Corso di Laurea: Ingegneria Gestionale, Sapienza. Canale 1

Nome, Cognome: **Matricola:**

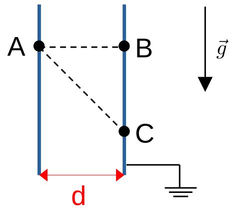
Sett. preferita ORALE:

□ (23-27 giugno) □ (30 giugno-4 luglio) □ (7-11 luglio) □ (ALTRO APPELLO)

RIPORTARE tutti i risultati anche sul presente foglio. Le risposte vanno motivate!

Esercizio 1 Esonero

Una lastra metallica, di superficie S, su cui è disposta una carica Q è posta verticalmente ad una distanza d da una seconda lastra anche essa metallica collegata a terra. Le due lastre sono uguali e parallele, come mostrato in figura. Determinare:



a) la differenza di potenziale tra le due lastre; $\Delta V =$ __________

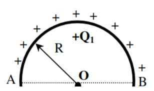
Sulla prima lastra, nella posizione A in figura, viene poggiata in quiete una particella di massa m e carica q_p. Determinare:

b) a che distanza dal punto B, posto alla stessa quota di A come indicato in figura, la particella andrà ad urtare sulla seconda lastra; $D_{BC} =$ __________

Dati: S =1 m^2; $Q = 88.5$ nC; $d = 10$ cm; $m = 0.98$ kg; $q_p = 0.1$ nC.
Il valore della costante dielettrica del vuoto vale $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} F/m$.

Esercizio 2 Esonero

Un anello sottile di raggio R viene caricato per metà con densità di carica uniforme, corrispondente ad una carica complessiva Q_1 positiva. La parte di semianello carica è mostrata in figura. Dopo aver scelto un opportuno sistema di riferimento, determinare:



a) il vettore campo elettrico prodotto nel punto centrale dell' anello O, indicato in figura. $\vec{E}_1 =$ __________

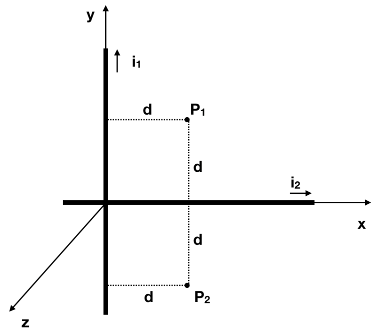
Viene poi depositata una carica negativa, sempre distribuita in modo uniforme, di valore Q_2 nella parte dell' anello che prima non era stata caricata. Determinare:

b) il vettore campo elettrico prodotto sempre nel punto centrale dell' anello O, da entrambe le distribuzioni di carica $\vec{E}_{12} =$ __________

Dati: $R = 10$ cm; $Q_1 = 8$ μC; $Q_2 = -3$ μC;
Il valore della costante dielettrica del vuoto vale $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} F/m$.

Esercizio 3 Esonero

Sono dati due fili rettilinei di lunghezza infinita, complanari ed ortogonali, percorsi dalle correnti i_1 ed i_2. La situazione è indicata in figura.



Determinare:

a) il campo magnetico nel punto P_1, indicato in figura $\vec{B}_1 =$ __________

In un secondo momento si osserva che un elettrone si trova alla velocità v, parallela e concorde con l' asse delle x, nel punto P_2, sempre indicato in figura. Determinare, a questo tempo:

b) la forza che agisce sull' elettrone in P_2 $\vec{F}_2 =$ __________

Dati: $i_1 = 3.5$ A; $i_2 = 5.4$ A; $d = 20$ cm.; $v = 1.2 \times 10^6\,\hat{x}$ m/s
Si ricorda che la massa e la carica di un elettrone valgono rispettivamente $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31}$ kg, $e = -1.6 \cdot 10^{-19}$ C. La permeabilità magnetica del vuoto vale: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Henry/m.

