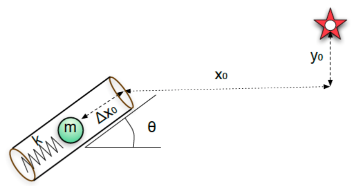
Primo Esonero Fisica. Canale 1. COMPITO A

Nome: **Cognome:** **Matricola**

Esercizio 1 Compito A

Un punto materiale di massa m viene sparato da un piccolo cannone a molla di costante elastica k, inclinato di un angolo θ rispetto all'orizzontale. La situazione è schematizzata in figura e la compressione iniziale della molla è Δx_0. Determinare:



a) la velocità con cui il punto materiale esce dal canoncino $V_{u1} =$ __________

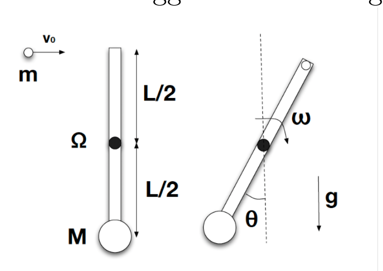
Se un bersaglio (vedi figura) si trova nel punto di coordinate x_0, y_0 (sistema di riferimento con origine nel punto in cui il punto materiale esce dal cannoncino), determinare:

b) la velocità con cui il punto materiale dovrebbe uscire dal cannoncino per colpire il bersaglio $V_{u2} =$ __________

Dati: $m = 100$ g; $k = 10^3$ N/m; $\theta = 30^o$; $\Delta x_0 = 10$ cm; $x_0 = 50$ cm; $y_0 = 20$ cm

Esercizio 2 Compito A

Un punto materiale di massa m si muove con velocità v_0 in direzione orizzontale. Ad un dato istante esso compie un urto completamente anelastico con un sistema, inizialmente in quiete, composto da un' asta rigida di massa nulla e da un punto materiale di massa M, posto ad un suo estremo, come illustrato in figura (parte sinistra giradndo il disegno). L'asta, di lunghezza L, è incernierata nel suo punto di mezzo, e può ruotare attorno ad un asse perperdicolare al piano del foglio e passante per Ω. Il punto materiale di massa m urta l' asta nella sua estremità superiore, a distanza $L/2$ da Ω. Il sistema è soggetto alla forza gravitazionale. Si considerino nulli tutti gli attriti. Determinare:



a) la velocità angolare del sistema subito dopo l' urto $\omega_f =$ __________

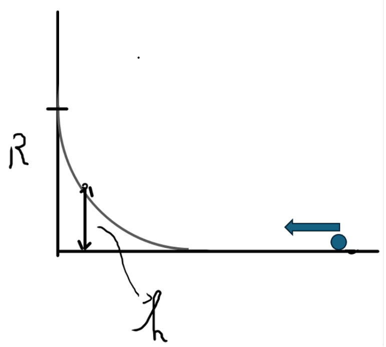
Il sistema dopo l' urto , e come rappresentato nella figura (parte destra), ruota con angolo θ, variabile nel tempo, rispetto alla verticale, dunque rispetto alla posizione iniziale dell' asta. Si determini:

b) il valore massimo di questo angolo $\theta_{max} =$ __________

Dati: $m = 100$ g; $M = 500$ g; $L = 2.2$ m; $v_0 = 10$ m/s.

Esercizio 3 Compito A

Un cuneo di massa M, la cui sezione è delimitata da un quarto di cerchio di raggio R, si trova libero di muoversi su di un piano orizzontale, sul quale viene inizialmente posto in quiete. Un corpo puntiforme di massa m viene lanciato verso il cuneo lungo il piano orizzontale. La situazione è descritta in figura. Si supponga trascurabile ogni forma di attrito. Determinare:



a) il minimo valore che deve avere la velocità iniziale del corpo m in modo che possa percorrere la superficie curva del cuneo giungendo fino alla quota $h = R/2$. $V_{min} =$ __________

Il corpo m poi ridiscende sul piano orizzontale e si allontana dal cuneo. Determinare:

b) la velocità con cui la massa m si muove, mentre si allontana rispetto ad un riferimento solidale col suolo $V_{mf} =$ __________

