10^5$.

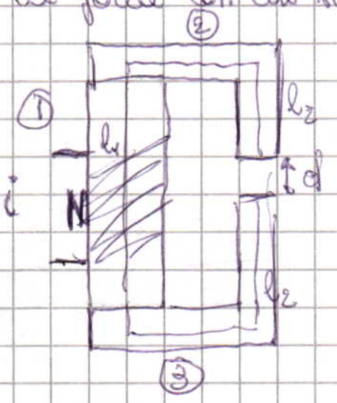
Le due ancore delimitano un traferro in aria di spessore piccolo rispetto alle dimensioni lineari del circuito magnetico e l'elettromagnete è alimentato tramite $N = 250$ spire percorse da una corrente continua $i = 10\,A$ mantenuta costante da un generatore esterno.

Determinare:

1) il valore della riluttanza totale del sistema quando lo spessore del traferro in aria è $d = 3\ cm$

2) l'espressione dei campi $\vec{H}$ e $\vec{B}$ nella sbarra e nel traferro, calcolando esplicitamente B nel traferro.

3) la forza con cui si attraggono le due ancore quando $d = 3\ cm$



1) Elementi in serie:

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + R_0 =$$

$$= \frac{l_1}{\mu_0 \mu_{r1} \Sigma_1} + \underbrace{\frac{2 l_2}{\mu_0 \mu_{r2} \Sigma_2}}_{\text{trascurabile}} + \frac{d}{\mu_0 \Sigma_2} \simeq \frac{l_1 \Sigma_2 + \mu_{r1} \Sigma_1 d}{\mu_0 \mu_{r1} \Sigma_1 \Sigma_2} = 9.1 \cdot 10^{6}\ \frac{As}{Wb}$$

2)

$$\phi = \frac{F}{R} = \frac{Ni}{R}$$

$$B_1 = \frac{\phi}{\Sigma_1} = \frac{Ni}{R\Sigma_1} \simeq \frac{N i \mu_0 \mu_{r1} \Sigma_2}{l_1 \Sigma_2 + \mu_{r1} \Sigma_1 d} = 3.9 \cdot 10^{-2}\,T$$

$$B_0 = \frac{\phi}{\Sigma_2} = \frac{N i \mu_0 \mu_{r1} \Sigma_1}{l_1 \Sigma_2 + \mu_{r1} \Sigma_1 d} = 9.2 \cdot 10^{-2}\,T$$

$$H = \frac{B}{\mu} \Longrightarrow \quad H_1 = \frac{B_1}{\mu_0 \mu_{r1}} \simeq 3.1 \cdot 10^2 \frac{A}{m}$$

$$H_0 = \frac{B_0}{\mu_0} \simeq 7.3 \cdot 10^5 \frac{A}{m}$$

3) corrente costante:

$$F = + \frac{\partial U_m}{\partial x} \qquad u_m = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu} = \frac{1}{2} BH = \frac{1}{2}\mu H^2$$

$$U_m(x) = \int u_m \, d\tau = \frac{1}{2\mu_0}\left(\frac{B_1^2}{\mu_{r1}} l_1 \Sigma_1 + 2\frac{B_2^2}{\mu_{r2}} l_2 \Sigma_2 + B_0^2 \, x \, \Sigma_2 \right) =$$

$$= \frac{\Phi^2}{2\mu_0}\left(\frac{l_1}{\mu_{r1}\Sigma_1} + 2\frac{l_2}{\mu_{r2}\Sigma_2} + \frac{x}{\Sigma_2} \right) =$$

$$= \frac{\Phi^2}{2} R = \frac{(Ni)^2}{2R}$$

da cui

$$F = \frac{\partial U_m}{\partial x} = \frac{1}{2}(Ni)^2 \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{R}\right) = - \frac{(Ni)^2}{2R^2} \underbrace{\frac{\partial R(x)}{\partial x}}_{\frac{1}{\mu_0 \Sigma_2}} = - \frac{(Ni)^2}{2R^2} \frac{1}{\mu_0 \Sigma_2} \cdot \frac{\Sigma_2}{\Sigma_2} =$$

$$= - \frac{1}{2} \frac{B_0(x)^2}{\mu_0} \Sigma_2$$

per $x = d$, $F = -10\,N$ (attrattiva)

Compito 07/09/2010, es. 4

Un elettromagnete è costituito da una struttura di materiale ferromagnetico di lunghezza $L = 2m$, molto maggiore del raggio $R = 7.0\,cm$ della sua sezione circolare, e da un traferro di spessore $d = 1\,cm$ ortogonale alle linee di forza del campo.
La forza magnetomotrice è prodotta da $N = 100$ spire avvolte sul circuito magnetico. Si assuma costante e pari a $\mu_r = 500$ la perm. magnetica relativa del materiale.

