Primo Esonero Fisica. Canale 1. COMPITO A

Nome: **Cognome:** **Matricola**

Esercizio 1 Compito A

Il soffione di una doccia è posto in verticale, ad una altezza H nota rispetto al suolo, e perde acqua, in gocce che iniziano a cadere ad intervalli regolari e cadono tutte sulla verticale, con velocità iniziale nulla. La goccia numero cinque si stacca dal soffione nel momento esatto in cui la goccia numero uno tocca il suolo. Determinare, al tempo al quale la prima goccia è arrivata al suolo

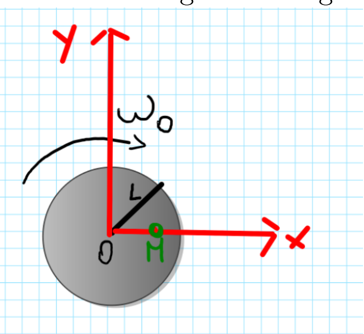
a) l' altezza rispetto al suolo alla quale si trova la goccia numero due $h_2 =$ __________
Sol **0.87 m**

b) la distanza fra la goccia numero tre e la numero quattro $D_{34} =$ __________
Sol **0.37 m**

Dati: $H = 2$ m.

Esercizio 2 Compito A

Sia data un' asta rigida e sottile, di lunghezza L e massa M_A note. L' asta ruota senza attriti su un piano orizzontale attorno ad un perno passante per il suo estremo, O. . La sua velocità angolare, costante e nota, vale ω_0. durante il suo moto incontra una massa puntiforme M nota, ferma ad una distanza nota d dal perno O e sul piano del moto dell' asta. L' urto avviene in modo completamente anelastico. Si guardi la figura e si determini, in totale assenza di attriti:



a) la perdita di energia meccanica del sistema a seguito dell' urto $\Delta E =$ __________
Sol **1.36** 10^{-6} **J**

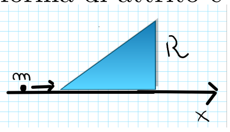
Subito dopo l'urto, nascono delle forze che producono un momento che agisce sull' asse di rotazione, rallendando la rotazione dell' asta. Il momento ha valore noto e pari a M_R. Determinare:

b) dopo quanto tempo dopo l' urto l' asta si fermerà $t^* =$ __________
Sol **0.11 ms**

Si ricorda che il momento di inerzia di un' asta sottile, lunga D e di massa M , rispetto al suo centro di massa, vale $I = \frac{1}{12}MD^2$. Dati: L=8.50 cm, M_A=30.0 g, $\omega_0 = 0.30$ rad/s, M= 16.0 g, $d = 5.50$ cm, $M_R = 0.2$ Nm.

Esercizio 3 Compito A

Un piano inclinato di massa M e altezza R, si trova libero di muoversi su di un piano orizzontale, sul quale viene inizialmente posto in quiete. Un corpo puntiforme di massa m viene lanciato verso il cuneo lungo il piano orizzontale. La situazione è descritta in figura. Si supponga trascurabile ogni forma di attrito e si determini:



a) il minimo valore che deve avere la velocità iniziale del corpo m in modo che possa percorrere la superficie del piano inclinato giungendo fino alla quota $h = R/2$. $V_{min} =$ __________

Sol **3.19 m/s**

Il corpo m poi ridiscende sul piano orizzontale e si allontana dal piano inclinato. Determinare:

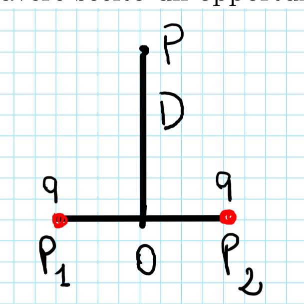
b) la velocità con cui la massa M, ossia il piano inclinato, si muove rispetto ad un riferimeno solidale col suolo, mentre m, di nuovo sul piano orizzontale,, si allontana. $V_{Mf} =$ __________