Dati: $m = 600$ g; $M = 2$ kg; $R = 0.8$ m;

Esercizio 4 Compito A

Una fontana ha il getto di acqua rivolto sulla verticale, verso l' alto. L' acqua esce, alla base della fontana, da un tubo di diametro d_1 alla velocità v_1. Determinare:

a) il diametro del getto di acqua alla altezza di 2 m. $d_2 =$ __________

b) la massima quota alla quale arriva il getto di acqua $h_{max} =$ __________

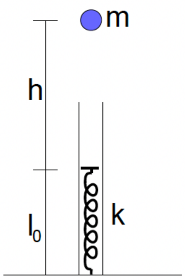
Dati: $d_1 = 2$ cm; $v_1 = 8$ m/s;

Primo Esonero Fisica. Canale 1. COMPITO B

Nome: **Cognome:** **Matricola**

Esercizio 1 Compito B

Un punto materiale di massa m viene lasciato cadere da fermo da una certa quota, in caduta libera e senza attriti. Dopo aver percorso un tratto h urta contro una molla ideale di lunghezza a riposo l_0 e costante elastica k. La situazione è schematizzata in figura. Nell' urto non vi è dissipazione di energia e la massa interagisce con la molla per un certo tempo, durante il quale si chiede di determinare:



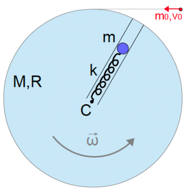
a) il valore della massima compressione della molla $D =$ __________

b) la massima accelerazione, in valore assoluto, del punto materiale indicandone anche direzione e verso $\vec{a}_{max} =$ __________

Dati: $m = 100$ g; $k = 10^2$ N/m; $h = 42$ cm.

Esercizio 2 Compito B

Un disco omogeneo di massa M e raggio R disposto su un piano orizzontale è vincolato a ruotare senza attriti attorno ad un asse verticale passante per il suo centro C. Si veda la figura. Al centro del disco è ancorata una molla ideale di lunghezza a riposo l_0 e costante elastica k e acui è attaccata all' altro estremo una massa m. Molla e massa sono vincolate a muoversi senza attriti lungo una guida radiale solidale col disco. Il sistema all' inizio ruota con velocità angolare pari ad ω. Si considerino nulli tutti gli attriti. Determinare:



a) la lunghezza della molla mentre questa ruota con la velocità angolare ω; $l =$ __________

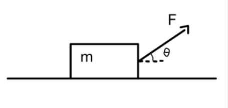
Successivamente un proiettile di massa m_0 e velocità v_0 con direzione tangente al disco, si conficca sul bordo del disco in modo completamente anelastico, come mostrato in figura. Si determini, sapendo che il momento di inerzia di un disco di raggio R e massa M rispetto al suo centro C vale $I_C = 1/2MR^2$ e che al momento dell' urto la lunghezza della molla corrisponde a quanto trovato prima, ossia vale l,

b) la velocità angolare del sistema disco e proiettile immediatamente dopo l' urto; $\omega_f =$ __________

Dati: $m = 100$ g; $M = 5.3$ kg; $R = 0.4$ m; $k = 14$ N/m; $l_0 = 0.1$ m; $\omega = 7.2$ rad/s; $m_0 = 0.03$ kg; $v_0 = 87$ m/s.

Esercizio 3 Compito B

Un corpo puntiforme di massa m viene trascinato lungo un piano orizzontale scabro da una forza F inclinata di angolo θ rispetto all' orizzontale. La situazione è indicata in figura. Determinare:



a) il modulo della forza affinchè il corpo si muova di moto rettilineo uniforme; $F =$ ________

b) il valore dell' angolo θ tale che la forza necessaria per avere moto rettilineo uniforme sia minima $\theta_{min} =$ ________

Dati: $m = 1.2$ kg; $\theta = 40^o$; $\mu_D = 0.4$.

Per la risposta alla domanda b), dopo aver determinato il possibile valore di θ, basta giustificare con un ragionamento che quel valore corrisponda al minimo o dire che conto andrebbe fatto per determinare se sia o meno un minimo.

