Prova di esame corso di Fisica
A.A. 2023-2024 19 Luglio 2024 –
Secondo COMPITO di ESONERO

Corso di Laurea: **Ingegneria Gestionale, Sapienza. Canale 1**

Nome: **Cognome:**

Matricola: **Aula:**

RIPORTARE tutti i risultati anche sul presente foglio. Usare 3 o 4 cifre significative.
(sbarrare se non svolti/indicare se svolti in parte).
TUTTE le risposte vanno MOTIVATE, con equazioni e/o spiegazioni

Esercizio 1 ESONERO

In un contenitore cilindrico di raggio R e altezza H, posto in posizione verticale su di un piano orizzontale e pieno di acqua. Sulla sua superficie laterale viene fatto un foro circolare di raggio $r = 0.25\,\text{cm} \ll R$ ad una altezza $h = H/2$ dalla base. Sapendo che lo zampillo d'acqua tocca il piano ad una distanza $d = 100$ cm dal cilindro, determinare:

a) L'altezza del contenitore cilindrico. $H =$ ________

Supponiamo ora una seconda situazione in cui, a parità di tutte le altre condizioni, sappiamo che la velocità con la quale l' acqua esce dal foro vale in modulo $v_f = 3.10$ m/s
(Nota: non potete usare questo valore per rispondere alla domanda precedente)
Nel punto in cui lo zampillo tocca il piano si mette una vaschetta di volume pari a 1.25 litri.
Determinare:

b) quanto tempo occorre aspettare affinchè la vaschetta si riempia d'acqua $\Delta t =$ ________

Poichè il diametro del foro è molto piccolo rispetto a quello del cilindro, si consideri il livello dell'acqua nel contenitore cilindro constante.

Esercizio 2 ESONERO

Una macchina termica lavora fra due sorgenti a temperatura 200°C e 600°C, con un rendimento che è il 75% del corrispondente rendimento di una macchina di Carnot. La macchina produce una potenza di 1 MW.
Determinare:

a) la quantità di calore ceduta in un minuto alla sorgente fredda; $Q_F =$ ________
b) la variazione di entropia della sorgente calda in un minuto. $\Delta S =$ ________

Esercizio 3 ESONERO

Sia n il numero di moli di un gas perfetto che si trovano in uno stato termodinamico A caratterizzato dal volume V_A= 4.00 cm^3. Al gas viene fornito calore $Q_V = 3.50$ J a volume costante e si osserva che la sua pressione aumenta di 8.00 atm. In questa trasformazione la temperatura del gas aumenta di 20 K. Determinare:

a) la variazione di energia interna del gas $\Delta U =$ __________

Supponiamo ora che al gas, nello stesso stato termodinamico A di partenza, venga fornito del calore Q_P a pressione costante in modo da avere lo stesso incremento di temperatura del caso precedente. Determinare:

b) il calore fornito al gas in questo caso $Q_P =$ __________

Si ricorda che R =8.315 J/(mol K)=0.082 (l atm)/(mol K)=1.987 cal/(mol K).

Esercizio 4 ESONERO

Un protone si trova inizialmente in quiete a una distanza pari a 40 mm da un filo rettilineo carico e di lunghezza infinita.
Il campo elettrico del filo compie un lavoro pari a 5×10^{-15} J per portare il protone dalla distanza iniziale alla distanza di 20 mm dal filo stesso.
Determinare:

a) la velocità del protone quando si trova alla distanza di 20 mm dal filo; $V_P =$ __________
b) la densità lineare di carica del filo $\lambda =$ __________

Si ricorda che la carica del protone vale $e = 1.6 \times 10^{-19}$ C e la sua massa vale $m_p = 1.67 \times 10^{-27}$ kg.
Si ricorda che il valore della costante dielettrica del vuoto vale $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} F/m$

