Facoltà di Farmacia e Medicina - A.A. 2012-2013
12 giugno 2013 – Scritto di Fisica (Compito A)

Corso di Laurea: **Laurea Magistrale in FARMACIA**

Nome:	**Cognome:**
Matricola	**Aula:**
Canale:	**Docente:**

Riportare sul presente foglio i risultati numerici trovati per ciascun esercizio.
Nell'elaborato riportare le soluzioni in formato sia alfanumerico che numerico.

Esercizio 1. Cinematica (5 punti)

Una barca si sposta lungo un fiume da un punto A ad un punto B posto a distanza $L = 50.0\,\text{km}$ per poi tornare al punto di partenza A. Nel fiume la corrente scorre con velocità costante pari a $v_c = 10.0\,\text{m/s}$. Sapendo che la barca ha la corrente a favore all'andata e contraria al ritorno e che la sua velocità relativa rispetto all'acqua è costante lungo tutto il tragitto e pari a $v_b = 50.0\,\text{km/h}$, determinare:

a) quanto tempo impiega la barca a compiere il percorso di andata e ritorno $t_{AR} =$ __________

b) la velocità media della barca durante il percorso sul fiume $v_m =$ __________

Esercizio 2. Dinamica (5 punti)

Un corpo puntiforme di massa $m = 4.0\,\text{kg}$ si trova su un piano orizzontale. Al corpo, inizialmente fermo, vengono applicate due forze costanti di modulo $F_1 = 1.1\,\text{N}$ e F_2 ortogonali fra loro e parallele al piano orizzontale. Sapendo che il modulo dell'accelerazione del corpo è $a_m = 0.55\,\text{m/s}^2$, determinare:

a) il modulo F_2 della seconda forza $F_2 =$ __________

b) la velocità della massa, in modulo direzione e verso, dopo un tempo $\Delta t = 10\,\text{s}$ $\vec{v}_m =$ __________

c) il lavoro compiuto dal risultante delle due forze dopo il tempo Δt $L =$ __________

Esercizio 3. Moto circolare (5 punti)

Un'astronave percorre un'orbita circolare attorno alla Terra ad una distanza D=200 km dalla sua superficie. Dati: $M_T = 5.98 \cdot 10^{24}$ kg; $R_T = 6.37 \cdot 10^3$ km. Determinare:

a) l'accelerazione centripeta dell'astronave $a_c =$ __________

b) la sua velocità $v =$ __________

c) il periodo T dell'orbita $T =$ __________

d) quale sarebbe la distanza D' dalla superficie terrestre se il periodo fosse $T' = 8\,T$. $D' =$ __________

Esercizio 4. Calorimetria (5 punti)

Un fornello elettrico riscalda un volume $V = 2.0\,\text{l}$ di acqua che passa in $t = 5.0\,\text{min}$ da $T_0 = 20°\text{C}$ a $T_{eboll} = 100°\text{C}$. La d.d.p. ai capi del fornello è $\Delta V = 220\,\text{V}$. Sapendo che 1 kWh di energia elettrica costa 0.15 euro, calcolare:

a) la potenza consumata $W =$ __________

b) la resistenza del fornello $R =$ __________

c) il costo in euro $C =$ __________

Esercizio 5. Gas (5 punti)

Un palloncino contenente aria ha un volume iniziale $V_i = 1.00$ litri e una pressione interna $p_i = 2p_{atm} = 2.00$ atm. Determinare:

a) Quanto lavoro occorre compiere per raddoppiarne il volume assumendo che la pressione interna resti costante. $L =$ ______

b) Qual è l'aumento di massa del pallone sapendo che a pressione atmosferica $\rho_{aria} = 1.29\,\mathrm{kg/m^3}$. Trattare l'aria come un gas perfetto. $\Delta m =$ ______

c) Qual è invece l'aumento di peso (tenendo conto della spinta di Archimede)? $\Delta P =$ ______

Esercizio 6. Meccanica dei fluidi (6 punti)

In un contenitore cilindrico di raggio R e altezza H, posto in posizione verticale su di un piano orizzontale, è praticato orizzontalmente un foro circolare di raggio $r = 0.25\,\mathrm{cm} \ll R$ ad una altezza $h = H/2$ dalla base. Sapendo che lo zampillo d'acqua tocca il piano ad una distanza $d = 100\,\mathrm{cm}$ dal cilindro, determinare:

a) L'altezza del contenitore cilindrico. $H =$ ______

b) Il modulo della velocità dell'acqua all'uscita del foro (v_F) e nel punto in cui tocca il piano (v_P). $v_F, v_P =$ ______

c) Se nel punto in cui lo zampillo tocca il piano si mette una vaschetta di volume $V = 1.25$ litri, quanto tempo occorre aspettare affinchè essa si riempia d'acqua ? $\Delta t =$ ______

Poichè il diametro del foro è molto piccolo rispetto a quello del cilindro, si consideri il livello dell'acqua nel cilindro constante.