Esercizio 4 Compito B

Ad una boa di volume V e massa m_b viene appesa una catena di volume trascurabile e massa m_c. Alla catena viene attaccato un corpo di volume trascurabile e massa incognita. Determinare:

a) il massimo valore della massa del corpo incognito, tale che la boa non affondi, restando appena immersa sotto il pelo dell' acqua; $m_x =$ ________

Se la massa del corpo appeso alla catena invece valesse m_Y, noto, determinare:

b) la la frazione di volume della boa che affiora; $\alpha = \frac{V_e}{V} =$ ________

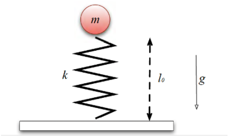
Dati: $V = 200$ litri; $m_b = 20$ kg; $m_c = 100$ kg; $m_Y = 40$ kg.

Primo Esonero Fisica. Canale 1. COMPITO C

Nome: **Cognome:** **Matricola**

Esercizio 1 Compito C

Un punto materiale di massa m viene attaccato ad una molla di costante elastica k e lunghezza a riposo l_0. Il sistema si trova al tempo iniziale t_0 fermo su un piano verticale, come indicato in figura, con la molla estesa di $h = l_0$ ed attaccata ad un piano che indicheremo con B. A quel punto il sistema viene lasciato libero di evolvere. Si chiede di determinare, riferendosi alla base della molla, ossia alla posizione del piano B, per definire lo zero dell' asse verticale del sistema di riferimento:



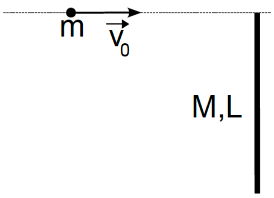
a) la minima quota raggiunta dalla massa m durante l' oscillazione della molla $h_{min} =$ __________

b) il valore della velocità che avrebbe dovuto avere la massa m al tempo t_0 per raggiungere la base della molla, ossia il piano B, con velocità nulla $V_0 =$ __________

Dati: $m = 500$ g; $k = 200$ N/m; $l_0 = 40$ cm.

Esercizio 2 Compito C

Un proiettile di massa m viene sparato con velocità v_0 perpendicolarmente ad un'asta rigida di massa M, lunghezza L e spessore trascurabile, inizialmente posta in quiete su di un piano orizzontale liscio. Si trascuri la forza di gravità. Il proiettile colpisce l'asta in una delle due estremità (come mostrato in figura) in modo completamente anelastico.
Si chiede di determinare, avendo notato che il centro di massa del sistema asta e proiettile ha coordinate, rispetto alla posizione originale dello stesso, $\vec{R}_{CM} = [0, \frac{mL/2}{m+M}, 0]$, ossia non si trova più nel punto di mezzo dell' asta, come era prima dell' urto col proiettile



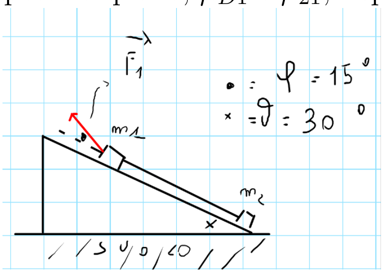
a) la velocità del centro di massa del sistema proiettile più asta dopo l'urto; $V_{CM} =$ __________

b) la velocità angolare del sistema proiettile più asta, dopo l' urto $\omega_f =$ __________

Dati: $m = 100$ g; $v_0 = 40$ m/s; $M = 400$ g; $L = 3.3$ m. Si ricorda che il momento di inerzia di un' asta sottile lunga L e di massa M rispetto al suo centro di massa vale $I_{CM} = (1/12)ML^2$.

Esercizio 3 Compito C

Due masse puntiformi, di massa pari a m_1 e m_2 sono collegati tramite una fune inestensibile e posti su un piano inclinato che forma un angolo θ rispetto all' orizzontale. La situazione è schematizzata in figura. Viene appplicata una forza $\vec{F}_1$ sul corpo m_1, al fine di tirare entrambi verso la cima del piano inclinato. La forza è inclinata di un angolo ϕ rispetto al piano stesso. I due blocchi hanno un diverso coefficente di attrito rispetto al piano, μ_{D1} e μ_{21}, rispettivamente per il primo ed il secondo corpo. Si



chiede di determinare:

a) l' accelerazione del sistema; $\vec{a}_S =$ __________
b) il modulo della tensione della fune $T =$ __________