Prova di esame corso di Fisica
A.A. 2023-2024 19 Luglio 2024 –
COMPITO scritto A

Corso di Laurea: **Ingegneria Gestionale, Sapienza. Canale 1**

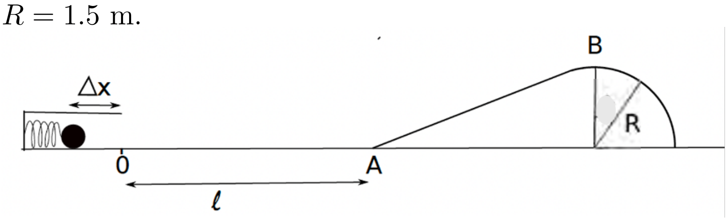
Nome: **Cognome:**

Matricola: **Aula:**

RIPORTARE tutti i risultati anche sul presente foglio. Usare 3 o 4 cifre significative.
(sbarrare se non svolti/indicare se svolti in parte).
TUTTE le risposte vanno MOTIVATE, con equazioni e/o spiegazioni

Esercizio 1 A

Un punto materiale di massa $m = 0.4$ kg viene appoggiato ad una molla di costante elastica $K = 500$ N/m, che viene compressa di una lunghezza Δx rispetto alla sua lunghezza a riposo (come mostrato in figura). Al tempo $t = 0$ la molla scatta e il punto materiale perde il contatto con essa quando questa si riporta alla sua lunghezza a riposo (punto 0 della figura). Inizia dunque a muoversi su un piano orizzontale scabro di lunghezza $l = 0.5$ m (non ci sta attrito fra il piano e la massa m fino al punto 0) e caratterizzato da un coefficiente di attrito dinamico $\mu_D = 0.6$. Il punto materiale m arriva in A, dove incontra una pista liscia composta da un piano inclinato raccordato ad un semicerchio di raggio $R = 1.5$ m.



Determinare:

a) il valore minimo della compressione iniziale della molla tale che la massa m arrivi appena a raggiungere il punto B indicato in figura Δx_{min} = __________

b) il valore della compressione iniziale della molla tale che la massa m raggiunga il punto B, ma (a differenza di prima) mantenendo il contatto con la guida circolare Δx_{max} = __________

Esercizio 2 A

Una macchina termica lavora fra due sorgenti a temperatura 200°C e 600°C, con un rendimento che è il 75% del corrispondente rendimento di una macchina di Carnot. La macchina produce una potenza di 1 MW.

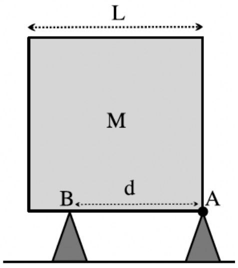
Determinare:

a) la quantità di calore ceduta in un minuto alla sorgente fredda; Q_F = __________

b) la variazione di entropia della sorgente calda in un minuto. ΔS = __________

Esercizio 3 A

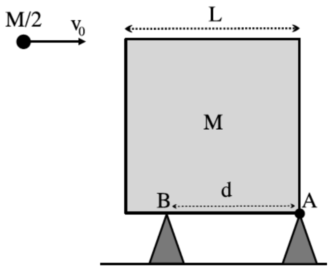
Un corpo rigido di forma quadrata di lato $L = 30.0$, cm spessore trascurabile e massa $M = 1.00$ kg, si trova poggiato su due cunei A e B che distano tra loro $d = 20.0$ cm, come mostrato in figura. Tramite una cerniera il corpo può ruotare senza attrito attorno ad un asse perpendicolare al piano del disegno e passante per il punto A. Il corpo rigido giace su di un piano verticale (ossia va considerata la gravità) e si trova in equilibrio statico.



Determinare:

a) le componenti verticali delle reazioni vincolari dei due perni A e B $\qquad R_A, R_B =$ __________

In seguito, un proiettile puntiforme di massa $m = \frac{M}{2}$ e velocità orizzontale $V_0 = 10$ m/s si conficca sull'angolo del corpo rigido opposto ad A (vedete la seconda figura).
Sapendo che il momento di inerzia del solo corpo rigido rispetto ad un asse perpendicolare al piano del quadrato e passante per il punto A è pari a $I_{quadrato} = \frac{2}{3} M\, L^2$,



determinare:

b) la velocità angolare con cui si mette in rotazione il sistema subito dopo l' urto. $\omega_0 =$ __________