Esercizio 4 Esonero

Una macchina termica avente come fluido termodinamico una mole di gas perfetto monoatomico, esegue il seguente ciclo reversibile:
1) Isobara reversibile dallo stato A avente pressione P_A e volume V_A allo stato B avente volume V_B.
2) Espansione adiabatica reversibile fino ad uno stato C.
3) Compressione isobara reversibile fino ad uno stato D.
4) Compressione adiabatica reversibile fino a tornare allo stato di partenza.
Sapendo che il rendimento della macchina è pari ad η e dopo aver disegnato il ciclo nel piano di Clapeyron, si chiede di determinare:

a) il lavoro complessivo compiuto dal gas nel ciclo $L_{\text{tot}} =$ __________
b) il calore scambiato nella trasformazione CD $Q_{CD} =$ __________

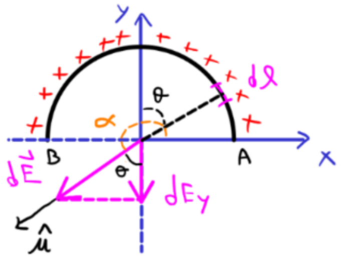
Dati: $P_A = 3$ atm; $V_A = 8$ litri; $V_B = 16$ litri; $\eta = 0.183$
Costante dei gas: $R = 8.31$ J/mol/K $= 0.082$ l*atm/mol/K $= 1.987$ cal/mol/K.

Soluzione Esercizio 1 esonero

a) Le due lastre costituiscono un condensatore piano dal momento che la carica Q presente sulla prima lastra induce una carica $-Q$ su quella collegata a terra. Avremo: $C = \epsilon_0 S/d = 8.85{\times}10^{-11}$ F e $\Delta V = Q/C = 10^3$ V e $E = \Delta V/d = 10^4$ V/m.
b) In un sistema di riferimento con l'asse y parallelo alle lastre e diretto verso il basso, l'asse x perpendicolare alle lastre e diretto dalla prima lastra verso la seconda lastra, e origine nel punto A, le equazioni del moto della particella sono: $y = gt^2/2$ e $x = at^2/2$, con $a = F/m = qE/m$. Il tempo impiegato per colmare la distanza d tra le lastre è dunque $t_f = \sqrt{2d/a} = \sqrt{2dm/qE} = 442.7$ s; da cui la distanza $AB = s = gt_f^2/2 = 9.6{\cdot}10^4$ m.
NOTA: la massa era 0.98 g, non kg come per errore ho riportato. Col valore di massa corretto il risultato sarebbe stato: t=0.14 s e s=9.8 cm.

Soluzione Esercizio 2 esonero

La situazione è schematizzata in figura. Il campo elettrico, rispetto al riferimento indicato, ha solo componente y, negativa. La componente x si annulla per motivi di simmetria. Il campo è la somma dei contributi elementari indicati in figura, con $Q_1 = \lambda_1 \cdot \pi R$. L' angolo θ indicato in figura varia fra $-\pi/2$ e $-+pi/2$.



$$= dE \operatorname{sen}(\underbrace{270° - \theta}_{\alpha}) =$$

$$dE_y = -\, dE \cos(\theta)$$

$$\Rightarrow dE_y = \frac{-1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda_1 d\ell}{R^2}\cos(\theta)$$

LA DISTANZA E' COSTANTE

$$\Rightarrow E_y = -\frac{\lambda_1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{R^2}\int_0^{\pi R} d\ell \cos(\theta) =$$

Si ottiene, integrando con $dl = Rd\theta$, $\lambda_1 = \frac{Q_1}{\pi R} = 2.546 \cdot 10^{-5}$ C/m. La componente y del campo pertanto vale: $E_1 = -k_0\,\frac{2\cdot\lambda_1}{R}$= - 4.584$\cdot 10^6$ V/m.
b) La carica aggiunta, negativa , produce in O un campo elttrico che sull' asse x si annulla, sempre per simmetria, mentre sull' asse y si somma al precedente. Pertanto:
$\lambda_2 = -9.55 \cdot 10^{-6}$ C/m.
$E_2 = -k_0\,\frac{2\cdot\lambda_2}{R} = -1.719 \cdot 10^6$ V/m. E: $E_1 + E_2 = -6.3030 \cdot 10^6$, sull' asse y .

Soluzione Esercizio 3 esonero

a) Il filo percorso da corrente i_1 nel punto P_1 genera un campo magnetico $B_1 = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi d}$ diretto lungo l'asse z ma in verso opposto. ll filo percorso da corrente i_2 nel punto P_1 genera un campo magnetico $B_2 = \frac{\mu_0 i_2}{2\pi d}$ diretto nel verso dell'asse z.