Sol **1.47 m/s**

Dati: $m = 600$ g; $M = 2$ kg; $R = 0.8$ m;

Esercizio 4 Compito A

Due cariche puntiformi identiche sono poste su un piano nei punti P_1 e P_2 ad una distanza relativa $d = 30.0\,\text{cm}$. Come mostra la figura, sia O il punto equidistante tra le due cariche sulla retta P_1P_2 che le congiunge. Sapendo che il valore di ciascuna delle due cariche è $q = -2.50\,\text{nC}$, determinare, dopo avere scelto un opportuno sistema di riferimento:



a) il valore del campo elettrico, in modulo, direzione e verso, nel punto P che giace sulla retta ortogonale a P_1P_2 passante per O, posto ad una distanza $D = 75.0$ cm da O. $\vec{E}_P =$ __________

Sol **- 75 N/C $\hat{y}$ Con asse y verso l' alto**

b) il valore del potenziale elettrico in P. $V_P =$ __________

Sol **-59 V**

Primo Esonero Fisica. Canale 1. COMPITO B

Nome: **Cognome:** **Matricola**

Esercizio 1 Compito B

Una pallina, da considerare puntiforme, viene lanciata verso l' alto e sulla verticale, con velocità $\vec{v_i}$ nota, dal terrazzo di una casa e si osserva che, sempre restando con moto sulla verticale, tocca terra dopo un tempo t_T anche esso noto. Determinare:

a) la quota massima raggiunta dalla pallina, rispetto al suolo $h_{max} =$ __________

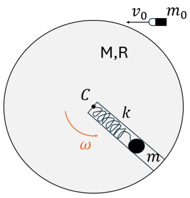
Sol **44.2 m**

b) la velocità con cui la pallina raggiunge il suolo $\vec{v}(t_T) =$ __________

Sol **-29.4 $\hat{y}$ m/s**

Dati: $\vec{v_i} = 12.2\hat{y}$ m/s; t_T=4.25 s. L' asse y è orientato verso l' alto e il terrazzo si trova ad una altezza incognita rispetto al suolo

Esercizio 2 Compito B



Un disco omogeneo di massa M e raggio R disposto su un piano orizzontale è vincolato a ruotare senza attriti attorno ad un asse verticale passante per il suo centro C. Si veda la figura. Al centro del disco è ancorata una molla ideale di lunghezza a riposo l_0 e costante elastica k e acui è attaccata all' altro estremo una massa m. Molla e massa sono vincolate a muoversi senza attriti lungo una guida radiale solidale col disco. Il sistema all' inizio ruota con velocità angolare pari ad ω. Si considerino nulli tutti gli attriti. Determinare:

a) la lunghezza della molla mentre questa ruota con la velocità angolare ω; $l =$ __________

Sol **0.16 m**

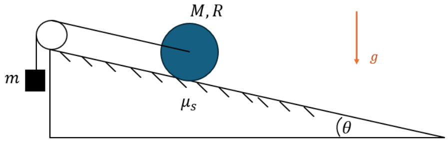
Successivamente un proiettile di massa m_0 e velocità v_0 con direzione tangente al disco, si conficca sul bordo del disco in modo completamente anelastico, come mostrato in figura. Si determini, sapendo che il momento di inerzia di un disco di raggio R e massa M rispetto al suo centro C vale $I_C = 1/2MR^2$ e che al momento dell' urto la lunghezza della molla corrisponde a quanto trovato prima, ossia vale l,

b) la velocità angolare del sistema disco e proiettile immediatamente dopo l' urto; $\omega_f =$ __________

Sol **9.54 rad/s**

Dati: $m = 100$ g; $M = 5.3$ kg; $R = 0.4$ m; $k = 14$ N/m; $l_0 = 0.1$ m; $\omega = 7.2$ rad/s; $m_0 = 0.03$ kg; $v_0 = 87$ m/s.