Esercizio 7. Campo elettrico (5 punti)

Due cariche puntiformi Q_1 e Q_2 fisse sono una distanza relativa d. Si osserva che il campo elettrico si annulla nel punto A situato lungo loro congiungente a distanza $d/4$ dalla carica Q_1. Il valore della prima carica è $Q_1 = 0.20\ \mu\mathrm{C}$. Determinare:

a) Il valore, specificandone il segno, di Q_2. $Q_2 =$ ______

b) La distanza fra le due cariche, sapendo che il potenziale elettrico in A vale $V(A) = 90\,\mathrm{kV}$. $d =$ ______

Esercizio 8. Moto in campo magnetico (6 punti)

Un protone (carica $q_P = 1.60 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$ e massa $m_P = 1.67 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}$) si muove con velocità costante orizzontale quando entra in una regione di spazio dove è presente un campo magnetico uniforme verticale di modulo $B = 0.05\,\mathrm{T}$ diretto verso l'alto. Una volta entrato nella regione con il campo magnetico il protone inizia a muoversi lungo una traiettoria circolare di raggio $R = 5.0\,\mathrm{cm}$. Determinare:

a) Il modulo della velocità iniziale del protone. $v_P =$ ______

b) Il modulo della velocità del protone dopo che questo ha percorso un quarto di traiettoria circolare. $v =$ ______

c) Il valore in modulo, direzione e verso di un campo elettrico da applicare affinchè il protone si muova di moto rettilineo uniforme. $\vec{E} =$ ______

d) Rispondere alla domanda c) nel caso in cui la particella entrante (antiprotone) abbia stessa velocità iniziale e massa del protone ma carica opposta $q = -q_P$. $\vec{E}_{AP} =$ ______

Trascurare gli effetti della gravità.

Soluzione Esercizio 1

Rispetto alla costa la velocità della barca è pari a $v_A = v_b + v_c$ all'andata e $v_R = v_b - v_c$ al ritorno. Si ha $v_A = 23.9\,\mathrm{m/s}$, $v_R = 3.89$ m/s.

a) La barca impiega un tempo $t_1 = L/v_A$ per raggiungere il punto A ed un tempo $t_R = L/v_R$ per tornare indietro. Il tempo impiegato per andare e tornare è dunque
$t_{AR} = t_A + t_R = Lv_A v_R/(v_A + v_R) = 1.50 \cdot 10^4\,\mathrm{s} = 4.15$ h.

b) La velocità media lungo il tragitto di andata e ritorno è
$v_m = 2L/t_{AR} = 2v_A v_R/(v_A + v_R) = 6.69$ m/s.

Soluzione Esercizio 2

La forza totale applicata al corpo è $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$. Essendo $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ ortogonali fra loro, si ha $F \equiv |\vec{F}| = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$.

a) Dalla seconda equazione fondamentale della dinamica, $\vec{F} = m\,\vec{a}_m$, segue $F_2 = \sqrt{m^2 a_m^2 - F_1^2} = 1.9$ N.

b) Essendo l'accelerazione del corpo costante e la velocità iniziale nulla, tutto il moto si svolge lungo una retta $\hat{r}$. Questa forma un angolo $\theta = \arctan(F_2/F_1) = 60°$ rispetto alla direzione della forza $\vec{F}_1$. Dopo un tempo Δt dall'istante iniziale, dunque, la velocità ha modulo $v = a_m \Delta t = 5.5$ m/s, direzione lungo la retta $\hat{r}$ e verso concorde con quello del risultante $\vec{F}$. Scegliendo un sistema di riferimento cartesiano $\hat{x}\hat{y}$ con l'origine sulla massa e asse $\hat{x}$ coincidente con la direzione della forza $\vec{F}_1$, la velocità al tempo Δt è pari a $\vec{v} = v\cos\theta\,\hat{x} + v\sin\theta\,\hat{y} = 2.8\mathrm{m/s}\,\hat{x} + 4.8\mathrm{m/s}\,\hat{y}$.

c) Il lavoro compiuto dal risultante $\vec{F}$ dopo il tempo Δt è $L = l\,F = l\,ma_m = m\,a_m^2 \Delta t^2/2 = 61\,\mathrm{J}$, essendo $l = 28$ m la distanza percorsa nell'intervallo Δt. Alternativamente, il lavoro si può calcolare utilizzando il teorema dell'energia cinetica: $L = \Delta E_K = m\,v^2/2 = m\,a_m^2 \Delta t^2/2$.

Soluzione Esercizio 3

Il raggio dell'orbita dell'astronave è $r = R_T + D = 6.57 \cdot 10^3\,\mathrm{km}$.

a) L'accelerazione centripeta vale: $a_c = G_N M_T/r^2 = 9.24\ \mathrm{m/s^2}$.

b) La velocità orbitale è: $v_o = \sqrt{a_c\,r} = 7.79 \cdot 10^3\,\mathrm{m/s}$.

c) Il periodo è $T = 2\pi\,r/v_o = 5.30 \cdot 10^4$ s= 1.47 h.

d) Essendo $T'/T = (r'/r)^{3/2}$ (terza legge di Keplero), se il periodo aumenta di un fattore 8 allora il raggio dell'orbita quadruplica. Dunque $D' = 4(D + R_T) - R_T = 1.99 \cdot 10^4\,\mathrm{km}$.

Soluzione Esercizio 4

a) Il calore assorbito dall'acqua è pari a $Q = c_{H_2O}\,m_{H_2O}\,(T_{eboll} - T_0) = 6.70\ \cdot 10^6$ Joule, dove $m_{H_{2o}} = \rho_{H_{2o}} V = 2\mathrm{kg}$ è la massa dell'acqua e $c_{H_{2o}} = 4186\,\mathrm{J/(kg\,°C)}$ è il suo calore specifico. La potenza dissipata dal fornello è dunque pari a $P = Q/t = c_{H_{2o}}\,m_{H_{2o}}\,(T_{eboll} - T_0)/t = 2.23\mathrm{kW}$.

b) La resistenza R del fornello è legata alla potenza dissipata e alla differenza di potenziale secondo la formula $P = \Delta V^2/R$, dunque: $R = \Delta V^2/P = 21.7\,\Omega$.

c) Ricordando che $1\mathrm{kWh} = 3.6 \cdot 10^6$ Joule, l'energia spesa in questo processo è pari a $Q = 0.19\mathrm{kWh}$, da cui segue che il costo è $C = 0.15 \times Q[\mathrm{kWh}] = 0.028$ euro

Soluzione Esercizio 5

a) Poichè l'espansione avviene a pressione interna costante il lavoro compiuto è $L = p_i(V_f - V_i) = 203$ Joule.

b) L'aumento di massa è dovuto all'aria che si introduce: $\Delta m = \rho_{aria}(p_i)(V_f - V_i)$. Trattando l'aria come un gas perfetto, sia ha che p/ρ_{aria} = costante, ovvero $\rho_{aria}(p_i) = \rho_{aria}(p_{atm})\, p_i/p_{atm} = 2\,\rho_{aria}(p_{atm})$. Segue: $\Delta m = \rho_{aria}(p_{atm})(V_f - V_i)\, p_i/p_{atm} = 2.58$ gr.

c) La variazione di peso (misurato ad esempio da una bilancia) è dovuto all'aria introdotta: $P = P_{involucro} + P_{aria}$, $\Delta P = \Delta P_{aria} = g\rho_{aria}(p_i)(V_f - V_f) - g\rho_{aria}(p_{atm})(V_f - V_f)$ dove il secondo termine è dovuto alla spinta di Archimede. Si ricava dunque $\Delta P = g\rho_{aria}(p_{atm})(V_f - V_f)(p_i/p_{atm} - 1) = 12.7 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{N}$, ovvero $\Delta P/g = 1.29$gr.

Soluzione Esercizio 6

L'altezza a cui viene praticato il foro è $h = H/2$.

a) Il teorema di Bernoulli applicato al punto di fuoriscita dello zampillo e alla superficie superiore del contenitore cilindrico implica:

$$\frac{1}{2}v_F^2\rho + g\rho h + p_{atm} = g\rho H + p_{atm}$$

dove ρ è la densità dell'acqua e p_{atm} è la pressione atmosferica. La velocità con cui il livello dell'acqua scende nel cilindro è piccola (essendo $r \ll R$) ed è stata trascurata, come richiesto dall'enunciato. Segue $v_F = \sqrt{2gH/2}$. La traiettoria dello zampillo è parabolica e si ricava risolvendo il moto di caduta libera con velocità iniziale orizzontale v_F. Scegliendo un sistema di riferimento cartesiano $\hat{x}\hat{y}$ si ha

$$\begin{cases} a_y = -g \\ a_x = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} v_y = -gt \\ v_F \end{cases} \qquad \begin{cases} y = -g\dfrac{t^2}{2} + h \\ x = v_F t \end{cases}$$