I due vettori hanno quindi la stessa direzione e sono opposti in verso. Il campo magnetico totale e': $B_2 - B_1 = 1.9 \times 10^{-6}$ T, diretto nel verso dell'asse z,

ovvero : $\vec{B_{tot,P1}} = 1.9 \times 10^{-6} \hat{z}$ T

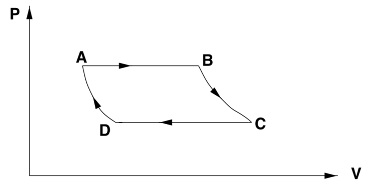
b) Con ragionamento analogo per il punto P_2, il filo percorso da corrente i_1 genera un campo magnetico $B_1 = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi d}$ diretto lungo l'asse z ma in verso opposto, e il filo percorso da corrente i_2 genera un campo magnetico $B_2 = \frac{\mu_0 i_2}{2\pi d}$ anch'esso diretto lungo l'asse z ma in verso opposto. Il campo magnetico totale è dunque $\vec{B}_{tot,P_2} = -8.9 \times 10^{-6} \hat{z}$ T.

Pertanto la forza magnetica che agisce sulla particella è data da $\vec{F_2} = q\vec{v} \times \vec{B}$,

ovvero $F_2 = 1.7 \times 10^{-18}$ N diretta nel verso negativo dell'asse y.

Soluzione Esercizio 4 esonero

Il ciclo termodinamico eseguito dalla macchina termica è il seguente:



Il rendimento di una macchina termica è definito come $\eta = L/Q_a$ dove Q_a è il calore assorbito nel ciclo. Il calore viene assorbito solo nel tratto AB (espansione isobara reversibile):

$Q_a = Q_{AB} = nC_P(T_B - T_A)$

$T_A = P_A V_A/(nR) = 3 \times 8 \times 101/(1 \times 8.314) = 291.6$ K

$T_B = P_B V_B/(nR) = 3 \times 16 \times 101/(1 \times 8.314) = 583.1$K

$C_P = 5/2R$ (Gas perfetto mono-atomico)

$Q_a = nC_P(T_B - T_A) = 1 \times 5 \times 8.314 \times (583.1 - 291.6)/2 = 6058.8$ J

Il lavoro prodotto nel ciclo dalla macchina è $L_{\text{tot}} = Q_a \eta = 6058.8 \times 0.183 = 1108.8$ J.

Il calore scambiato dal gas: nel tratto AB è stato gia trovato; nelle due adiabatiche il calore scambiato è zero, mentre per calcolare il calore scambiato nella compressione isobara CD si può utilizzare il primo principio della termodinamica. Dato che $\Delta U = 0$ in un ciclo, si ha che:

$Q_{AB} + Q_{CD} = L$ da cui $Q_{CD} = L - Q_{AB} = 1108.8 - 6058.8 = -4950.0$ J.

Corso di Laurea: **Ingegneria Gestionale, Sapienza. Canale 1**

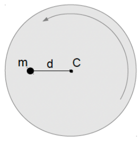
Nome, Cognome: **Matricola:**

Sett. pref. ORALE: ☐ (23-27 GIUGNO) ☐ (30 GIUGNO-4 LUGLIO) ☐ (7-11 LUGLIO)

RIPORTARE tutti i risultati anche sul presente foglio. Le risposte vanno motivate!

Esercizio 1 A

Su di un disco scabro, in quiete e posto in posizione orizzontale, viene adagiato un punto materiale di massa m a distanza d dal centro C, come mostrato in figura.



Al tempo $t = 0$ il disco viene posto in rotazione intorno al suo asse passante per il centro con un'accelerazione angolare α costante. Determinare:

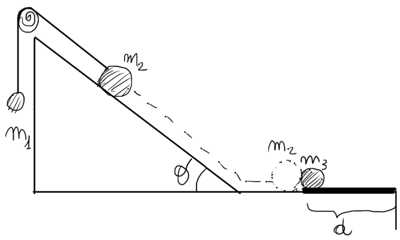
a) il vettore accelerazione della massa m dopo un tempo t^*, quando la massa si trova ancora in equilibrio $\vec{a} =$ __________

b) dopo quanto tempo la massa m inizia a muoversi $t =$ __________

Dati: $m = 0.1$ kg; $d = 0.3$ m; $\mu_S = 0.2$; $\alpha = 1.2\, rad/s^2$; $t^* = 2$ s.

Esercizio 2 A

Si consideri una massa puntiforme m_2 posta su un piano inclinato liscio di angolo θ rispetto all' orizzontale. Essa è collegata, come mostrato in figura, ad una massa puntiforme m_1 tramite una carrucola ideale ed una fune inestensibile di massa trascurabile. All'equilibrio, la massa m_2 si trova alla quota (nota) h rispetto a terra.