Esercizio 3 Compito B



Un disco uniforme di massa M e raggio R è appoggiato su un piano inclinato scabro (coefficiente di attrito statico μ_s) ed il suo centro di massa è attaccato tramite un filo inestensibile ad un blocco di massa m (passando per una carrucola ideale), come in figura. Determinare:

a) L'angolo θ^* del piano inclinato tale per cui il sistema sia in equilibrio. $\theta^* =$ __________

Sol **0.20 rad=11.5^o**

Supponendo poi che l'inclinazione del piano sia $\theta = 2\theta^*$, determinare

b) il minimo valore di μ_s tale per cui il disco rotola senza strisciare $\mu_s^{min} =$ __________

Sol **0.06**

si ricorda che il momento di inerzia di un disco di massa M e raggio R rispetto al suo centro di massa vale $I_c = \frac{1}{2}MR^2$.
Dati: M = 5 kg, m = 1 kg.

Esercizio 4 Compito B

Nel film *Up* la casa di legno di uno dei personaggi viene sollevata da palloncini di plastica legati alla casa con fili. Si supponga che ciascun palloncino sia riempito di He e sia sferico con raggio r noto e la massa della plastica sia trascurabile. In queste condizioni la densità dell'elio nel palloncino è ρ_{He} nota. Si supponga inoltre che la casa abbia una massa M nota ma abbia un volume trascurabile rispetto a tutti i palloncini. Determinare:

a) il numero minimo di palloncini che servono per far alzare in volo la casa $N =$ __________

Sol **62940**

b) Se una mole di He costa 1 euro, quanto si spende per acquistare l'He? $Costo =$ __________

Sol **62.5 keuro**

Dati: $r = 16.8$ cm , $\rho_{He} = 0.2$ kg/m^3, $M = 1000$ kg. Si ricorda che la densità dell'aria vale $\rho_{aria} = 1$ kg/m^3 e che il peso molecolare dell' elio vale 4 grammi.

Primo Esonero Fisica. Canale 1. COMPITO C

Nome: **Cognome:** **Matricola**

Esercizio 1 Compito C

Sandro sta giocando con un amichetto a cercare di saltare su un carrellino. Al tempo iniziale il carrellino è fermo ed inizia a muoversi con accelerazione costante e nota, a_C. In quel momento Sandro si trova dietro, a distanza nota pari a d dal carrellino e sta correndo, nella stessa direzione e verso del carrellino, a velocità costante e nota, pari a v_S. Purtroppo Sandro fallisce il primo tentativo, ma continua senza fermarsi a correre alla stessa velocità, per sfruttare una seconda possibilità che sa di avere. Determinare:

a) dopo quanto tempo, dal tempo iniziale, riuscirà a salire sul carrellino $t_2 =$ ________

Sol **10 s**

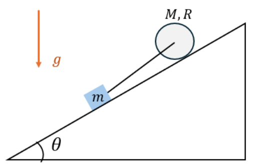
b) quanta strada aveva fatto il carrellino nel momento in cui Sandro ha fallito il primo tentativo $x_C =$ ________

Sol **18 m**

Dati: $d = 30$ m; $v_S = 8$ m/s; $a_C = 1$ m/s^2

Esercizio 2 Compito C

Consideriamo un piano inclinato di angolo $\theta = 30^o$ rispetto all'orizzontale. su di esso si trova un sistema composto da un disco omogeneo di massa M=2.0 kg, attaccato tramite una barretta rigida di massa trascurabile (attaccata all'asse del disco stesso) ad un blocchetto rettangolare di ghiaccio di massa $m = 1$ kg. Il sistema si trova inizialmente fermo. Viene poi lasciato libero di muoversi e si osserva che il disco rotola senza strisciare. Si assuma che il blocchetto scivoli senza attriti, essendo di ghiaccio.