Esercizio 4 A

Un protone si trova inizialmente in quiete a una distanza pari a 40 mm da un filo rettilineo carico e di lunghezza infinita.
Il campo elettrico del filo compie un lavoro pari a 5×10^{-15} J per portare il protone dalla distanza iniziale alla distanza di 20 mm dal filo stesso.
Determinare:

a) la velocità del protone quando si trova alla distanza di 20 mm dal filo; $\qquad V_P =$ __________
b) la densità lineare di carica del filo $\qquad \lambda =$ __________

Si ricorda che la carica del protone vale $e = 1.6 \times 10^{-19}$ C e la sua massa vale $m_p = 1.67 \times 10^{-27}$ kg.
Si ricorda che il valore della costante dielettrica del vuoto vale $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} F/m$

Prova di esame corso di Fisica
A.A. 2023-2024 19 Luglio 2024 –
COMPITO scritto B

Corso di Laurea: **Ingegneria Gestionale, Sapienza. Canale 1**

Nome: **Cognome:**

Matricola: **Aula:**

RIPORTARE tutti i risultati anche sul presente foglio. Usare 3 o 4 cifre significative.
(sbarrare se non svolti/indicare se svolti in parte).
TUTTE le risposte vanno MOTIVATE, con equazioni e/o spiegazioni

Esercizio 1 B

Sia data una cavità scabra, con profilo sferico di raggio R e bloccata sul pavimento. Su questa viene appoggiata una piccola sfera omogenea, di massa $m = 0.50$ kg e raggio $r = 0.50$ m. La sfera si trova inizialmente in quiete, col suo centro a quota $h = 1.20$ m rispetto al fondo della cavità scabra.
La situazione è mostrata in figura.

Determinare:

a) la massima velocità, in m/s, raggiunta dal centro della sfera, una volta lasciata libera di muoversi, sapendo che il suo moto risulta di puro rotolamento $V_{max} =$ __________

Nella stessa situazione iniziale, ma sostituendo la sfera con una massa identica e puntiforme (dunque $r = 0$), determinare:

b) la massima velocità raggiunta dalla massa m, una volta lasciata libera di muoversi, sapendo che il lavoro complessivo svolto dall' attrito su essa vale $L_{attr} = -3.00$ joule, $v_{max} =$ __________

Si ricorda che il momento di inerzia di una sfera uniforme di raggio r e massa m, rispetto al suo centro di massa, vale $I_{CM} = \frac{2}{5} m\, r^2$.

Esercizio 2 B

Sia n il numero di moli di un gas perfetto che si trovano in uno stato termodinamico A caratterizzato dal volume V_A= 4.00 cm^3. Al gas viene fornito calore $Q_V = 3.50$ J a volume costante e si osserva che la sua pressione aumenta di 8.00 atm. In questa trasformazione la temperatura del gas aumenta di 20^{o}C . Determinare:

a) la variazione di energia interna del gas $\Delta U =$ __________

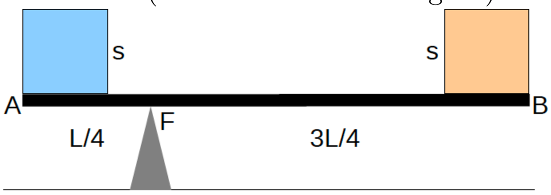
Supponiamo ora che al gas, nello stesso stato termodinamico A di partenza, venga fornito del calore Q_P a pressione costante in modo da avere lo stesso incremento di temperatura del caso precedente. Determinare:

b) il calore fornito al gas in questo caso $Q_P =$ __________

Si ricorda che R =8.315 J/(mol K)=0.082 (l atm)/(mol K)=1.987 cal/(mol K).