Dati: $m_1 = 2.5$ kg; $m_2 = 1.5$ kg; $F_1 = 80$ N; $\theta = 30^o$; $\phi = 15^o$; $\mu_{D1} = 0.4$; $\mu_{D2} = 0.5$;

Esercizio 4 Compito C

Un pallone aereostatico ha forma sferica di raggio R noto. Sia M_P la massa (nota) del pallone sgonfio, comprese le corde e il cesto. Il pallone viene poi gonfiato con elio a densità ρ_{He}. La densità dell'aria circostante è ρ_{aria} ed entrambe vanno considerate costanti. Si ricorda che si definisce forza ascensionale la risultante delle forze appplicate al pallone e che ne determina la salita verso l' alto. Si chiede di determinare:

a) la forza ascensionale; $\vec{F}_A =$ __________
b) il tempo impiegato dal pallone per arrivare a 300 m di altezza dal suolo, considerando la pressione atmosferica costante e pari al valore a terra, lungo l'ascesa; $t^* =$ __________

Dati: $R = 4.32$ m; $M_P = 166$ kg; $\rho_{He} = 0.16$ kg/m^3; $\rho_{aria} = 1.25$ kg/m^3.

Soluzioni Compito

Soluzione Esercizio 1. Compito A

a) Dalla conservazione della energia meccanica si ha: $1/2k\Delta x_0^2 = 1/2mV_{u1}^2 + mgH$, con $H = \Delta x_0 sin\theta$. Da qui si ricava: $V_{u1} = \sqrt{\frac{k\Delta x_0^2 - 2\,m\,g\,H}{m}}$.
H= 0.0523 m. E si ricava: $V_{u1} = 9.948$ m/s. b) La condizione affinchè il bersaglio venga colpito è che: $x_0 = V_{Xu2}\,t^*$ e $y_0 = V_{Yu2}\,t^* - 1/2gt^{*2}$, con $V_{Xu2} = V_{Xu2}cos\theta$ e $V_{Yu2} = V_{Yu2}sin\theta$. Da qui, eliminando il tempo, si ricava:
$V_{u2} = \sqrt{\frac{gx_0^2}{2cos^2\theta\,(x_0\,tan\theta - y_0)}}$. Si ricava: $V_{u2} = 4.2940$ m/s.

Soluzione Esercizio 2. Compito A

Prendiamo come polo per calcolare i momenti Ω. Durante l' urto si conserva il momento angolare totale, in quanto il momento delle forze esterne, che durante l' urto è solamente la reazione vincolare del perno dove è incernierata l' asta, è nullo: $mv_0\frac{L}{2} = I_{TOT}\omega_f$, da cui si ha: $\omega_f = \frac{mv_0L/2}{I_{TOT}}$. I_{TOT} è il momento di inerzia, rispetto al suo centro, Ω di un' asta di massa nulla con due masse ai suoi estremi e dunque semplicemente $I_{TOT} = (m+M)\frac{L^2}{4}$=0.726 kg m^2. Si ricava pertanto $\omega_f = \frac{2mv_0}{(m+M)L}$= 1.515 rad/s.
b) Per calcolare il valore massimo dell' angolo nella oscillazione del sistema si può usare la conservazione dell' energia meccanica, essendo nulle le forse di attrito ed essendo la gravità una forza conservativa. L' angolo massimo corrisponde alla situazione in cui la velocità angolare si annulla. si avrà pertanto, riferendo lo zero dell' energia potenziale gravitazionale alla posizione dove inizialmente di trova la massa M:
$mgL + 1/2I_{TOT}\omega_f^2 = MgL/2(1 - cos\theta_{max}) + mgL/2(1 + cos\theta_{max})$. Da qui, dopo alcuni semplici passaggi, si ricava: $cos\theta_{max} = 1 - \frac{m^2v_0^2}{(M^2-m^2)gL}$=0.8069, da cui si ricava $\theta_{max} = 36.20$ deg, 0.63 rad.
La divergenza quando le 2 masse sono uguali si spiega in quanto in quel caso il polo Ω coincide col centro di massa del sistema e il sistema ruoterà a velocità angolare costante. vskip 0.4cm