Determinare, in questa situazione:

a) l' accelerazione (m/s^2) del centro di massa del disco $a_{CM} =$ ________

Sol **3.67 m/s^2**

b) lo spostamento di m dopo un tempo pari a 100 ms e il lavoro compiuto dalla forza di attrito agente sul disco nello stesso tempo $\Delta s, L_a =$ ________

Sol **1.84 cm, 0 joule**

Si ricorda che il momento di inerzia di un disco di raggio R e di massa M rispetto al suo centro di massa, vale $I = \frac{1}{2}MR^2$.

Esercizio 3 Compito C

Una sbarretta di massa M e di lunghezza l note è vincolata a ruotare attorno a un polo Ω posizionato all'estremità superiore di essa. Inizialmente si trova in posizione verticale, con una velocità angolare iniziale $\omega = \frac{d\theta}{dt}(t=0)$ nota. Determinare:

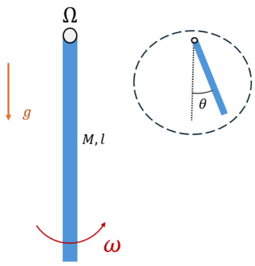
a) L'angolo massimo rispetto alla verticale θ_{max} raggiunto dalla sbarretta durante il suo moto. $\theta_{max} =$ __________

Sol **0.26 rad= 15^o**

b) In approssimazione di piccoli angoli ($\sin\theta \sim \theta$), il periodo di oscillazione $T =$ __________

Sol **1.64 s**

Nota: Il momento di inerzia rispetto al centro di massa di una sbarretta uniforme di massa M e lunghezza l è $I_c = \frac{1}{12}Ml^2$.
Dati: $M = 1$ kg; $l = 1$ m; $\omega = 1$ rad/s .



Esercizio 4 Compito C

Un pallone aereostatico ha forma sferica di raggio R noto. Sia M_P la massa (nota) del pallone sgonfio, comprese le corde e il cesto. Il pallone viene poi gonfiato con elio a densità ρ_{He}. La densità dell'aria circostante è ρ_{aria} ed entrambe vanno considerate costanti. Si ricorda che si definisce forza ascensionale la risultante delle forze appplicate al pallone e che ne determina la salita verso l' alto. Si chiede di determinare:

a) la forza ascensionale; $\vec{F}_A =$ __________

Sol **1983 N**

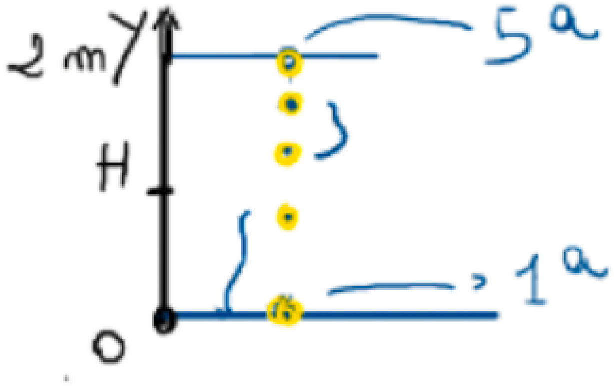
b) il tempo impiegato dal pallone per arrivare a 300 m di altezza dal suolo, considerando la pressione atmosferica costante e pari al valore a terra, lungo l'ascesa; $t^* =$ __________

Sol **8.16 s**

Dati: $R = 4.32$ m; $M_P = 166$ kg; $\rho_{He} = 0.16$ kg/m^3; $\rho_{aria} = 1.25$ kg/m^3.

Soluzioni Compito

Soluzione Esercizio 1. Compito A



Prendiamo asse y rivolto verso l'alto e sia zero il livello del pavimento. Il soffione si trova pertanto a quota H. Scriviamo il moto della goccia numero 1 che parte al tempo t=0: $y_1 = H - 1/2gt^2$. Essa toccherà pertanto terra al tempo $t_1 = \pm\sqrt{2H/g} = \pm 0.64$ s. Dobbiamo considerare il tempo +0.64 s. La goccia numero 2 si staccherà pertanto al tempo $t^* = t_1/4 = 0.16$ s. Pertanto:
a) $y_2 = H - 1/2g(t - t^*)^2$ e al tempo $t = t_1$ si troverà pertanto alla quota, rispetto al suolo, 0.87 m.
b) La distanza fra la goccia numero 4 e la numero 3, quando la prima tocca terra, ossia al tempo $t_1 = 0.64$ s, sarà: $\Delta(y_4 - y_3) = H - 1/2g(t_1 - 3t^*)^2 - H + 1/2g(t_1 - 2t^*)^2$=0.37 m.

