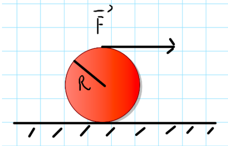
COMPITO Straordinario laureandi/e

Corso di Laurea: **Ingegneria Gestionale, Sapienza. Canale 1**

Nome: **Cognome:** **Matricola**

Esercizio 1

Una cilindro omogeneo di massa m e raggio R viene spinto su un piano orizzontale scabro da una forza $\vec{F}$ costante, tangente al cilindro ed orizzontale, come indicato in figura). Il coefficiente di attrito statico fra la ruota e il piano vale μ_S. Determinare:



a) il valore massimo di F, per cui il moto risulti di rotolamento puro $F_M =$ ________
b) il lavoro fatto dalla forza F_M, quando la velocità angolare del cilindro, che era inizialmewnte fermo, diventa pari a ω_1 $L_{F_M} =$ ________

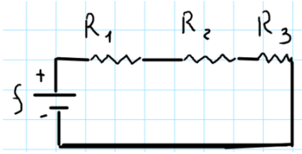
Dati: $m = 4$ kg , $R = 0.5$ m , μ_S=0.5 ,$\omega_1 = 20$ rad/s.
Si ricorda che il momento di inerzia del cilindro rispetto al suo centro di massa è pari a $I = 1/2\, mR^2$.

Esercizio 2

Abbiamo 3 resistenze, tutte di stesso valore R_1, R_2, R_3=R, da connettere ad un generatore ideale di tensione, di valore f. Disegnare chiaramente e determinare:

a) tutte le 4 possibili configurazioni del circuito, determinandone i valori delle 4 resistenze equivalenti associate $R_{eq1}, R_{eq2}, R_{eq3}, R_{eq4} =$ ________

Una delle configurazioni possibili corrisponde alla figura mostrata:



Determinare, in questa situazione:

b) la potenza dissipata per effetto Joule sulla resistenza R_1 $P_1 =$ ________

Dati: $R = 12\,\Omega$,$f = 12$ Volt.

Esercizio 3

Siano date due sfere, poste nel vuoto, di materiale isolante ed uniformemente cariche. I loro centri sono a distanza D molto grande rispetto ai loro raggi, che sono rispettivamente R_1 ed R_2. La densità di carica della sfera di raggio R_1 vale ρ_1 mentre quella della sfera con raggio R_2 vale ρ_2. Il valore del potenziale elettrico nel punto M equidistante dai due centri, lungo la loro congiungente è noto e vale V_M. Determinare, dopo aver indicato il sistema di riferimento scelto:

a) il valore della distanza fra i centri delle due sfere $D =$ ________
b) il valore del campo elettrico nel centro della sfera di raggio R_2 $\vec{E}_2 =$ ________

Dati: $\rho_1 = 5.73\,\mathrm{nC}/m^3$, $\rho_2 = 179\,\mathrm{nC}/m^3$, $R_1 = 0.5$ m, R_2=0.2 m, $V_M = 27$ Volt.

Esercizio 4

Un fornello elettrico viene usato per riscaldare un volume di acqua pari a V_a. L' acqua viene portata, in un tempo t^*, dalla temperatura iniziale T_1 alla temperatura di ebollizione. Si nota che il fornello viene alimentato alla tensione f. Determinare, considerando che il riscaldamento avviene alla pressione atmosferica:

a) la resistenza del fornello $R =$ ________

Sapendo inoltre il costo di 1 kWh, determinare:

b) il costo in euro di questo processo $euro =$ ________

Dati: $V_a = 2$ litri, $t^* = \frac{1}{20}$ ora, $T_1 = 20°$C, $f = 220$ volt, Costo di 1 kWh = 0.15 euro.
Calore specifico dell' acqua: $c_S = 4186$ J/kg/K oppure 1 kcal/kg/^oC. Densità dell' acqua: 10^3 kg/m^3

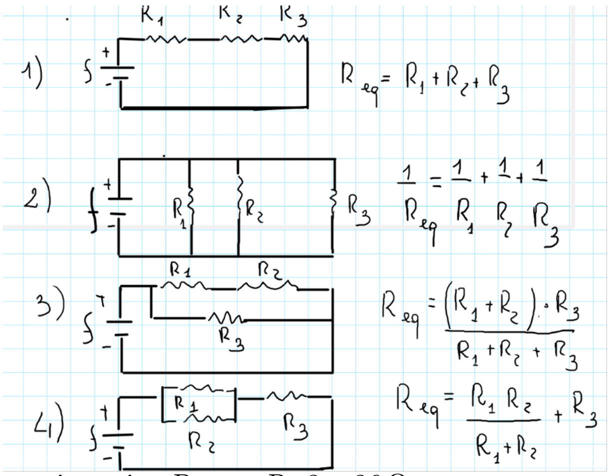
Soluzioni Compito

Soluzione Esercizio 1.

a) Scriviamo le equazioni cardinali, per le forze e i momenti. Ricordiamo che il rotolamento puro corrisponde ad accelerazione lineare del C.M. pari a $a = \alpha R$, indicando l'accelerazione angolare con α.
Risultante forze: $\vec{F_M} + \vec{f_A} + m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a}$
dove N indica la reazione vincolare del piano sulla ruota. Si vede facilmente che $N - mg = 0$.
Risultante momenti, prendendo il polo nel punto P di contatto della ruota sul piano : $\vec{M}_{F_M} = I\,\vec{\alpha}$.
Rispetto a P il momento d'inerzia risulta essere : $I_P = (1/2)mR^2 + mR^2 = (3/2)mR^2$ Risolvendo, rispetto al riferimento indicato in figura:
$m\,a_x = F_M - f_A$.
$F_{max}\,2\,R = I\,\alpha = I_P\frac{a_x}{R} = (3/2)mRa_x$.
Da cui si ricava: $ma_x = 4F_{max}/3$. Sostituendo nella prima eq. cardinale : $(4/3)F_M - F_M = 1/3F_{max} = \mu_S mg$, ossia: F_M= 58.8 N.
b) Per calcolare il lavoro fatto da F_M quando la velocità angolare varia da 0 al valore dato, bisogna considerare che l'attrito statico non compie lavoro e pertanto $L_{F_M} = \Delta E_{cin} = (1/2)I_P\omega_f^2$= 300 joule.

Soluzione Esercizio 2.

a) Le 4 possibili configurazioni sono mostrate in figura e hanno rispettivamente resistenze equivalenti pari a:



Tutte in serie: $R_{eq1} = R \cdot 3$= $36\,\Omega$.
Tutte in parallello: $R_{eq2} = \frac{R}{3} = 4\,\Omega$.
Due in serie con la terza in parallelo ad entrambe: $R_{eq3} = \frac{(R_1+R_2)\cdot R_3}{R_1+R_2+R_3}$= 8 Ω
Due in parallelo fra loro con la terza in serie ad entrambe: $R_{eq4} = R_{12} + R_3 = 18\Omega$, dove $R_{12} = \frac{R}{2}$
b) La corrente nel circuito, e anche nella resistenza R_1, vale $i = \frac{f}{3R} = \frac{1}{3}$=0.33 ampere e la potenza dissipata su R_1 vale $P_1 = R_1\,i^2$= 1.33 watt.

Soluzione Esercizio 3.

Prendiamo il sistema di riferimento (asse x) con l'origine nel centro della sfera di raggio R_1 e diretto verso la sfera di raggio R_2. I volumi delle due sfere valgono rispettivamente $V_1 = 0.523$ m^3 e $V_2 = 0.0335$ m^3 e le cariche complessive $Q_1 = 3$ nC e Q_2=6 nC.
Il punto M risulta esterno ad entrambe le sfere, per la condizione data. Il campo elettrico generato da ciascuna sfera è uscente rispetto alla posizione della distribuzione di carica, essendo entrambe le sfere cariche positivamente. Con il riferimento scelto, pertanto, nel punto di mezzo fra le due sfere, indicando $d = D/2$, avremo:
a) $V_{D/2} = k_0 \times (\frac{Q_1}{d} + \frac{Q_2}{d})$. Da cui:
d= $k_0 \times (\frac{Q_1}{V_{D/2}} + \frac{Q_2}{V_{D/2}}) =$

$9 \times 10^9 \times (\frac{3}{27} + \frac{6}{27}) \times 10^{-9} =$
$9 \times \frac{9}{27} = 3$ m. Da cui $D = 6$ m.
b) Il campo nel centro della sfera di raggio R_2 è dovuto alla sola sfera di raggio R_1 (essendo nullo quello da lei stessa generato nel centro). Dunque:
$\vec{E}_2 = k_0 \frac{Q_1}{D^2}\,\hat{x} = (9 \times 10^9) \times (\frac{3}{36}) \times 10^{-9}\hat{x} = 0.75\ \hat{x}$ V/m;

Soluzione Esercizio 4.

a) Il calore assorbito dall'acqua è pari a $Q = c_{H_2O}\, m_{H_2O}\,(T_{eboll} - T_0) = 6.70\ \cdot 10^6$ Joule, dove $m_{H_{2o}} = \rho_{H_{2o}} V = 2$ kg è la massa dell'acqua e $c_{H_{2o}} = 4186\,\mathrm{J/(kg}\,K)$ è il suo calore specifico. La potenza dissipata dal fornello è dunque pari a $P = Q/t = c_{H_{2o}}\, m_{H_{2o}}\,(T_{eboll} - T_0)/t = 3.72$ kW.
Con $t = 180$ s e Q=$6.697 \cdot 10^5$ J. La resistenza R del fornello è legata alla potenza dissipata e alla differenza di potenziale secondo la formula $P = \Delta V^2/R$, dunque vale: $R = \Delta V^2/P = 13.0\,\Omega$.

b) Ricordando che 1kWh $= 3.6 \cdot 10^6$ J l'energia spesa in questo processo è pari a $Q = 0.186$ kWh, da cui segue che il costo vale $0.15 \times Q$[kWh] $= 0.028$ euro

Scritto corso di Fisica. Canale 1
A.A. 2024-2025 16 Giugno 2025 Scritto –
SECONDO ESONERO Straordinario laureandi/e

Corso di Laurea: Ingegneria Gestionale, Sapienza. Canale 1

Nome: **Cognome:** **Matricola**

Esercizio 1 ES.

Due conduttori rigidi di lunghezza infinita sono posti in orizzontale. Il primo è percorso da una corrente i_A ed è vincolato in modo da non poter cadere. Il secondo è parallelo al primo e si trova più in basso rispetto al primo ad una distanza da questo pari a D ed è invece libero di muoversi. La densità lineare di massa di entrambi vale λ. Determinare, indicando il sistema di riferimento:

a) il valore, con verso, della corrente che deve percorrere il secondo conduttore, tale che questo non cada sul primo; $i_B =$ ________
b) il valore del campo magnetico prodotto dai 2 conduttori in un punto sul piano dei due conduttori, a distanza D/2 da entrambi $\vec{B} =$ ________

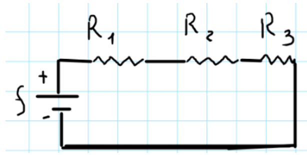
Dati: $i_A = 12$ A; $D = 16$ cm; $\lambda = 3 \cdot 10^{-2}$ g/m.

Esercizio 2 ES.

Abbiamo 3 resistenze, tutte di stesso valore $R_1, R_2, R_3{=}R$, da connettere ad un generatore ideale di tensione, di valore f. Disegnare chiaramente e determinare:

a) tutte le 4 possibili configurazioni del circuito, determinandone i valori delle 4 resistenze equivalenti associate $R_{eq1}, R_{eq2}, R_{eq3}, R_{eq4} =$ ________

Una delle configurazioni possibili corrisponde alla figura mostrata:



Determinare, in questa situazione:

b) la potenza dissipata per effetto Joule sulla resistenza R_1 $P_1 =$ ________

Dati: $R = 12\,\Omega$,$f = 12$ Volt.