Nelle spire circola una corrente alternata sinusoidale di valore massimo $I_M = 10\,A$ e frequenza $\nu = 50\,Hz$.
Nel traferro è posto un disco di rame di spessore $s = 3.0\,mm$ e raggio $R_d = 10\,cm$, coassiale con il traferro. La resistività elettrica del rame è $\rho = 1.7 \cdot 10^{-8}\,\Omega m$ e la permeabilità magnetica relativa è assunta unitaria.

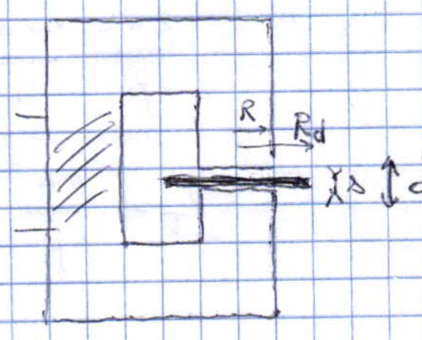
Trascurando gli effetti di bordo, si calcoli:

a) l'andamento del campo magnetico nel traferro in funzione del tempo, specificando il suo valore massimo;

b) l'andamento del campo elettrico indotto nel rame, in funzione del tempo e della distanza r dall'asse, negli intervalli $0 < r < R$ e $R < r < R_d$, sfruttando adeguatamente la simmetria assiale del problema;

c) gli andamenti in funzione del tempo e di r della densità di corrente J e della potenza per unità di volume dissipata nel rame;

d) il valor medio della potenza totale dissipata per eff. Joule in un periodo nell'intero disco di rame.



a) in approx di circuito magnetico, dal T. di A. applicato al cammino medio $(L + d)$:

$$N I(t) = \underbrace{\frac{B(t)}{\mu_0 \mu_r}}_{H} L + \underbrace{\frac{B(t)}{\mu_0}}_{H_0} d$$

$$\Rightarrow B(t) = \mu_0 N I(t) \frac{\mu_r}{\mu_r d + L} \qquad \text{con } I(t) = I_M \cos(2\pi\nu t)$$

$$B_M = \frac{\mu_0 \mu_r N I_M}{\mu_r d + L} = 9.0 \cdot 10^{-2}\,T \qquad (H_{M,0} = 7.1 \cdot 10^4 \text{ Aspire/m})$$

b) Da simmetria, le linee di forza di $\vec{E}$ sono circolari.

Scegliendo un cammino circolare di raggio r:

$$\oint \vec{E}(r)\cdot d\vec{l} = 2\pi r\, E(r)$$

$$\parallel$$

$$\Phi(\vec{\nabla}\times\vec{E}) = \Phi\left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right) = \pi r^2 \cdot (-\omega B_M \cos\omega t) \quad (r<R)$$

$$\pi R^2 \cdot (-\omega B_M \cos\omega t) \quad (r>R)$$

$$\Rightarrow E(r) = \begin{cases} -\dfrac{\omega r B_M}{2}\cos\omega t & (r<R) \\ -\dfrac{\omega R^2}{2r} B_M \cos\omega t & (r>R) \end{cases}$$

c) $\vec{J} = \dfrac{1}{\rho}\vec{E}$, $W = \vec{J}\cdot\vec{E} = \dfrac{E^2(t)}{\rho}$

d) $$P(t) = \int_0^{R_d} W(r)\cdot 2\pi r\, dr \cdot s =$$

$$= \int_0^R \frac{1}{\rho}\frac{\omega^2 r^2 B_M^2}{4}\cos^2\omega t \cdot 2\pi r\, dr \cdot s + \int_R^{R_d} \frac{\omega^2 R^4 B_M^2}{4 r^2 \rho}\cos^2\omega t \cdot 2\pi r\, dr \cdot s$$

$$= \frac{2\pi s}{\rho}\frac{\omega^2 B_M^2}{4}\cos^2\omega t\left(\frac{R^4}{4} + \cancel{4} R^4 \ln\frac{R_d}{R}\right)$$

$$\langle P\rangle_T = \frac{\pi s}{4\rho}\omega^2 B_M^2 \Big(\qquad\Big) = 4.6\ kW$$