Soluzione Esercizio 3. Compito A

Prendiamo l' asse x del sistema di riferimento paraellelo al piano orizzontale e concorde con la velocità $\vec{V}$ della massa m. Possiamo usare la conservazione dell' energia meccanica (non ci sono forze di attrito) e della quantità di moto sull' asse x (non ci sono forze esterne sull' asse x). Possiamo dunque scrivere:
a) Asse x: $P_i = P_f$. Da cui segue: $mv_i = mv_{fx} + MV_{fc}$ dove abbiamo indicato con v_i la velocità con cui si muove la massa m verso il cuneo (la nostra incognita) e con v_{fx} la componente x della sua velocità mentre sale sul cuneo e con V_{fc} la velocità con cui il cuneo si muove sul piano orizzontale.
Nel momento in cui la massa m raggiunge la quota massima, h=R/2, si ferma rispetto al cuneo e pertanto in questo istante si ha che $v_{fx} = V_{fc} = V_f$ $\frac{1}{2}mv_i^2 = \frac{1}{2}(m+M)V_f^2 + mgh$. In questa situazione la velocità v_i corrisponde al valore minimo di velocità tale che la massa raggiunga la quota h data, ed è pertanto la risposta alla domanda posta. Si ottiene:
$mv_i = (m+M)V_f$ e, sostituendo questo valore nella equazione della conservazione energia meccanica, si arriva, dopo alcuni passaggi, a $v_i = v_{min} = \sqrt{\frac{gR(m+M)}{M}}$= 3.194 m/s.
b) Quando la massa m ridiscende e si trova nuovamente sul piano orizzontale, possiamo applicare sia la conservazione della quantità di moto che dell' energia, che stavolta sarà solo cinetica, sempre di entrambi i corpi:
$mv_i = mV_{mf} + MV_{Mf}$ e $\frac{1}{2}mv_i^2 = \frac{1}{2}mV_{mf}^2 + \frac{1}{2}MV_{Mf}^2$. Da queste si ricava: $V_{mf} = v_i\frac{m-M}{m+M}$=- 1.72 m/s (negativa in quanto il corpo torna verso la direzione negativa dell' asse x). Non chiesto nel problema, ma si può anche calcolare la velocità del cuneo: $V_{Mf} = v_i\frac{2m}{m+M}$=+1.47 m/s vskip 0.4cm

Soluzione Esercizio 4. Compito A

a) Si applicano l' equazione di conservazione della portata e l' equazione di Bernoulli.
$(1/2)\rho v_1^2 + \rho gh_1 + p_1 =$
$(1/2)\rho v_2^2 + \rho gh_2 + p_2$, con $v_1 = 8$ m/s, $h_1 = 0$, $h_2 = 2$ m, ρ = densità dell' acqua, e $p_1 = p_2 = p_{atm}$.

Portata $= A_1 v_1 = A_2 v_2$. Dunque:
$(1/2)\rho v_1^2 = (1/2)\rho v_2^2 + \rho g h_2$, da cui si ricava $v_2 = \sqrt{v_1^2 - 2gh_2} = \sqrt{8^2 - 2 \cdot 9.8 \cdot 2} = 4.98$ m/s.
Serve inoltre l' equazione della portata, dove mettiamo $A_1 = \pi(d_1/2)^2$, $A_2 = \pi(d_2/2)^2$, con $d_1 = 2$ cm e d_2 da calcolare. Si ricava: $d_2 = d_1\sqrt{v_1/v_2}$=0.02 $\sqrt{8/4.98}$=0.025 m
2) Si usa Bernoulli, con le considerazioni fatte prima, tenendo presente che, alla quota massima, la velocità del getto diventa zero:
$(1/2)\rho v_1^2 = \rho g h_{max}$, da cui $h_{max} = (1/2g)v_1^2 = 3.27$ m.