Soluzione Esercizio 2. Compito A

l momento di inerzia dell' asta rispetto al suo estremo, attorno al quale ruota vale: $I_O = I_{CM} + M_{asta}(\frac{L}{2})^2 = \frac{1}{3}M_{asta}L^2$.
a) Notiamo la conservazione del momento della quantità di moto, rispetto all' asse di rotazione, a causa della assenza di forze esterne con momento non nulla rispetto appunto all' asse, per cui possiamo scrivere: $I_O\omega_{in} = I_{FIN}\omega_{fin}$, da cui ricaviamo, indicando con d la distanza della massa urtata dall' asse di rotazione dell' asta:
$\omega_{fin} = \omega_{in}\frac{I_O}{I_O+md^2}$, dove riconosciamo $I_{FIN} = I_O + md^2$
E da qui la perdita di energia cinetica nell' urto: $\Delta E = \frac{1}{2}(I_{FIN}\omega_{fin}^2 - I_O\omega_{in}^2)$.
La perdita di energia corrisponde a questo valore senza il segno negativo, ma vanno bene entrambe le risposte.
b) In presenza di un momento frenante di valore costante si avrà : $\omega(t) = \omega_{fin} - \frac{M_R}{I_{FIN}}t$, ottenuta integrando $-M_R = I_{FIN}\frac{d\omega(t)}{dt}$.
Da cui $t^* = \frac{\omega_{fin}I_{FIN}}{M_R}$. Sol numerica: $1.30 \cdot 10^{-6}$ J , 0.108 ms

Soluzione Esercizio 3. Compito A

Prendiamo l' asse x del sistema di riferimento parallelo al piano orizzontale e concorde con la velocità $\vec{V}$ della massa m. Possiamo usare la conservazione dell' energia meccanica (non ci sono forze di attrito) e della quantità di moto sull' asse x (non ci sono forze esterne sull' asse x). Possiamo dunque scrivere:
a) Asse x: $P_i = P_f$. Da cui segue: $mv_i = mv_{fx} + MV_{fc}$ dove abbiamo indicato con v_i la velocità con cui si muove la massa m verso il piano inclinato (la nostra incognita) e con v_{fx} la componente x della sua velocità mentre sale e con V_{fc} la velocità con cui il piano si muove sul piano orizzontale.
Nel momento in cui la massa m raggiunge la quota massima, h=R/2, si ferma rispetto al piano inclinato e pertanto in questo istante si ha che $v_{fx} = V_{fc} = V_f$ $\frac{1}{2}mv_i^2 = \frac{1}{2}(m+M)V_f^2 + mgh$. In questa situazione la velocità v_i corrisponde al valore minimo di velocità tale che la massa raggiunga la quota h data, ed è pertanto la risposta alla domanda posta. Si ottiene:
$mv_i = (m+M)V_f$ e, sostituendo questo valore nella equazione della conservazione energia meccanica, si arriva, dopo alcuni passaggi, a $v_i = v_{min} = \sqrt{\frac{gR(m+M)}{M}}$= 3.194 m/s.
b) Quando la massa m ridiscende e si trova nuovamente sul piano orizzontale, possiamo applicare sia la conservazione della quantità di moto che dell' energia, che stavolta sarà solo cinetica, sempre di entrambi i corpi:
$mv_i = mV_{mf} + MV_{Mf}$ e $\frac{1}{2}mv_i^2 = \frac{1}{2}mV_{mf}^2 + \frac{1}{2}MV_{Mf}^2$. