Facoltà di Farmacia e Medicina - A.A. 2012-2013
16 Luglio 2013 – Scritto di Fisica

Corso di Laurea: Laurea Magistrale in FARMACIA

Nome: **Cognome:**

Matricola **Aula:**

Canale: **Docente:**

Riportare sul presente foglio i risultati numerici trovati per ciascun esercizio.
Nell'elaborato riportare le soluzioni in formato sia alfanumerico che numerico.

Esercizio 1

Un blocco di massa $m_1 = 2.0\,\text{kg}$, posto su un piano orizzontale liscio, è inizialmente vincolato in modo da comprimere di $30\,\text{cm}$ una molla di massa trascurabile e costante elastica $k = 600\,\text{N/m}$. Successivamente il blocco viene rilasciato. Esso scorre lungo il piano orizzontale fino a raggiungere un tratto di piano inclinato di un angolo $\alpha = 30°$ rispetto all'orizzontale, lungo il quale sale. Determinare:

a) il modulo della velocità del blocco non appena questo si stacca dalla molla $v_0 =$ __________
b) la quota massima raggiunta dal blocco sul piano inclinato nelle due situazioni:
b_1) il piano inclinato è anch'esso privo di attrito $h_1 =$ __________
b_2) il coefficiente di attrito dinamico tra blocco e piano inclinato è $\mu_D = 0.20$ $h_2 =$ __________
c) il lavoro compiuto da ciascuna delle forze che agiscono sul blocco, dall'istante in cui esso si stacca dalla molla fino a quello in cui raggiunge la quota massima, nelle due situazioni b_1) e b_2) $=$ __________
d) il tempo impiegato dal blocco per raggiungere la quota massima lungo il piano inclinato nella situazione b_1) (assenza di attrito) $t_{max} =$ __________

Esercizio 2

Una macchina di Carnot lavora fra una sorgente A a temperatura $T_A = 600°\text{C}$ e una sorgente B a temperatura $T_B = 0°\text{C}$ realizzata con ghiaccio fondente. Si osserva che il ghiaccio fonde al ritmo di $6.0\,\text{g/s}$. Si ricorda che il calore latente di fusione del ghiaccio vale $\lambda_{FUS} = 80\,\text{cal/g}$. Determinare:

a) il rendimento della macchina $\eta =$ __________
b) la potenza generata dalla macchina $P =$ __________
c) il calore ceduto dalla sorgente a temperatura T_A nell'intervallo di tempo $\Delta t = 10$ minuti, durante il quale la macchina compie 800 cicli. $Q_A =$ __________
d) la variazione di entropia dopo 10 minuti delle sorgenti A e B e dell'universo (macchina+sorgente A+sorgente B) $\Delta S_A, \Delta S_B, \Delta S_{univ} =$ __________

Esercizio 3

Due sfere conduttrici di raggio $R_1 = 10\,\text{cm}$ e $R_2 = 40\,\text{cm}$ vengono poste con i centri a distanza $D = 3.0\,\text{m}$ e caricate con carica rispettivamente $Q_1 = 1.5\,\text{nC}$ e $Q_2 = 3.0\,\text{nC}$. Trascurando gli effetti di mutua induzione, determinare:

a) il valore del campo elettrico, in modulo direzione e verso, nel punto equidistante dai due centri lungo la loro congiungente $\vec{E}_{D/2} =$ __________

Le sfere vengono poi collegate con un filo conduttore di resistenza e sezione trascurabili. In questa situazione, considerando il sistema isolato, determinare:

b) il rapporto delle cariche presenti sulle due sfere $R_Q =$ __________
c) il rapporto delle densità di carica sulla superficie delle due sfere $R_\sigma =$ __________

Soluzione Esercizio 1

Il moto si svolge inizialmente su un piano orizzontale privo di attrito. Indichiamo con Δx la compressione iniziale della molla.

a) L'energia potenziale della molla si trasferisce alla massa, nel momento in cui questa viene rilasciata. Per la conservazione dell'energia meccanica:
$k\Delta x^2/2 = m_1 v_0^2/2$, da cui $v_0 = \sqrt{\frac{k\Delta x^2}{m_1}} = \sqrt{\frac{600\times 0.3^2}{2}}$ m/s = 5.2 m/s.

b) La massima quota sul piano inclinato viene raggiunta quando il blocco m_1, che inizia a salire sul piano inclinato con velocità v_0, si ferma.

b_1) In assenza di attrito sul piano inclinato possiamo usare la conservazione dell'energia meccanica tra l'istante in cui il blocco inizia a salire sul tratto inclinato e quello in cui raggiunge la quota massima. Si ha: $0 = \Delta E_k + \Delta U = -m_1 v_0^2/2 + m_1 g h_1$, dove E_k è l'energia meccanica e con U si è indicata l'energia potenziale gravitazionale. Segue: $h_1 = v_0^2/2g = k\Delta x^2/(2gm_1) = 1.4$ m.

b_2) In questo caso possiamo usare il teorema dell'energia cinetica, tenendo conto che la variazione dell'energia cinetica del blocco è dovuta al lavoro (negativo) della forza di attrito. Indicando con s_2 lo spostamento del blocco sul piano inclinato quando esso ha raggiunto la quota massima h_2, avremo: $-\mu_d m_1 g \cos\alpha\, s_2 = L_{att} = \Delta E_k + \Delta U = -m_1 v_0^2/2 + m_1 g h_2$. Essendo $s_2 = h_2/\sin\alpha$, si ricava: $h_2 = (v_0^2/2g)\sin\alpha/(\sin\alpha + \mu_d\cos\alpha) = 1.0\,\text{m}$.

Gli stessi risultati per h_1 e h_2 si possono ricavare risolvendo la cinematica, tenedo conto che il moto del blocco lungo il piano avviene con accelerazione costante $a_1 = -g\sin\alpha = -4.9\,\text{m/s}$ (caso senza attrito) e $a_2 = -g(\sin\alpha + \mu_D\cos\alpha) = -6.6\,\text{m/s}$ (caso con attrito).

c) Le uniche forze che compiono lavoro sul blocco sono la forza peso e quella di attrito (nel caso b_2)). Nel caso b_1) senza attrito il lavoro della forza peso è $L_{peso1} = -m_1 g h_1 = -1/2 m_1 v_0^2 = -1/2\times 2.0\times 5.2^2$ J = - 27 J. Nel caso b_2) con attrito il lavoro della forza peso è $L_{peso2} = -m_1 g h_2 = -20\,\text{J}$, mentre il lavoro della forza di attrito è $L_{att} = -\mu_D m_1 g s_2\cos\alpha = -\mu_D m_1 g h_2\cos\alpha/\sin\alpha = -6.9\,\text{J}$. Il lavoro della forza di attrito poteva anche essere ricavato dall teorema dell'energia cinetica, notando che $\Delta E_k = L_{peso2} + L_{att}$.

d) Il tempo impiegato dal blocco a raggiungere la quota massima h_1 (situazione senza attrito) si può calcolare risolvendo la cinematica sapendo che l'accelerazione del blocco, $a_1 = -g\sin\alpha$, è costante. Si ha: $v(t) = v_0 + a_1 t$; nell'istante t_{max} in cui il blocco è fermo $v(t_{max}) = 0$ da cui segue $t_{max} = -v_0/a_1 = \sqrt{k/m_1}\Delta x/g\sin\alpha = 1.1\,\text{s}$.

Soluzione Esercizio 2

La temperatura delle due sorgenti va riportata in Kelvin, per tutti i calcoli seguenti. Pertanto: $T_A = (600 + 273.15)$ K = 873.15 K, temperatura della sorgente "calda", e $T_B = (0 + 273.15)$ K = 273.15 K, temperatura della sorgente "fredda".

a) Il rendimento della macchina di Carnot è dato da: $\eta = 1 - \frac{T_B}{T_A} = 1 - \frac{273.15}{873.15} = 0.69$

b) Per calcolare la potenza generata dalla macchina possiamo usare:
$P = dL/dt = dQ_C/dt - d|Q_F|/dt$
dove $d|Q_F|/dt = \lambda_{FUS}\cdot dm_G/dt = 80\times 6.0$ cal/s = 0.48 kcal/s = 2.0 J/s = 2.0 kW, avendo indicato con $dm_G/dt = 6.0\,\text{g/s}$ il ritmo di fusione del ghiaccio.
Per una macchina di Carnot si ha inoltre: $Q_C/Q_F = T_C/T_F$, da cui segue:
$dQ_C/dt = (T_C/T_F)dQ_F/dt = 2010\frac{873.15}{273.15}$ W = 6.4 kW = 1.5 kcal/s.
Dunque: $P = dQ_C/dt - d|Q_F|/dt =$ (6424-2010) W = 4.4 kW = 1.1 kcal/s.
Avremmo anche potuto usare: $P = \eta\cdot dQ_C/dt = 0.687\times 6424 = 4.4$ kW.

c) In $\Delta t = 10\,\text{minuti}$ il calore ceduto dalla sorgente A è dato da:
$Q_A = dQ_C/dt \times \Delta t = 6424\times 600\,\text{J} = 3.9\times 10^6\,\text{J}$.

d) Le sorgenti A e B hanno temperatura costante. In $\Delta t = 10\,$minuti la prima cede il calore $Q_A = dQ_C/dt \times \Delta t$, mentre la seconda assorbe il calore $Q_B = d|Q_F|/dt \times \Delta t = 2010 \times 600\,\mathrm{J} = 1.2 \times 10^6\,\mathrm{J}$. La variazione di entropia della sorgente A, in 10 minuti, è data da:
$\Delta S_A = -Q_A/T_A = -\frac{3.85\times10^6}{873.15}\,\mathrm{J/K} = -4.4\,\mathrm{kJ/K}$ (negativa perchè la sorgente cede il calore Q_A).
La variazione di entropia della sorgente B è data da:
$\Delta S_B = +Q_B T_B = \frac{1.21\times10^6}{273.15}\,\mathrm{J/K} = 4.4\,\mathrm{kJ/K}$ (positiva perchè la sorgente assorbe il calore Q_B).
La viariazione dell'entropia dell'universo è nulla perchè la macchina compie una trasformazione reversibile. Per verificare questo risultato possiamo notare che la variazione della macchina lungo un numero intero di cicli è nulla, e le variazioni di entropia delle due sorgenti sono uguali e opposte:
$\Delta S_{univ} = \Delta S_A + \Delta S_B + \Delta S_{macchina} = -4.4 + 4.4 + 0$ kJ/K= 0 J/K.

<u>Soluzione Esercizio 3</u>

a) Prendiamo il sistema di riferimento (asse x) con l'origine nel centro della sfera numero 1 e diretto verso la sfera numero 2. Il campo elettrico generato da ciascuna sfera è uscente rispetto alla posizione della distribuzione di carica, essendo entrambe le sfere cariche positivamente. Con il riferimento scelto, pertanto, nel punto di mezzo fra le due sfere, indicando $d = D/2 = 1.5$ m, avremo:
$\vec{E}_1 = k_0 \frac{Q_1}{d^2}\hat{x} = 6.0\,\hat{x}\,\mathrm{V/m}$;
$\vec{E}_2 = -k_0 \frac{Q_2}{d^2}\hat{x} = -12\,\hat{x}\,\mathrm{V/m}$.
Dunque:
$\vec{E}_{D/2} = k_0 \frac{Q_1 - Q_2}{d^2}\hat{x} = 9\times10^9 \frac{(1.5-3)\times10^{-9}}{1.5^2}\,\hat{x}$ V/m $= -\frac{9\times1.5}{2.25}\,\hat{x}$ V/m $= -6.0\,\hat{x}$ V/m.

b) Quando le due sfere vengono unite con il filo conduttore, di resistenza e sezione trascurabili, la carica complessiva $Q_1 + Q_2$ si ridistribuisce per rendere equipotenziale la superficie del conduttore così formato. Pertanto, indicando con Q_{11} e Q_{22} le cariche sulle sfere nella nuova situazione:
$V_1 = k_0 \frac{Q_{11}}{R_1} = V_2 = k_0 \frac{Q_{22}}{R_2}$. Da cui si ha: $R_Q = \frac{Q_{11}}{Q_{22}} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{10}{40} = 0.25$.

c) Le densità di carica sono date da:
$\sigma_1 = \frac{Q_{11}}{4\pi R_1^2}$ e $\sigma_2 = \frac{Q_{22}}{4\pi R_2^2}$. Il loro rapporto pertanto è dato da:
$R_\sigma = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{Q_{11}}{R_1^2} \times \frac{R_2^2}{Q_{22}}$ e , usando la relazione trovata prima per il rapporto fra le cariche, si ha:
$R_\sigma = \frac{R_2}{R_1} = 4.0$.