Esercizio 3 ES.

Siano date due sfere, poste nel vuoto, di materiale isolante ed uniformemente cariche. I loro centri sono a distanza D molto grande rispetto ai loro raggi, che sono rispettivamente R_1 ed R_2. La densità di carica della sfera di raggio R_1 vale ρ_1 mentre quella della sfera con raggio R_2 vale ρ_2. Il valore del potenziale elettrico nel punto M equidistante dai due centri, lungo la loro congiungente è noto e vale V_M. Determinare, dopo aver indicato il sistema di riferimento scelto:

a) il valore della distanza fra i centri delle due sfere $D =$ ________
b) il valore del campo elettrico nel centro della sfera di raggio R_2 $\vec{E}_2 =$ ________

Dati: $\rho_1 = 5.73\,\mathrm{nC}/m^3$, $\rho_2 = 179\,\mathrm{nC}/m^3$, $R_1 = 0.5$ m, R_2=0.2 m, $V_M = 27$ Volt.

Esercizio 4 ES.

Un fornello elettrico viene usato per riscaldare un volume di acqua pari a V_a. L' acqua viene portata, in un tempo t^*, dalla temperatura iniziale T_1 alla temperatura di ebollizione. Il fornello è alimentato alla tensione f. Determinare, considerando che il riscaldamento avviene alla pressione atmosferica:

a) la resistenza del fornello $R =$ ________

Sapendo inoltre il costo di 1 kWh, determinare:

b) il costo in euro di questo processo $euro =$ ________

Dati: $V_a = 2$ litri, $t^* = \frac{1}{20}$ ora, $T_1 = 20°$C, $f = 220$ volt, Costo di 1 kWh = 0.15 euro.
Calore specifico dell' acqua: $c_S = 4186$ J/kg/K oppure 1 kcal/kg/^oC. Densità dell' acqua: 10^3 kg/m^3

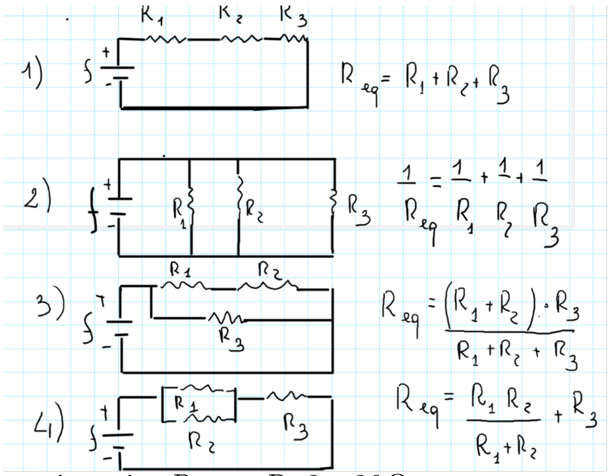
Soluzioni Secondo Esonero

Soluzione Esercizio 1.

Il conduttore in basso risente del campo magnetico, dato dalla formula di Biot-Savart, generato dal conduttore in alto. La forza che il campo esercita sul conduttore in basso, data dalla seconda formula di Laplace, deve bilanciare la forza di gravità diretta verso il basso. Soluzione:
La forza per unità di lunghezza, uguale e opposta alla forza di gravità, è diretta verso l'alto e vale $\frac{F_{AB}}{l} = mg/l = \lambda g = 2.94 \cdot 10^{-4}$ N/m.
a) Affinchè F_{AB} sia diretta verso l'alto, i due conduttori devono attrarsi e quindi la corrente i_B deve essere concorde ad i_A. Si ha: $\mu_0\, i_A\, i_B/(2\pi D) = F/l = \lambda g$, da cui esplicitando rispetto a i_B: $i_B = \lambda g 2\pi\, D\,/(\mu_0 i_A)$= 19.6 A.
b) Il campo fra i due conduttori è dato dalla risultante dei 2 campi B_A e B_B, entrambi ortogonali al piano dei conduttori ma diretti in verso opposto. Il modulo del campo risultante vale quindi: $B = \frac{\mu_0}{2\pi}[\frac{i_B}{D/2} - \frac{i_A}{D/2}]$=$1.9 \cdot 10^{-5}$ T. Se si è preso asse z con versore uscente dal piano dei 2 conduttori, il vettore B sarà concorde a questo, $\vec{B} = 1.9 \cdot 10^{-5} \hat{z}$ T.

Soluzione Esercizio 2.

a) Le 4 possibili configurazioni sono mostrate in figura e hanno rispettivamente resistenze equivalenti pari a:



Tutte in serie: $R_{eq1} = R \cdot 3$= 36 Ω.
Tutte in parallello: $R_{eq2} = \frac{R}{3} = 4\,\Omega$.
Due in serie con la terza in parallelo ad entrambe: $R_{eq3} = \frac{(R_1+R_2)\cdot R_3}{R_1+R_2+R_3}$= 8 Ω
Due in parallelo fra loro con la terza in serie ad entrambe: $R_{eq4} = R_{12} + R_3 = 18\Omega$, dove $R_{12} = \frac{R}{2}$
b) La corrente nel circuito, e anche nella resistenza R_1, vale $i = \frac{f}{3R} = \frac{1}{3}$=0.33 ampere e la potenza dissipata su R_1 vale $P_1 = R_1\, i^2$= 1.33 watt.

Soluzione Esercizio 3.

Prendiamo il sistema di riferimento (asse x) con l'origine nel centro della sfera di raggio R_1 e diretto verso la sfera di raggio R_2. I volumi delle due sfere valgono rispettivamente $V_1 = 0.523$ m^3 e $V_2 = 0.0335$ m^3 e le cariche complessive $Q_1 = 3$ nC e Q_2=6 nC.
Il punto M risulta esterno ad entrambe le sfere, per la condizione data. Il campo elettrico generato da ciascuna sfera è uscente rispetto alla posizione della distribuzione di carica, essendo entrambe le sfere cariche positivamente. Con il riferimento scelto, pertanto, nel punto di mezzo fra le due sfere, indicando $d = D/2$, avremo:
a) $V_{D/2} = k_0 \times (\frac{Q_1}{d} + \frac{Q_2}{d})$. Da cui:
$d = k_0 \times (\frac{Q_1}{V_{D/2}} + \frac{Q_2}{V_{D/2}}) =$
$9 \times 10^9 \times (\frac{3}{27} + \frac{6}{27}) \times 10^{-9} =$
$9 \times \frac{9}{27} = 3$ m. Da cui $D = 6$ m.

b) Il campo nel centro della sfera di raggio R_2 è dovuto alla sola sfera di raggio R_1 (essendo nullo quello da lei stessa generato nel centro). Dunque:
$\vec{E}_2 = k_0 \frac{Q_1}{D^2}\,\hat{x} = (9 \times 10^9) \times (\frac{3}{36}) \times 10^{-9}\hat{x} = 0.75\ \hat{x}$ V/m;

Soluzione Esercizio 4.

a) Il calore assorbito dall'acqua è pari a $Q = c_{H_2O}\, m_{H_2O}\,(T_{eboll} - T_0) = 6.70\ \cdot 10^6$ Joule, dove $m_{H_{2o}} = \rho_{H_{2o}} V\ = 2$ kg è la massa dell'acqua e $c_{H_{2o}}\ = 4186\,\mathrm{J/(kg}\,K)$ è il suo calore specifico. La potenza dissipata dal fornello è dunque pari a $P = Q/t = c_{H_{2o}}\, m_{H_{2o}}\,(T_{eboll} - T_0)/t = 2.23$ kW.
La resistenza R del fornello è legata alla potenza dissipata e alla differenza di potenziale secondo la formula $P = \Delta V^2/R$, dunque vale: $R = \Delta V^2/P = 21.7\,\Omega$.

b) Ricordando che 1kWh $= 3.6 \cdot 10^6$ J l'energia spesa in questo processo è pari a $Q = 0.19$ kWh, da cui segue che il costo vale $0.15 \times Q$[kWh] $= 0.028$ euro