Determinare:

a) il valore della massa m_1 tale che il sistema possa stare all' equilibrio; $m_1 =$ __________

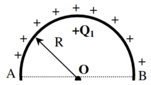
La fune viene poi tagliata e la massa m_2 scivola lungo il piano inclinato, raggiungendo un piano orizzontale liscio. Su questo percorre un certo tratto per poi urtare in modo completamente anelastico una massa m_3 che si trova ferma e posizionata all' inizio di un piano orizzontale scabro, di coefficiente di attrito dinamico μ_d, incognito. A distanza d dalla posizione dell' urto il piano scabro termina con un precipizio. Si veda la figura e si determini:

b) il valore minimo di μ_d che consente alle due masse di fermarsi prima di cadere nel precipizio; $\mu_d =$ __________

Dati: $m_2 = 0.75$ kg; $\theta = 30^o$; $h = 1.60$ m; m_3=0.35 kg; $d = 2.25$ m.

Esercizio 3 A

Un anello sottile di raggio R viene caricato per metà con densità di carica uniforme, corrispondente ad una carica complessiva Q_1 positiva. La parte di semianello carica è mostrata in figura. Dopo aver scelto un opportuno sistema di riferimento, determinare:



a) il vettore campo elettrico prodotto nel punto centrale dell' anello O, indicato in figura. $\vec{E}_1 =$ ________

Viene poi depositata una carica negativa, sempre distribuita in modo uniforme, di valore Q_2 nella parte dell' anello che prima non era stata caricata. Determinare:

b) il vettore campo elettrico prodotto sempre nel punto centrale dell' anello O, da entrambe le distribuzioni di carica $\vec{E}_{12} =$ ________

Dati: $R = 10$ cm; $Q_1 = 8\ \mu$C; $Q_2 = -3\ \mu$C;
Costante dielettrica del vuoto $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} F/m$.

Esercizio 4 A

Una macchina termica avente come fluido termodinamico una mole di gas perfetto monoatomico, esegue il seguente ciclo reversibile:
1) Isobara reversibile dallo stato A avente pressione P_A e volume V_A allo stato B avente volume V_B.
2) Espansione adiabatica reversibile fino ad uno stato C.
3) Compressione isobara reversibile fino ad uno stato D.
4) Compressione adiabatica reversibile fino a tornare allo stato di partenza.
Sapendo che il rendimento della macchina è pari ad η e dopo aver disegnato il ciclo nel piano di Clapeyron, si chiede di determinare:

a) il lavoro complessivo compiuto dal gas nel ciclo $L_{\text{tot}} =$ ________
b) il calore scambiato in ciascuna delle 4 trasformazioni $Q_{AB}, Q_{BC}, Q_{CD}, Q_{DA} =$ ________

Dati: $P_A = 3$ atm; $V_A = 8$ litri; $V_B = 16$ litri; $\eta = 0.183$ Si ricorda che il valore della costante dei gas è: $R = 8.31$ joule/mol/K=0.082 litri*atm/mol/K=1.987 cal/mol/K.

Soluzione Esercizio 1A

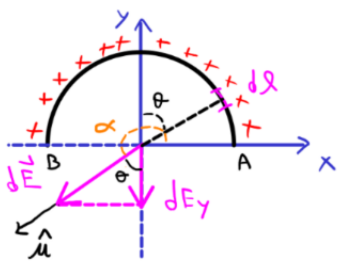
Fintanto che si trova in quiete, il punto materiale è soggetto alle sole forze peso e di attrito statico. La forza peso viene bilanciata dalla forza di reazione vincolare, mentre la forza di attrito statico fornisce le necessarie accelerazioni tangenziale e centripeta del moto rotatorio con velocità angolare variabile e pari ad $\omega(t) = \alpha t$. L'accelerazione totale del punto materiale è pertanto data dalla somma della accelerazione tangenziale e radiale.
Indicando con $\hat{t}$ e $\hat{n}$ i versori rispettivamente tangenziali e radiali sul disco, con $\hat{n}$ diretto dal centro verso l' esterno del disco, avremo:
a) $\vec{a} = \alpha d\,\hat{t} - \omega^2 d\,\hat{n}$.
Il suo valore al tempo chiesto, $t^* = 2$ s , vale: $\vec{a} = (0.36\,\hat{t} - 1.728\,\hat{n})$ m/s^2. Dove $\omega = \alpha \cdot t^*$= 2.4 rad/s.
Il modulo della accelerazione a questo tempo vale: $a = 1.765$ m/s^2.
b) la massa m rimane ferma finchè la forza di attrito statico non raggiunge il valore massimo pari a $F_{max} = \mu_S N$, con $N = mg$. Dunque:
$m\sqrt{\alpha^2\, d^2 + \omega^4 d^2} <= \mu_S\, mg.$
Da cui si ha: $m\,\alpha\, d\sqrt{1+\alpha^2 t^4} <= \mu_S\, mg$, che va risolta rispetto al tempo t. Si otttiene, dopo alcuni passaggi: $t <= (\frac{1}{\alpha^2}[(\frac{\mu_S\, g}{\alpha\, d})^2 - 1])^{\frac{1}{4}}$ =2.105 s.

Soluzione Esercizio 2A

Imponendo la condizione di equilibrio, si ricava:
$T - m_2 g sin\theta = 0$, da cui $T = m_2 g sin\theta$ e, per la massa m_1: $T = m_1\, g$, da cui:
a) $m_1 = \frac{T}{g}$,=0.375 kg.
b) La massa m_2 arriva in fondo al piano dopo aver percorso un tratto $s = \frac{h}{sin\theta}$, con velocità $v_1 = a\,t$=5.58 m/s, con $a = m_2\, g sin\theta$=4.91 m/s^2 e $t = \sqrt{2sa}$=1.14 s.
Dopo l' urto la velocità delle due masse vale: $v_f = \frac{m_2 v_1}{m_2+m_3}$=3.80 m/s.
Possiamo a questo punto scrivere, imponendo che le due masse si fermino esattaeante dopo aver percorso il tratto d:
$0 - \frac{1}{2}(m_2+m_3)\, v_f^2 = -\mu_d N\, d$, $N = (m_2+m_3)\, g$. Da cui si ricava: $\mu_d = 0.33$

Soluzione Esercizio 3A

La situazione è schematizzata in figura. Il campo elettrico, rispetto al riferimento indicato, ha solo componente y, negativa. La componente x si annulla per motivi di simmetria. Il campo è la somma dei contributi elementari indicati in figura, con $Q_1 = \lambda_1 \cdot \pi R$. L' angolo θ indicato in figura varia fra $-\pi/2$ e $- + pi/2$.



$= dE\, sen\,(\underbrace{270° - \theta}_{\alpha}) =$

$dE_y = -\, dE\, cos(\theta)$

$\Rightarrow dE_y = \frac{-1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda_1 d\ell}{R^2} cos(\theta)$

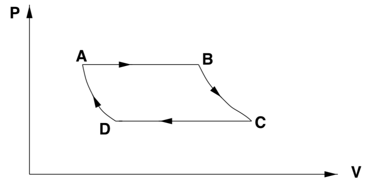
LA DISTANZA È COSTANTE

$\Rightarrow E_y = -\frac{\lambda_1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{R^2}\int_0^{\pi R} d\ell\, cos(\theta) =$

Si ottiene, integrando con $dl = Rd\theta$, $\lambda_1 = \frac{Q_1}{\pi R} = 2.546 \cdot 10^{-5}$ C/m. La componente y del campo pertanto vale: $E_1 = -k_0\,\frac{2\cdot\lambda_1}{R}$= - 4.584$\cdot 10^6$ V/m.
b) La carica aggiunta, negativa , produce in O un campo elttrico che sull' asse x si annulla, sempre per simmetria, mentre sull' asse y si somma al precedente. Pertanto:
$\lambda_2 = -9.55 \cdot 10^{-6}$ C/m.
$E_2 = -k_0\,\frac{2\cdot\lambda_2}{R} = -1.719 \cdot 10^6$ V/m. E: $E_1 + E_2 = -6.3030 \cdot 10^6$, sull' asse y .

Soluzione Esercizio 4 A

Il ciclo termodinamico eseguito dalla macchina termica è il seguente:



Il rendimento di una macchina termica è definito come $\eta = L/Q_a$ dove Q_a è il calore assorbito nel ciclo. Il calore viene assorbito solo nel tratto AB (espansione isobara reversibile):

$Q_a = Q_{AB} = nC_P(T_B - T_A)$

$T_A = P_A V_A/(nR) = 3 \times 8 \times 101/(1 \times 8.314) = 291.6$ K

$T_B = P_B V_B/(nR) = 3 \times 16 \times 101/(1 \times 8.314) = 583.1$K

$C_P = 5/2R$ (Gas perfetto mono-atomico)

$Q_a = nC_P(T_B - T_A) = 1 \times 5 \times 8.314 \times (583.1 - 291.6)/2 = 6058.8$ J

Il lavoro prodotto nel ciclo dalla macchina è $L_{\text{tot}} = Q_a \eta = 6058.8 \times 0.183 = 1108.8$ J.

Il calore scambiato dal gas: nel tratto AB è stato gia trovato; nelle due adiabatiche il calore scambiato è zero, mentre per calcolare il calore scambiato nella compressione isobara CD si può utilizzare il primo principio della termodinamica. Dato che $\Delta U = 0$ in un ciclo, si ha che:

$Q_{AB} + Q_{CD} = L$ da cui $Q_{CD} = L - Q_{AB} = 1108.8 - 6058.8 = -4950.0$ J.

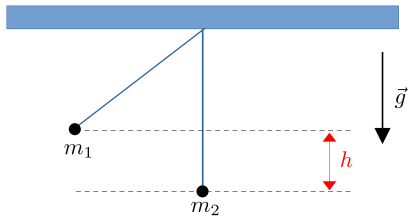
Corso di Laurea: Ingegneria Gestionale, Sapienza. Canale 1

Nome, Cognome: **Matricola:**

Sett. pref. ORALE: ☐ (23-27 GIUGNO) ☐ (30 GIUGNO-4 LUGLIO) ☐ (7-11 LUGLIO)

RIPORTARE tutti i risultati anche sul presente foglio. Le risposte vanno motivate!

Esercizio 1 B



Due pendoli semplici di uguale lunghezza e con sferette puntiformi di massa m_1 ed m_2 sono vincolati allo stesso punto del soffitto di una stanza, come indicato in figura. Il pendolo di massa m_1 viene lasciato libero di oscillare da una quota h dal punto più basso della traiettoria dove si scontra con il pendolo di massa m_2 che si trova in quiete in quel punto. Sapendo che l'urto è centrale ed elastico, si chiede di determinare:

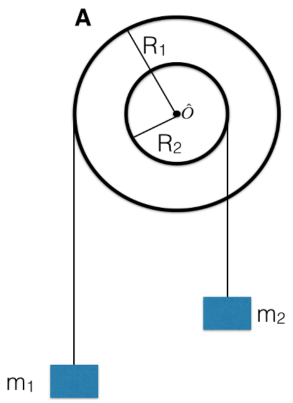
a) le velocità delle due sferette dopo l'urto; $V_1, V_2 =$ __________

b) la quota alla quale arriverà la seconda sferetta, m_2, in seguito all'urto. $d =$ __________

Dati: $m_1 = 30$ g ; $m_2 = 20$ g; $h = 10$ cm;

Esercizio 2 B

Un corpo rigido A è costituito da due cilindri di raggio R_1 e R_2 e massa rispettivamente M_1, M_2. Essi sono vincolati a muoversi solidalmente sovrapposti e con asse coincidente, attorno al quale il corpo A, vincolato ad una parete in corrispondenza del suo centro O di rotazione, può ruotare senza attrito. Si veda la figura.
Intorno ai due cilindri, sempre come mostrato in figura, sono avvolti in verso opposto due fili flessibili, inestensibili e di massa trascurabile, che non slittano sul corpo A: il filo 2 è avvolto il senso orario, mentre il filo 1 è avvolto in senso antiorario. Ai due fili, 1 e 2, sono appese rispettivamente le masse m_1 ed m_2.



Determinare:

a) il valore della massa m_2 tale che il sistema resti in quiete $m_2 =$ __________

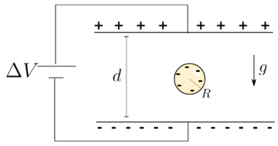
Supponendo ora che il valore della massa m_2 sia noto e pari a m_{2new}, superiore al valore che porta alla situazione di equilibrio, determinare:

b) il valore della accelerazione angolare del corpo A $\alpha =$ __________

Dati: $R_1 = 0.15$ m,; $R_2 = 0.10$ m; $M_1 = 5$ kg; $M_2 = 2$ kg; $m_1 = 100$ g; $m_{2new} = 3$ kg.
Si ricorda che il momento di inerzia di un cilindro di raggio R e massa M rispetto all' asse di rotazione posto nel suo centro, O, vale $I_O = \frac{1}{2}MR^2$.

Esercizio 3 B

Un condensatore piano ai cui capi viene applicata una differenza di potenziale è formato da due armature di superficie S poste in orizzontale ad una distanza fra loro pari a d. Al suo interno, come mostrato in figura, viene nebulizzato dell' olio, di densità ρ_o. Si formano goccioline sferiche, cariche negativamente. Si osserva che una gocciolina sferica di raggio R rimane sospesa in equilibrio quando la differenza di potenziale misurata ha valore ΔV.



Determinare:

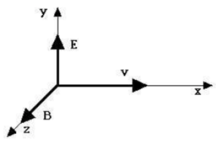
a) il valore della carica della gocciolina di olio; $q_o =$ _________

b) il lavoro minimo necessario per sollevare una gocciolina di stessa carica q_o e raggio $R_1 > R$, portandola dalla armatura inferiore a quella superiore del condensatore, $L_T =$ _________

Dati: $S = 0.\ 50$ m^2; d = 2.00 mm; ρ_o=700 kg/m^3; R=20.0 μm; $\Delta V = 28.7$ V; R_1=24.0 μm;

Esercizio 4 B

Un fascio di particelle cariche attraversa una regione di spazio nella quale si trovano un campo elettrico ed un campo magnetico, costanti e uniformi, tra loro perpendicolari e di intensità pari ad E e B, rispettivamente. La direzione di propagazione del fascio è inizialmente perpendicolare ai due campi, come indicato nella figura. Si chiede di determinare:



a) il valore del vettore velocità di quelle cariche che non vengono deviate e continuano il moto alla stessa velocità iniziale $\vec{V}_i =$ _________

Supponendo ora che le particelle non deviano siano positroni, di massa e carica rispettivamente $m_e\, q_e$ e che il campo elettrico venga spento ad un tempo t_0, determinare:

b) dopo quanto tempo queste cariche, che si muovono restando sempre all' interno del campo magnetico, ripassano per la prima volta per il punto dove erano a t_0 $\Delta t =$ _________

Dati: $E = 4 \times 10^5$ V/m , $B = 8 \times 10^{-3}$ T.
Si ricorda: $m_e = 9.1 \times 10^{-31}$ kg e $q_e = 1.6 \times 10^{-19}$ C.

Soluzione Esercizio 1 B

a) La conservazione dell'energia meccanica applicata al primo pendolo: $m_1gh = m_1v_0^2/2$ permette di calcolare la sua velocità prima dell'urto: $v_0 = \sqrt{2gh} = 1.40$ m/s. Indicando con v_1 e v_2 le velocità dei due pendoli subito dopo l'urto, dalla conservazione della quantità di moto in direzione orizzontale si ricava $m_1v_0 = m_1v_1 + m_2v_2$ vale a dire $v_0 = v_1 + 2v_2/3$ dove si è usato il rapporto tra le due masse $m_2/m_1 = 2/3$. Dalla conservazione dell'energia cinetica si ricava invece $m_1v_0^2/2 = m_1v_1^2/2 + m_2v_2^2/2$ vale a dire $v_0^2 = v_1^2 + 2v_2^2/3$. Risolvendo il sistema si ha:
$v_1 = v_0(m_1 - m_2)/(m_1 + m_2) = v_0/5 = 0.28$ m/s e $v_2 = 2m_1v_0/(m_1 + m_2) = 6v_0/5 = 1.68$ m/s. L'altra coppia di soluzioni ($v_1 = v_0$ e $v_2 = 0$) implica che la prima sferetta attraversi la seconda senza subire alcuna collisione, quindi fisicamente non accettabile.
b) Per calcolare d basta utilizzare la conservazione dell'energia e imporre che tutta l'energia cinetica acquistata dal pendolo 2 in seguito all'urto si trasformi in energia potenziale:
$m_2v_2^2/2 = m_2gd$, da cui $d = v_2^2/2g = 14.4$ cm.

Soluzione Esercizio 2 B

Scriviamo le equazioni della dinamica per le due masse m_1 ed m_2, avendo preso asse Y verticale e rivolto verso il basso:
$m_1g - T_1 = m_1\, a_1$ e $m_2g - T_2 = m_2\, a_2$.
T_1, T_2 sono le tensioni delle funi.
Per il sistema che forma il corpo A invece avremo:
$T_1 + T_2 + M_1g + M_2g - N = (M_1 + M_2)\, A$, con lo stesso rifermento per l' asse Y. N è la reazione vincolare in O. Il riferimento corrisponde ad avere accelerazioni positive per i corpi che si muovono verso il basso.
La seconda equazione cardinale per A, avendo preso il polo in O vale:
$T_2\, R_2 - T_1\, R_1 = I_T\, \alpha$, dove abbiamo preso α positivo per rotazioni orarie e $I_T = \frac{1}{2}M_1R_1^2 + \frac{1}{2}M_2R_2^2$
a) Nella situazione di equilibrio le accelerazioni sono tutte nulle e si avrà:
$(m_1 + m_2 + M_1 + M_2)\, g - N = 0$;
$(m_2\, R_2 - m_1\, R_1)\, g = 0$, da cui si ha:
$m_2 = m_1\, \frac{R_1}{R_2}$=0.15 kg.
b) Per una rotazione di un angolo θ del sistema, presa positiva se oraria, si avrà uno spostamento delle masse pari a $x_1 = -R_1\theta$ e $x_2 = R_2\theta$, avendo preso $x_1 = x_2 = 0$ se $\theta = 0$. Da qui si ottience che:
$a_1 = -R_1\alpha$ e $a_2 = +R_2\alpha$.
Si ha dunque, dalle equazioni scritte sopra: $m_1\, g - T_1 = -m_1R_1\alpha$; $m_2\, g - T_2 = +m_2R_2\alpha$ e
$T_2R_2 - T_1R_1 = I_T\alpha$.
Eliminando le tensioni T_1, T_2 si ha:
$(-m_1R_1 + m_2R_2)\, g = (m_1R_1^2 + m_2R_2^2 + I_T)\, \alpha$, da cui:
$\alpha = \frac{m_2R_2 - m_1R_1}{m_1R_1^2 + m_2R_2^2 + I_T}\, g = \frac{2.796}{0.0985} = 28.3$ rad/s^2.

Soluzione Esercizio 3 B

a) La condizione di equilibrio si ha quando la risultante delle forze sulla gocciolina è pari a zero, ossia:$\vec{F}_T = q_o\, \vec{E} + m\vec{g} = 0$.
Entrambe hanno solo componente sull' asse y e pertanto possiamo scrivere: $q_o\, E = m\, g$, da cui: $q_o = \frac{m\, g}{E}$. Conoscendo ΔV possiamo sostituire e trovare:
$q_o = \frac{m\, g\, d}{\Delta V}$. Ora serve la massa della gocciolina che vale: $m = \rho_o\, V_o$, con $V_o = \frac{4}{3}\pi\, R^3$. Sostituendo si trova $q_o = 1.603 \cdot 10^{-14}$ C.
b) Siccome il raggio ora è superiore a quello della gocciolina in equilibrio si ha che la forza di gravità ha trascinato la gocciolina verso il basso. Per riportarla in alto serve applicare una forza pari a $F = m_1g - Eq_o$, con $m_1 = \rho_o\, V_1$, con $V_1 = \frac{4}{3}\pi\, R_1^3$ e sempre $E = \frac{\Delta V}{d}$. Sostituendo si trova $F = V_o \cdot \rho_o[(\frac{R_1}{R})^3 - 1] \cdot g$.
Da qui il lavoro, essendo la forza costante, è semplicemente $L_T = F \cdot d = 3.35 \cdot 10^{-13}$ J.

Soluzione Esercizio 4 B

Per la legge di Lorentz, la forza totale che agisce su una particella con carica q in moto è:

$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$
Se $q > 0$, la forza elettrica è diretta positivamente lungo l'asse y, mentre la forza magnetica è diretta negativamente lungo l'asse y. Se la carica è negativa, ovviamente, le forze hanno verso opposto. Affinché non ci sia deflessione deve essere $\vec{F} = 0$, e In modulo si ha: $qE = qV_1B$, da cui: $V_1 = E/B = 5 \times 10^7$ m/s.
Se ci fosse solo il campo magnetico, le cariche sarebbero soggette alla forza: $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ costante in modulo e sempre perpendicolare alla direzione del moto. Di conseguenza, le cariche descriverebbero una traiettoria circolare (moto circolare uniforme), della quale possiamo calcolare il raggio utilizzando l'equazione della forza centripeta: $q_eV_1B = mV_1^2/R$ d a cui $R = m_eV_1/q_eB = 3.6$ cm. Pertanto il tempo necessario a percorrere un giro completo, tornando cosi alla posizione iniziale, vale : $\Delta t = \frac{2\pi R}{V_1}=$ 4.5 ns.