La traiettoria parabolica dello zampillo è dunque $y = h - gx^2/(2v_F^2)$. Sostituendo l'espressione di v_F ottenuta in precendenza con il teorema di Bernoulli si trova $H = d/(2\sqrt{1/4})$. Da cui, $H = d = 1.0\,\mathrm{m}$.

b) Dall'espressione di H appena ricavata si ricava: $v_F = \sqrt{dg} = 3.1\,\mathrm{m/s}$. Il modulo della velocità dello zampillo nel punto in cui tocca il piano vale invece $v_P = \sqrt{v_F^2 + 2gh} = \sqrt{3dg/2} = 3.8\,\mathrm{m/s}$.

c) La portata dello zampillo è $Q = v_F(\pi r^2)$, ovvero $Q = \sqrt{dg}(\pi r^2) = 0.061\,\mathrm{litri/s}$. Il tempo necessario per riempire la vaschetta è $\Delta t = V/Q$, da cui segue $\Delta t = 20\,\mathrm{s}$.

Soluzione Esercizio 7

Affinchè il campo elettrico possa annullarsi fra le due cariche queste devono essere dello stesso segno. Scegliamo un sistema di riferimento con origine sulla carica Q_1, asse $\hat{x}$ coincidente con la retta congiungente le due cariche e orientato verso la carica Q_2. Indichiamo con xd la distanza di A dalla carica Q_1, $x = (1/4)\,(1/5)$.

a) Il campo elettrico generato dalle due cariche in A è $\vec{E}(A) = \vec{E}_1(A) + \vec{E}_2(A)$, con

$$\vec{E}_1(A) = \hat{x}\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q_1}{(xd)^2}\,, \qquad \vec{E}_2(A) = -\hat{x}\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q_2}{((1-x)d)^2}$$

Se dunque $\vec{E}(A) = 0$, segue $Q_2 = Q_1(1-x)^2/x^2$, ovvero $Q_2 = 9Q_1 = 1.8\,\mu$C.

b) Il potenziale elettrostatico generato dalle due cariche in A è $V(A) = V_1(A) + V_2(A)$ con:

$$V_1(A) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q_1}{xd}\,, \qquad V_2(A) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q_2}{(1-x)d}$$

Si ricava dunque che $d = (Q_1/4\pi\epsilon_0)/(V(A)x^2)$, ovvero $d = 4Q_1/(\pi\epsilon_0 V(A)) = 32\,\text{cm}$.

Soluzione Esercizio 8

Scegliamo un sistema di riferimento cartesiano $\hat{x}\hat{y}\hat{z}$ tale per cui $\vec{B} = B\hat{z}$ e la velocità iniziale del protone è $\vec{v}_P = v_P\hat{y}$.

a) Una volta entrato nella regione con il campo magnetico il protone è soggetto alla forza di Lorentz $\vec{F} = q_P\,\vec{v}_P \wedge \vec{B} = q_P v_P B\,\hat{x}$. Essendo questa perpendicolare alla velocità iniziale, il protone compie un moto circolare uniforme con accelerazione centripeta $v_P^2/R = F/m_P = q_P v_P B/m_P$. Segue $v_P = q_P BR/m_P = 2.4 \cdot 10^6\,\text{m/s}$.

b) Il protone compie un moto circolare uniforme, dunque il modulo della velocità resta constante: $v = v_P$.

c) La forza elettrostatica deve opporsi a quella di Lorentz: $0 = \vec{F} = q_P\vec{E} + q_P\,\vec{v}_P \wedge \vec{B}$. Il campo elettrico da applicare è dunque $\vec{E} = -\vec{v}_P \wedge \vec{B} = -v_P B\hat{x}$, il cui modulo vale $|\vec{E}| = v_P B = |q_P| B^2 R/m_P = 1.2 \cdot 10^6$ V/m.

d) Nel caso di un antiprotone ($q = -q_P$) il verso della forza di Lorentz cambia, $\vec{F} = -q_P v_a B\hat{x}$ (dunque la particella curverà nel verso opposto), ma il campo elettrico da applicare per bilanciarla non cambia: $\vec{E}_{AP} = \vec{E} = -v_P B\hat{x}$.