Soluzione Esercizio 1. Compito B

La conservazione della energia meccanica ci consente di calcolare la massima compressione della molla, che indicheremo con D. Prendiamo sia lo zero del riferimento cartesiano (asse y orientato verso l' alto) che lo zero energia potenziale gravitazionale sulla base della molla:
$mg(h + l_0) = mg(l_0 - D) + \frac{1}{2}kD^2$. Da cui si ricava: $-mg(h + D) + 1/2kD^2 = 0$ e $D = \frac{mg}{k} \pm \sqrt{(\frac{mg}{k})^2 + \frac{2mgh}{k}}$.
a) Le due soluzioni corrispondono alla massima compressione e alla massima espansione. Notiamo che il sistema oscilla attorno al punto di coordinate: $y_{eq} = \frac{mg}{k} = 0.0098$ m $= 9.8$ mm La massima compressione corrisponde alla soluzione positiva, per come abbiamo scritto la conservazione energia meccanica dove D indica un valore positivo se la molla viene compressa, $D = \frac{mg}{k} + \sqrt{(\frac{mg}{k})^2 + \frac{2mgh}{k}}$.
Si ottiene: D=0.101 m. La massima espansione corrisponde invece al valore: $\frac{mg}{k} - \sqrt{(\frac{mg}{k})^2 + \frac{2mgh}{k}}$=-0.0815 m (non serve per rispondere alle domande poste).
b) L' accelerazione della massa m è data da: $m\vec{g} + k\vec{\Delta y} = m\vec{a}$ che sull' asse y scelto diventa: $-mg - k\Delta y = ma$. Il suo valore è massimo alla massima compressione, ossia quando $\Delta y = -D$. Si ottiene: $\vec{a_{max}} = -(g - \frac{k}{m}D)\,\hat{y}$, il cui valore in modulo $-9.8 + 101.11 = 91.31$ m/s^2.

Soluzione Esercizio 2. Compito B

a) all' equilibrio la forza di richiamo della molla deve fornire la forza centripeta necessaria a mantenere il moto circolare uniforme della massa m, dunque uguagliando le due forze abbiamo: $m\omega^2 l = k(l - l_0)$, da cui si ottine: $l = \frac{kl_0}{k - m\omega^2}$=0.16 m.
b) Durante l' urto si trascurano tutte le forze non impulsive e possiamo considerare la molla inizialmente all' equilibrio con la lunghezza l trovata. Si conserva il momento della quantità di moto rispetto al centro C del disco e avremo:
$m_0 v_0 R + I_{in}\omega = I_{fin}\omega_f$, da cui: $\omega_f = \frac{m_0 v_0 R + I_{in}\omega}{I_{fin}}$. Dove:
$I_{in} = I_C + ml^2$=0.43 kg m^2 e $I_{fin} = I_C + ml^2 + m_0 R^2$. Da qui si ricava: $\omega_f = 9.54$ rad/s.

Soluzione Esercizio 3. Compito B

Prendiamo il riferimento con asse x orizzontale e nel verso del moto del corpo e asse y verticale rivolto verso l' alto. Rispetto a questo riferimento scriviamo le equazioni del secondo principio della dinamica, tenendo presente che si ha moto rettilineo uniforme se l' accelerazione è pari a zero e dunque la risultante delle forze appplicate al corpo nulla.
a) Asse x: $Fcos(\theta) - Fattr = 0$
Dove $F_{attr} = \mu_D N$. Asse y: $N + Fsin(\theta) - mg = 0$.
Sostituendo, si ricava, dopo alcuni passaggi:
$F = \frac{\mu_D mg}{cos(\theta) + \mu_D sin(\theta)}$. Si ottiene: $F = 4.602$ N.
b) Per determinare il valore minimo della forza bisogna farne la derivata prima rispetto a θ e azzerarla. Facendo poi la derivata seconda si potrà determinare quale valore corrisponda al minimo (derivata seconda maggiore di zero). La derivata prima si determina essere:
$dF/d\theta = \frac{-\mu_D mg(-sin(\theta) + \mu_D cos(\theta))}{cos(\theta) + \mu_D sin(\theta)}$. Azzerando il numeratore si trova:
$\theta_{minmax} = atan(\mu_D)$. Le soluzioni sono θ_{minmax}=0.38 rad =21.8 deg ma anche θ_{minmax}=0.38+π rad. Ma chiaramenete questa seconda soluzione porta ad un angolo non sensato per il problema in esame. A questo punto si valuta la derivata seconda nel valore di θ_{minmax} trovato e si verifica che in effetti questa sia positiva, ossia il valore sia un minimo: $\frac{d^2F}{d\theta^2} = \frac{\mu_D mg}{cos(\theta_{minmax})(1 + \mu_D^2)}$, positiva in quanto il coseno a denominatore è positivo.

