

Prova di esame corso di Fisica
A.A. 2023-2024 09 Settembre 2024 –
Compito A

Corso di Laurea: Ingegneria Gestionale, Sapienza. Canale 1

Nome:

Cognome:

Matricola:

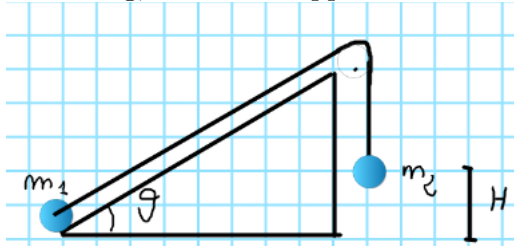
Aula:

RIPORTARE tutti i risultati anche sul presente foglio. Usare 3 o 4 cifre significative.
(sbarrare se non svolti/indicare se svolti in parte).

TUTTE le risposte vanno MOTIVATE, con equazioni e/o spiegazioni

Esercizio 1 Compito A

Un cilindro di massa $m_1 = 2 \text{ kg}$ e raggio R si trova sulla base di un piano inclinato (come indicato in figura). Il piano è inclinato rispetto all'orizzontale di un angolo $\theta = 25^\circ$. Dalla parte opposta, sulla cima del piano, si trova una carrucola ideale (puntiforme e di massa nulla). Una fune inestensibile (che passa senza attrito attorno alla carrucola) collega il punto materiale, ad una massa puntiforme $m_2 = 1 \text{ kg}$, che risulta appesa sulla verticale e ad una quota $H = 10 \text{ cm}$ dal suolo.



Lasciando libero il sistema si osserva che il cilindro sale sul piano, con moto di puro rotolamento. Determinare:

- | | |
|---|-------------------------------------|
| a) la velocità, in modulo, con cui la massa m_2 arriva al suolo | $V_{22} = \underline{\hspace{2cm}}$ |
| b) l'accelerazione della massa m_2 durante il moto | $a_2 = \underline{\hspace{2cm}}$ |
| c) il tempo necessario alla caduta di m_2 | $T_2 = \underline{\hspace{2cm}}$ |

Si ricorda che il momento di inerzia del cilindro, rispetto al suo centro di massa, è pari a $I = (1/2) m_1 R^2$.

Esercizio 2 Compito A

Un palloncino contenente aria ha un volume iniziale $V_i = 1.00$ litri e una pressione interna pari a $p_i = 2.00 \text{ atm}$. Tramite del lavoro, il volume poi raddoppia, mantenendo costante la pressione interna del gas.

Trattare l'aria come un gas perfetto. A pressione atmosferica la densità dell'aria vale $\rho_{aria} = 1.29 \text{ kg/m}^3$. Determinare:

- | | |
|---|---------------------------------------|
| a) Qual è l'aumento di massa del pallone | $\Delta m = \underline{\hspace{2cm}}$ |
| b) Qual è invece l'aumento di peso, tenendo anche conto della spinta di Archimede | $\Delta P = \underline{\hspace{2cm}}$ |

Esercizio 3 Compito A

Un fornello elettrico viene usato per riscaldare due litri di acqua. L'acqua viene portata, alla pressione atmosferica, in un tempo di 5 minuti, dalla temperatura di 20°C alla temperatura di ebollizione. La tensione usata per alimentare il fornello vale 220 Volt. Il costo di 1 kWh di energia elettrica è pari a 0.15 euro.

Determinare:

- a) la resistenza del fornello $R = \underline{\hspace{2cm}}$
b) il costo in euro di tutto il processo $\text{costo, euro} = \underline{\hspace{2cm}}$

Si ricorda che il calore specifico dell'acqua vale $c_S = 4186 \text{ J/kg/K}$ oppure $1 \text{ kcal/kg/}^{\circ}\text{C}$ e che la densità dell'acqua vale 10^3 kg/m^3 . Si trascuri ogni forma di dissipazione di energia verso l'esterno.

Esercizio 4 Compito A

Un protone urta in modo elastico un secondo protone inizialmente fermo. Subito dopo l'urto il secondo protone entra in una regione di spazio in cui è presente un campo magnetico uniforme, perpendicolare al piano della traiettoria, di valore pari a 0.05 T e si muove su una traiettoria circolare di raggio $r = 42.0 \text{ cm}$. Determinare:

- a) la velocità del protone non appena ha percorso la metà di una traiettoria circolare, indicandone anche direzione e verso con un chiaro disegno sia della traiettoria che del vettore velocità $\vec{V} = \underline{\hspace{2cm}}$

Si ricorda che la carica del protone è $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ e la sua massa è $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.

Prova di esame corso di Fisica
A.A. 2023-2024 09 Settembre 2024 –
COMPITO scritto B

Corso di Laurea: Ingegneria Gestionale, Sapienza. Canale 1

Nome:

Cognome:

Matricola:

Aula:

RIPORTARE tutti i risultati anche sul presente foglio. Usare 3 o 4 cifre significative.
(sbarrare se non svolti/indicare se svolti in parte).

TUTTE le risposte vanno MOTIVATE, con equazioni e/o spiegazioni

Esercizio 1 Compito B

Un numero non noto di moli di un gas perfetto biatomico, che occupano inizialmente un volume pari a 8 litri alla pressione di 1 atm, subiscono le seguenti trasformazioni:

(A-B) una trasformazione isocora fino alla pressione di 2 atm,

(B-C) un'espansione adiabatica, non reversibile, fino a ritornare alla pressione iniziale,

(C-A) una trasformazione isobara che riporta il gas nello stato iniziale.

Il rendimento di questo ciclo è $\eta = 0.2$.

Determinare, dopo aver disegnato il ciclo nel piano di Clapeyron (da riportare sul compito)

a) il lavoro compiuto in un ciclo

$L =$ _____

b) il volume del gas alla fine della trasformazione adiabatica

$V_C =$ _____

Esercizio 2 Compito B

Un protone urta in modo completamente anelastico un secondo protone inizialmente fermo. Dopo l'urto si osserva che il sistema dei due protoni si muove su una traiettoria circolare di raggio $r = 42.0$ cm, in una regione in cui è presente un campo magnetico uniforme, perpendicolare al piano della traiettoria, di valore $B_0 = 0.05$ T. Si ricorda che la carica del protone vale $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C e la sua massa $1.67 \cdot 10^{-27}$ kg. Determinare:

a) la velocità dei due protoni non appena hanno percorso un quarto di traiettoria circolare, indicandone anche direzione e verso con un chiaro disegno della traiettoria e del vettore velocità

$\vec{V} =$ _____

b) l'energia meccanica persa nell'urto fra i due protoni (nella forma indicata qui)

$E_{dopo} - E_{prima} =$ _____

Esercizio 3 Compito B

Un palloncino contenente aria ha un volume iniziale $V_i = 1.00$ litri e una pressione interna pari a 2.00 atm.

Trattare l'aria come un gas perfetto. Il volume del palloncino raddoppia, mantenendo costante la pressione interna del gas.

Determinare:

- a) Qual è l'aumento di massa del pallone $\Delta m = \underline{\hspace{2cm}}$
b) Qual è invece l'aumento di peso, tenendo anche conto della spinta di Archimede $\Delta P = \underline{\hspace{2cm}}$

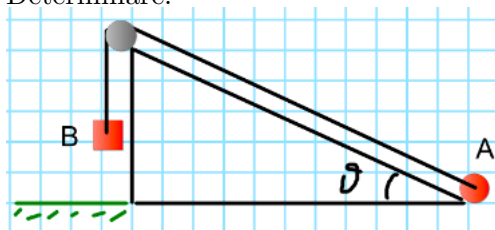
Si ricorda che a pressione atmosferica la densità dell'aria vale $\rho_{aria} = 1.29 \text{ kg/m}^3$.

Esercizio 4 Compito B

Sia dato un piano inclinato scabro (che forma un angolo $\theta = 25^\circ$ rispetto all'orizzontale) e due corpi, disposti come in figura. Il corpo A, di massa $m_A = 4 \text{ kg}$, è un cilindro di raggio R. Si trova a riposo sulla base del piano.

La massa $m_B = 3 \text{ kg}$ è invece puntiforme, anche essa a riposo al tempo iniziale, appesa sulla verticale. I due corpi sono collegati tramite una fune inestensibile ed una carrucola ideale (puntiforme e priva di massa). Si osserva che quando il sistema viene lasciato libero di muoversi la massa m_B arriva al suolo con una velocità pari a $V_B = 2 \text{ m/s}$.

Determinare:



- a) da quale quota è necessario lasciar scendere la massa m_B in modo che arrivi al suolo con la velocità data, V_B $h_B = \underline{\hspace{2cm}}$
b) il tempo che impiega la massa m_B a cadere, a partire dal tempo in cui viene lasciata libera di muoversi $t_B = \underline{\hspace{2cm}}$

Si ricorda che il momento di inerzia del cilindro A rispetto al suo centro di massa vale $I_{cil} = (1/2) m_A R^2$. Il moto del cilindro sul piano è di rotolamento puro.

Soluzione Esercizio 1 A

a) Il moto di rotolamento puro porta a dover considerare l'energia cinetica di rotazione. L'energia comunque resta conservata e abbiamo:

$m_2 g H = 1/2 m_2 v_2^2 + m_1 g H_1 + 1/2 I \omega^2 + 1/2 m_1 v_{CM}^2$, con $v_{CM} = \omega R = v_2 = V_{22}$ (rotolamento puro la prima e vincolo fra le due masse la seconda). Si ottiene, avendo sostituito l'espressione del momento di inerzia:

$$V_{22} = \sqrt{\frac{2gH(m_2 - m_1 \sin\theta)}{3/2 m_1 + m_2}} = 0.28 \text{ m/s.}$$

c) Il tempo necessario alla caduta di m_2 è calcolabile da $V_{22} = a t_1$, con $a = V_{22}^2 / (2H)$, da cui $t_2 = 2H / V_{22} = 0.725 \text{ s}$. b) L'accelerazione si calcola o dalla formula precedente o da

$$a_2 = \frac{m_2 g - m_1 g \sin\theta}{3/2 m_1 + m_2}. \text{ Risultato: } 0.39 \text{ m/s}^2.$$

Soluzione Esercizio 2 A

a) L'aumento di massa è dovuto all'aria che si introduce: $\Delta m = \rho_{aria}(p_i)(V_f - V_i)$. Trattando l'aria come un gas perfetto, sia ha che $p/\rho_{aria} = \text{costante}$, ovvero $\rho_{aria}(p_i) = \rho_{aria}(p_{atm}) p_i / p_{atm} = 2 \rho_{aria}(p_{atm})$. Segue: $\Delta m = \rho_{aria}(p_{atm})(V_f - V_i) p_i / p_{atm} = 2.58 \text{ gr}$.

b) La variazione di peso (misurato ad esempio da una bilancia) è dovuto all'aria introdotta: $P = P_{involucro} + P_{aria}$, $\Delta P = \Delta P_{aria} = g \rho_{aria}(p_i)(V_f - V_i) - g \rho_{aria}(p_{atm})(V_f - V_i)$ dove il secondo termine è dovuto alla spinta di Archimede. Si ricava dunque $\Delta P = g \rho_{aria}(p_{atm})(V_f - V_i)(p_i / p_{atm} - 1) = 12.7 \cdot 10^{-3} \text{ N}$, ovvero $\Delta P / g = 1.29 \text{ gr}$.

Soluzione Esercizio 3 A

a) Il calore assorbito dall'acqua è pari a $Q = c_{H_2O} m_{H_2O} (T_{eboll} - T_0) = 6.70 \cdot 10^5 \text{ Joule}$, dove $m_{H_2O} = \rho_{H_2O} V = 2 \text{ kg}$ è la massa dell'acqua e $c_{H_2O} = 4186 \text{ J/(kg K)}$ è il suo calore specifico. La potenza dissipata dal fornello è dunque pari a $P = Q/t = c_{H_2O} m_{H_2O} (T_{eboll} - T_0)/t = 2.23 \text{ kW}$.

La resistenza R del fornello è legata alla potenza dissipata e alla differenza di potenziale secondo la formula $P = \Delta V^2 / R$, dunque vale: $R = \Delta V^2 / P = 21.7 \Omega$.

b) Ricordando che $1 \text{ kWh} = 3.6 \cdot 10^6 \text{ J}$ l'energia spesa in questo processo è pari a $Q = 0.19 \text{ kWh}$, da cui segue che il costo è $C = 0.15 \times Q[\text{kWh}] = 0.028 \text{ euro}$

Soluzione Esercizio 4. Compito A

Indicando con v_{in} la velocità del protone in moto prima dell'urto e con V la velocità del secondo dopo l'urto si ha, essendo l'urto elastico e le due masse uguali che: $v_{in} = V$ Poichè è noto il raggio della traiettoria percorsa dal protone possiamo ricavare subito la velocità dopo l'urto:

$$a) V = \frac{r 2eB}{2m_p} = \frac{reB}{m_p} = 2 \cdot 10^6 \text{ m/s.}$$

Resta costante in modulo, è sempre parallela alla traiettoria e in particolare quando il protone ha percorso metà di una circonferenza si trova anti parallelo alla direzione con cui è entrato.

Soluzione Esercizio 1 B

Il calore viene assorbito nella trasformazione isocora.

$$Q_{ass} = nC_V(T_B - T_A) = \frac{5}{2}nR(T_B - T_A) = \frac{5}{2}(P_B - P_A)V_A = 2.03 \text{ kJ}.$$

a) $L = \eta Q_{ass} = 405 \text{ J}$

b) Nella trasformazione isobara il gas cede calore.

$$|Q_{ced}| = nC_P(T_C - T_A) = \frac{7}{2}nR(T_C - T_A) = \frac{7}{2}P_A(V_C - V_A)$$

$$|Q_{ced}| = Q_{ass} - L, \text{ quindi } V_C = V_A + \frac{2(Q_{ass} - L)}{7P_A} = 12.6 \times 10^{-3} \text{ m}^3.$$

Soluzione Esercizio 2 B

a) Indicando con v_{in} la velocità del protone in moto prima dell'urto e con v la velocità dei due protoni dopo l'urto si ha, essendo l'urto completamente anelastico: $m_p v_{in} = (m_p + m_p)v$. Da cui $v_{in} = 2v$. Poiché è noto il raggio della traiettoria percorsa dai due protoni, che si muovono insieme dopo l'urto, possiamo ricavare subito la velocità dopo l'urto:

a) $v = \frac{r e B}{2m_p} = \frac{r e B}{m_p} = 2 \cdot 10^6 \text{ m/s}$. Resta costante in modulo, è sempre parallela alla traiettoria e in particolare quando il protone ha percorso un quarto di una circonferenza si trova a 90° rispetto alla direzione con cui è entrato.

b) Dalle considerazioni iniziali e dalla prima relazione si ha: $v_{in} = 4 \cdot 10^6 \text{ m/s}$. Dunque: $E_{prima} = 1/2 \cdot m_p v_{in}^2$, $E_{dopo} = 1/2 \cdot 2 \cdot m_p v^2$. $E_{prima} = 13.36 \cdot 10^{-15} \text{ joule}$.
 $E_{dopo} = 6.68 \cdot 10^{-15} \text{ joule}$. $E_{dopo} - E_{prima} = (13.36 - 6.680) \cdot 10^{-15} \text{ joule} = -6.68 \cdot 10^{-15} \text{ joule}$.

Soluzione Esercizio 3 B

a) L'aumento di massa è dovuto all'aria che si introduce: $\Delta m = \rho_{aria}(p_i)(V_f - V_i)$. Trattando l'aria come un gas perfetto, sia ha che $p/\rho_{aria} = \text{costante}$, ovvero $\rho_{aria}(p_i) = \rho_{aria}(p_{atm}) p_i/p_{atm} = 2 \rho_{aria}(p_{atm})$. Segue: $\Delta m = \rho_{aria}(p_{atm})(V_f - V_i) p_i/p_{atm} = 2.58 \text{ gr}$.

b) La variazione di peso (misurato ad esempio da una bilancia) è dovuto all'aria introdotta: $P = P_{involucro} + P_{aria}$, $\Delta P = \Delta P_{aria} = g \rho_{aria}(p_i)(V_f - V_i) - g \rho_{aria}(p_{atm})(V_f - V_i)$ dove il secondo termine è dovuto alla spinta di Archimede. Si ricava dunque $\Delta P = g \rho_{aria}(p_{atm})(V_f - V_i)(p_i/p_{atm} - 1) = 12.7 \cdot 10^{-3} \text{ N}$, ovvero $\Delta P/g = 1.29 \text{ gr}$.

Soluzione Esercizio 4 B

a) Il moto di rotolamento porta a dover considerare l'energia cinetica di rotazione. L'energia comunque resta conservata nel rotolamento puro e abbiamo:

$$m_B g h_{B2} = 1/2 m_B V_B^2 + m_A g h_{A2} + 1/2 I_{cil} \omega^2 + 1/2 m_A v_{CM}^2, \text{ con } v_{CM} = \omega r = V_B \text{ (rotolamento puro la prima uguaglianza e vincolo fra le due masse la seconda).}$$

Si ottiene, avendo sostituito l'espressione del momento di inerzia ed esplicitando rispetto alla quota:

$$h_{B2} = \frac{V_B^2 \cdot (3/2 m_A + m_B)}{2g \cdot (m_B - m_A \sin \theta)} = 1.40 \text{ m}$$

b) Il tempo necessario alla caduta di m_B è calcolabile da $V_2 = a t_B$, con $a = V_2^2 / (2 h_{B2}) = 1.43 \text{ m/s}^2$. Si ottiene $t_B = 1.40 \text{ s}$.

Il problema si può anche risolvere calcolando le accelerazioni.

$$a_2 = \frac{m_B g - m_A g \sin \theta}{3/2 m_A + m_B}.$$