Esercizio 3 B

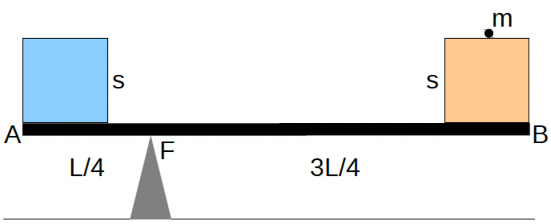
Una bilancia è costituita da un' asta rigida di massa e spessore trascurabili e di lunghezza L=0.60 m. La situazione è mostrata nella prima figura, dove si vede che $L = \bar{AB}$. L' asta è posata su un cuneo fisso, posto in F, e la distanza $\bar{AF}$ vale $\frac{L}{4}$.
Alle due estremità dell' asta sono fissati due cubi omogenei entrambi di lato s = 0.100 m. Le loro masse sono differenti e si ha che $M_A > M_B$.
I centri di massa dei cubi ed il fulcro F giacciono sullo stesso piano verticale. Il cubo A è costituito da un materiale di densità ρ_A= 2700 kg/m^3 ed il sistema si trova in equilibrio con l'asse AB in posizione orizzontale (riferitevi anche alla figura).



Determinare:

a) la densità del cubo B $\rho_B =$ __________

Successivamente viene posata una massa puntiforme m =0.050 kg al centro di una faccia del cubo B, come mostrato nella seconda figura.
Ai soli fini di rispondere a questa seconda domanda, si supponga di conoscere il momento di inerzia di tutto il sistema (senza la massa m appoggiata) rispetto al fulcro in F e che questo valga I_F = 0.150 kg*m^2.



Determinare:

b) l' accelerazione angolare iniziale (ossia subito dopo aver posato la massa m sul cubo B) di tutto il sistema $\alpha =$ __________

Esercizio 4 B

Due sfere conduttrici di raggio R_A = 10.0 cm e R_B = 40.0 cm vengono poste con i loro centri a distanza D = 3.00 m e caricate rispettivamente con cariche di valori pari a Q_A = 1.5 nC e Q_B = 3.0 nC. Determinare :

a) il valore del campo elettrico complessivo, in modulo direzione e verso, nel punto equidistante dai due centri lungo la loro congiungente $\vec{E} =$ __________

Le due sfere vengono successivamente collegate con un filo conduttore di resistenza e sezione trascurabili. In questa situazione, considerando il sistema isolato, e trascurando l' eventuale accumulo di cariche lungo il filo, determinare:

b) il rapporto fra le densità di carica presenti sulla superficie delle due sfere $\frac{\sigma_A}{\sigma_B} =$ __________

Trascurare (in tutto lo svolgimento dell' esercizio) gli effetti di induzione elettrostatica di ciascuna sfera sull' altra.

Soluzioni Esercizi

Soluzione Esercizio 1 ESONERO

L'altezza a cui viene praticato il foro è $h = H/2$.
a) Il teorema di Bernoulli applicato al punto di fuoriscita dello zampillo e alla superficie superiore del contenitore cilindrico implica:

$$\frac{1}{2}v_F^2\rho + g\rho h + p_{atm} = g\rho H + p_{atm}$$

dove ρ è la densità dell'acqua e p_{atm} è la pressione atmosferica. La velocità con cui il livello dell'acqua scende nel cilindro è piccola (essendo $r \ll R$) ed è stata trascurata, come richiesto dall'enunciato. Segue $v_F = \sqrt{2gH/2}$. La traiettoria dello zampillo è parabolica e si ricava risolvendo il moto di caduta libera con velocità iniziale orizzontale v_F. Scegliendo un sistema di riferimento cartesiano $\hat{x}\hat{y}$ si ha

$$\begin{cases} a_y = -g \\ a_x = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} v_y = -gt \\ v_F \end{cases} \qquad \begin{cases} y = -g\dfrac{t^2}{2} + h \\ x = v_F t \end{cases}$$

La traiettoria parabolica dello zampillo è dunque $y = h - gx^2/(2v_F^2)$. Sostituendo l'espressione di v_F ottenuta in precendenza con il teorema di Bernoulli si trova $H = d/(2\sqrt{1/4})$.
O anche: $d = v_F \times t_T$, con t_T il tempo che l' acqua impiega a toccare terra. Inoltre: $H/2 = 1/2\, g\, t_T^2$. Da cui: $t_T = \sqrt{\frac{H}{g}}$ e $d = v_F \times \sqrt{\frac{H}{g}}$. Uguagliando: $v_F = \sqrt{2gH/2}$=$d \times \sqrt{\frac{g}{H}}$ si trova $H = d$, identico a quanto fatto prima. Da cui, $H = d = 1.0\,\mathrm{m}$.

b) Supponiamo ora che v_F valga 3.1 m/s (che oltretutto è anche il valore che verrebbe facendo i conti..).
La portata dello zampillo è $Q = v_F(\pi r^2)$, = 0.0609 litri/s=6.09×10^{-5} m^3/s. Il tempo necessario per riempire la vaschetta è $\Delta t = V/Q$, da cui segue $\Delta t = 20.5$ s.

Soluzione Esercizio 2 ESONERO e Esercizio 2 compito A

Il rendimento della macchina di Carnot fra le due temperature $T_F = 200°$C e $T_C = 600°$C, è $\eta = 1 - T_F/T_C = 1 - 473.15/873.15$ =0.458.
a) Il rendimento della macchina termica reale è dunque: $\eta_t = 0.75 \cdot \eta$=0.344.
Ricordando che se L è il lavoro svolto dalla macchina termica in un tempo Δt, $P = L/\Delta t = \eta_t Q_C/\Delta t = (Q_C - |Q_F|)/\Delta t$, si ha che $|Q_F|/\Delta t = (1 - \eta_t)\, P/\eta_t = 1.91$ MW;
In un minuto $|Q_F|$=1.91 × 60 MJ=114.6 MJ
Q_F negativo in quanto calore ceduto dalla macchina alla sorgente.
b) $Q_C/\Delta t = \frac{P}{\eta_t}$= 2.91 MW. E quindi in un minuto: $Q_C = 174.6$ MJ.
Pertanto la variazione di entropia della sorgente calda in un minuto è data da:
$\Delta S = -\frac{Q_C}{T_C} = -\ 0.20$ MJ/K, negativa in quanto la sorgente calda cede calore alla macchina termica.

Soluzione Esercizio 3 ESONERO e Esercizio 2 compito B

a) Si tratta di una trasformazione isocora e pertanto la variazione di energia interna coincide con il calore fornito al gas: $\Delta U = Q_V = 3.50$ J.
b) Il calore Q_p si ricava dal primo principio della termodinamica.
Serve calcolare il numero di moli n, che si ricava dalle legge dei gas perfetti, nella prima trasformazione (a volume costante):
$n = \frac{V\Delta p}{R\Delta T} = \frac{4\cdot 10^{-3}\cdot 8}{0.082\cdot 20} = 0.0195$ (i valori usati sono litri ed atmosfere)
Il lavoro L fatto dal gas nella trasformazione isobara vale
$p\Delta V = -nR\Delta T = 0.0195 \cdot 8.31 \cdot 20 = 3.24$ J

La variazione di energia interna è uguale al calore fornito a volume costante, dato che la variazione di temperatura è la stessa in entrambe le trasformazioni, quindi: $Q_p = L + \Delta U = 3.24 + 3.50 = 6.74$ J.

Soluzione Esercizio 4 ESONERO e 4 compito A

a) $\frac{1}{2}mv^2 = L$; $v = \sqrt{(2L/m)} = 2.45 \times 10^6$ m/s.
b) Il campo elettrico di un filo infinito può essere calcolato con il teorema di Gauss: il campo ha direzione radiale, uscente dal filo o entrante verso il filo se esso è carico positivamente o negativamente e ha modulo $E = \lambda/(2\pi\epsilon_0 r) = 2k\lambda/r$ con λ densità lineare di carica;
$L = \int_{r_1}^{r_2} eEdr = e\lambda/(2\pi\varepsilon_0)\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r} = e\lambda/(2\pi\varepsilon_0)\ln(r_2/r_1)$
$\lambda = -2\pi\varepsilon_0 L/(e\ln 2) = -L/(2ke\ln 2) = -2.51\mu\text{C/m}$

Soluzione Esercizio 4 compito B

a) Prendiamo il sistema di riferimento (asse x) con l'origine nel centro della sfera A e diretto verso la sfera B.
Il campo elettrico generato da ciascuna sfera è uscente rispetto alla posizione della distribuzione di carica, essendo entrambe le sfere cariche positivamente. Con il riferimento scelto, pertanto, nel punto di mezzo fra le due sfere, indicando $d = D/2 = 1.5$ m, avremo:
$\vec{E}_A = k_0\frac{Q_A}{d^2}\hat{x} = 6.0\,\hat{x}\,\text{V/m}$;
$\vec{E}_B = -k_0\frac{Q_B}{d^2}\hat{x} = -12\,\hat{x}\,\text{V/m}$.
Dunque:
$\vec{E}_{D/2} = k_0\frac{Q_A - Q_B}{d^2}\hat{x} = 9\times 10^9\frac{(1.5-3)\times 10^{-9}}{1.5^2}\,\hat{x}\text{ V/m} = -\frac{9\times 1.5}{2.25}\,\hat{x}\text{ V/m} = -6.0\,\hat{x}\text{ V/m}$.

b) Quando le due sfere vengono unite con il filo conduttore, di resistenza e sezione trascurabili, la carica complessiva $Q_A + Q_B$ si ridistribuisce per rendere equipotenziale la superficie del conduttore così formato. Pertanto, indicando con Q_{11} e Q_{22} le cariche sulle sfere nella nuova situazione:
$V_A = k_0\frac{Q_{11}}{R_1} = V_B = k_0\frac{Q_{22}}{R_2}$. Da cui si ha: $\frac{Q_{11}}{Q_{22}} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{10}{40} = 0.25$.
Le densità di carica sono date da: $\sigma_A = \frac{Q_{11}}{4\pi R_A^2}$ e $\sigma_B = \frac{Q_{22}}{4\pi R_B^2}$. Il loro rapporto pertanto è dato da:
$R_\sigma = \frac{\sigma_A}{\sigma_B} = \frac{Q_{11}}{R_A^2}\times\frac{R_B^2}{Q_{22}}$ e , usando la relazione trovata prima per il rapporto fra le cariche, si ha:
$R_\sigma = \frac{R_B}{R_A} = 4.0$.

Soluzione Esercizio 1 A

a) La minima compressione corrisponde alla situazione in cui la massa arriva nel punto B con velocità nulla (pertanto senza mantenere il contatto con la guida).
$\frac{1}{2}K\,\Delta x_{min}^2 - \mu_D mgl = m\,g\,R$. Da qui si ricava:
$\Delta x_{min} = \sqrt{\frac{2}{K}(m\,g\,R + \mu_D m\,g\,l)}$=0.168 m.
b) Per mantenere il contatto con la guida la massa deve avere in B una velocità non nulla tale che sia soddisfatta la seguente relazione: $R_n - mg = m\frac{v_B^2}{R}$. Imponendo che R_n, la reazione normale della guida, sia nulla (la situazione limite più conservativa) abbiamo che $v_B = \sqrt{g\,R}$=3.86 m/s. Dunque si ha:
$\frac{1}{2}K\,\Delta x_{max}^2 - \mu_D mgl = m\,g\,R + \frac{1}{2}mv_B^2$. Da qui si ricava: $\Delta x_{max} = \sqrt{\frac{2}{K}(\frac{3}{2}\,m\,g\,R + \mu_D m\,g\,l)}$=0.201 m.

Soluzione Esercizio 3 A

a) Scriviamo le condizioni per l'equilibrio statico, prima e seconda equazione cardinale (avendo preso il polo per riferire i momenti delle forze in A). Asse y diretto verso il basso

$Mg - R_A - R_B = 0$ R_A, R_B sono le reazioni vincolari in A e B.
$Mg\,L - R_B\,d = 0$ (i due momenti sono opposti, tendono a far ruotare il corpo M, rispetto ad A, in verso opposto).
Da qui ricaviamo:
$R_B = \frac{Mg\,L}{2\,d}$=7.35 N
$R_A = M\,g - R_B = M\,g - \frac{Mg\,L}{2\,d}$=2.45 N.
b) Nell'urto fra il proiettile e il corpo rigido si conserva il momento della quantità di moto. $\vec{L}_{in} = \vec{L}_{fin}$.
Il momento della quantità di moto del proiettile rispetto al polo, che manteniamo in A attorno a cui il sistema può ruotare, vale: $\vec{r} \times m\vec{V_0}$=$mV_0L$.
Questo è uguale a $I_{TOT}\omega_0$, con $I_{TOT} = I_{quadrato} + m(L\sqrt{2})^2$=
$\frac{2}{3}M\,L^2 + \frac{M}{2}\,(L\sqrt{2})^2$=$\frac{5}{3}ML^2$= 0.150 kg m^2.
Da cui si ricava: $\omega_0 = \frac{MV_0L}{2\,I_{TOT}}$=10 rad/s.

Soluzione Esercizio 1 B

a) La velocità massima viene raggiunta quando la sfera si trova sul fondo della guida circolare, situazione in cui ha energia potenziale minima. Notiamo che h è la quota alla quale, rispetto al fondo, si trova il centro della sfera. La sua minima energia potenziale sarà dunque mgr, con r raggio della sfera. Nel rotolamento puro l'attrito non compie lavoro e dunque l'energia meccanica si conserva. Scriviamo dunque:
$mgh = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} \cdot mr^2\,\omega^2 + \frac{1}{2}mV_0^2 + mgr$, con $V_0 = \omega\,r$.
Abbiamo qui scritto l'energia cinetica come somma di quella di rotazione rispetto al centro del disco e di traslazione del centro di massa rispetto al punto di contatto con la guida. Avremmo anche potuto scrivere la sola energia cinetica di rotazione, riferendoci al punto di contatto con la guida, prendendo il momento di inerzia rispetto a questo (=0.175 kg $\cdot$m^2).
Semplificando e sostituendo si ottiene la velocità del centro del disco: $V_0 = V_{MAX} = \sqrt{\frac{10}{7}\,g\,(h-r)}$=3.13 m/s.
b) Se il corpo è puntiforme la sua quota iniziale sará $h^* = h - r$, quella alla max velocità sarà zero, bisogna considerare il lavoro resistente fatto dall'attrito e solo energia cinetica di traslazione. Pertanto si ha (il lavoro attrito è negativo):
$mg(h-r) + L_{attr} = \frac{1}{2}mv_{max}^2$. Da cui si ricava $v_{max} = \sqrt{\frac{2L_{attr}}{m} + 2g\,(h-r)}$=1.32 m/s.

Soluzione Esercizio 3 B

a) Scriviamo le condizioni per l'equilibrio statico, prima e seconda equazione cardinale (avendo preso il polo per riferire i momenti delle forze nel fulcro F). Asse y diretto verso il basso
$M_Ag + M_Bg - R_F = 0$, con R_F reazione vincolare in F.
$M_Ag\,(\frac{L}{4} - \frac{l}{2}) - M_Bg\,(\frac{3L}{4} - \frac{l}{2}) = 0$. I due momenti sono opposti, tendono a far ruotare il sistema, rispetto ad F, in verso opposto.
Le masse sono pari a $M_A = \rho_A\,l^3$, $M_B = \rho_B\,l^3$.
Per rispondere alla domanda posta serve solamente la seconda (non ci interessa di ricavare la rezione vincolare). Da questa infatti ricaviamo:
$\rho_B = \frac{L-2\,l}{3L-2\,l} \cdot \rho_A$= 675 kg/m^3.
b) quando aggiungiamo la massa m abbiamo un momento dovuto alla forza di gravità agente su questa che produce una variazione nel momento della quantità di moto del sistema: $\vec{M_{ext}} = I_{TOT}\vec{\dot{\omega}}$
I_{TOT} è il momento di inerzia complessivo rispetto al fulcro e vale:$I_{TOT} = I_F + mr^2$
dove $r = \sqrt{s^2 + (\frac{3\,L}{4} - \frac{s}{2})^2}$. Si trova $I_{TOT} = 0.158$ kg m^2.
Inoltre: $M_{ext} = mg(\frac{3\,L}{4} - \frac{s}{2})$. Da qui si ricava:
$\dot{\omega} = \frac{M_{ext}}{I_{TOT}}$= 1.24 rad/s^2.