Soluzione Esercizio 4. Compito B

Questo è un problema di equilibrio, sotto l' azione della spinta di Archimede e della forza di gravità.
a) $V_{boa} = 200$ l= 200 dm^3=0.2 m^3.
$(m_b + m_c + m_x)g = V_{boa} g \rho_A$ da cui si ricava m_x= 80 kg.

b) Si possono scrivere le equazioni in 2 modi diversi, vediamo il primo, sol 1:
$(m_b + m_c + m_Y)g = \alpha V_{boa} g \rho_A$
qui α è la frazione di volume che è sotto l' acqua. $M_T = (m_b + m_c + m_Y) = 160$ kg, $\alpha = \frac{M_T}{V_{boa}\rho_A}$. Si trova $\alpha = 0.8$, dunque la frazione di volume che emerge è $1 - \alpha = 0.2$.
Il secondo modo, comunque del tutto equivalente, sol 2:
$(m_b + m_c + m_Y)g = (1 - \alpha)V_b g \rho_A$
qui α è la frazione di volume che emerge l' acqua. Si trova $\alpha = 0.2$, consistente con la definizione data di α.

Soluzione Esercizio 1. Compito C

a) Per determinare la minima distanza raggiunta dalla massa m rispetto al piano base della molla si può appplicare la conservazione dell' energia meccanica.Prendiamo lo zero dell' energia potenziale gravitazionale alla base della molla.
$mgl_0 = mgh_{min} + 1/2k(\Delta y)^2$, con $\Delta y = l_0 - h_{min}$. Da qui si ricava, risolvendo rispetto ad $h^* = l_0 - h_{min}$:
$mgh^* = \frac{1}{2}\, kh^{*2}$, $h^* = \frac{2mg}{k}$=0.0491 m e pertanto $h_{min} = l_0 - \frac{2mg}{k}$=0.351 m.
b) la velocità si calcola sempre con la conservazione dell' energia meccanica imponendo stavolta che la velocità iniziale non sia nulla e invece sia nulla quando $h_{min} = 0$:
$\frac{1}{2}mV_0^2 + mgl_0 = \frac{1}{2}kl_0^2$. Da qui si ricava: $V_0 = \sqrt{\frac{l_0 k}{m}\,(l_0 - h^*)}$=7.49 m/s.

Soluzione Esercizio 2. Compito C

a) La velocità del centro di massa del sistema proiettile più asta dopo l'urto può essere determinata a partire dalla conservazione della quantità di moto totale del sistema. La quantità di moto del sistema si conserva in quanto la risultante delle forze esterne applicate al sistema è nulla. Si ha dunque:
$mv_0 = (m + M)V_{CM}$, da cui: $V_{CM} = v_0\frac{m}{m+M}$=8.00 m/s.
b) la velocità angolare del sistema dopo l'urto può essere determinata a partire dalla conservazione del momento della quantità di moto totale del sistema. Il momento della quantità di moto del sistema si conserva anch'esso in quanto la risultante dei momenti delle forze esterne applicate al sistema è nulla. Come polo per calcolare i momenti prendiamo la posizione del centro di massa del sistema asta e proiettile che, per semplicità, era fra i dati del problema: $\vec{R}_{CM} = [0, \frac{mL/2}{m+M}, 0]$.
Si ha dunque: $mv_0\,(\frac{L}{2} - \frac{mL/2}{m+M}) = I_{CMf}\,\omega_f$, dove $I_{CMf} = I_{CM} + M\,(\frac{mL/2}{m+M})^2 + m(\frac{L}{2} - \frac{mL/2}{m+M})^2$= $\frac{ML^2}{12}\,\frac{M+4m}{m+M}$=0.5808 kg m^2. Mentre I_{CM}=0.3630 kg m^2. Per calcolare il momento di inerzia finale si è usato il teorema di Huyghens-Steiner per riferire lo stesso al nuovo centro di massa (i primi 2 termini) e poi si è sommato il contributo della massa m che si trova a distanza $\frac{L}{2} - \frac{mL/2}{m+M}$ dal centro di massa.
Svolgendo i conti si trova:
$\omega_f = v_0\frac{LmM}{2(m+M)I_{CMf}}$=$\frac{6v_0}{L}\,\frac{m}{M+4m}$=9.091 rad/s.
Alcuni valori numerici: $\frac{mL/2}{m+M}$=0.33 m; $I_{CMf} = 0.5808$ kg m^2; $\frac{L}{2} - \frac{mL/2}{m+M} = 1.32$ m.

Soluzione Esercizio 3. Compito C

Si applica il secondo principio della dinamica ad entrambi i corpi. Prendiamo un riferimento con asse y ortogonale al piano e rivolto verso l' alto e asse x parallelo al piano e rivolto verso la cima del piano inclinato, ossia nel verso del moto dei due corpi. Scriviamo le equazioni, proiettate sul riferimento scelto:
Per il corpo 1:
Asse x: $F_1cos\phi - m_1gsin\theta - F_{ATTR1} - T_1 = m_1a_1$, dove abbiamo indicato con F_{ATTR1}, T_1 rispettivamente la forza di attrito dinamico e la tensione del filo che entrambe agiscono in verso opposto al moto e dunque al verso scelto per il riferimento x.
Asse y: $F_1sin\phi + N_1 - m_1gcos\theta = 0$.
Sappiamo inoltre che: $F_{ATTR1} = \mu_{D1}N_1$. Dalla seconda equazione scritta determiniamo:
$N_1 = -m_1gcos\theta - F_1sin\phi$.
Per il corpo 2:
Asse x: $-m_2gsin\theta - F_{ATTR2} + T_2 = m_2a_2$, dove abbiamo indicato con F_{ATTR2}, T_2 rispettivamente la forza di attrito dinamico e la tensione del filo che stavolta agiscono in verso opposto fra loro.
Asse y: $N_2 - m_2gcos\theta = 0$.
Sappiamo inoltre che: $F_{ATTR2} = \mu_{D2}N_2$. Dalla seconda equazione scritta per il corpo 2 determiniamo:
$N_2 = -m_2gcos\theta$.
A questo punto notiamo che il vincolo fra i due corpi implica che: $a_1 = a_2 = a$ e $T_1 = T_2 = T$.
Sostituendo questa condizione nelle equazioni scritte dopo alcuni passaggi si ottine che:
$a = \frac{F_1(cos\phi+\mu_{D1}sin\phi)-g[(m_1+m_2)sin\theta+(m_1\mu_{D1}+m_2\mu_{D2})cos\theta]}{m_1+m_2}$=12.75 m/s^2. Da cui:

$\vec{a} = [12.75, 0]$ m/s^2.
Si ricava anche T, sostituendo ad esempio nella equazione $-m_2 g sin\theta - F_{ATTR2} + T_2 = m_2 a_2$, ottenendo:
$T = m_2[a + g(sin(\theta) + \mu_{D2} cos(\theta)]$= 32.88 N. Da cui:
$\vec{T} = [32.88, 0]$ N.

Soluzione Esercizio 4. Compito C

a) Il pallone subisce la forza peso P proporzionale alla massa del pallone $m_{pallone}$ e dell'elio in esso contenuto $m_{He} = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_{he} = 54$ kg, dunque $P = -(m_{pallone} + m_{He})g = -2160$ N. La massa di aria spostata dal pallone e' $m_{aria} = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_{aria} = 422$ kg e dunque la spinta di Archimede rivolta in direzione opposta $F_A = m_{aria} g = 4141$ N.. Dal secondo principio della dinamica, la risultante delle forze è $R = P + F_A$ dunque $R = [-(m_{pallone} + m_{He}) + m_{aria}]g = -2160 + 4141 = 1982.6$ N
b) il tempo per raggiungere un'altezza dal suolo $h = 300$ m si ottiene nota l'accelerazione del punto precedente $a = R/(m_{pallone} + m_{He}) = 9.01$ m/s^2 attraverso la relazione propria di un moto uniformemente accelerato: $t = \sqrt{2h/a} = 8.16$ s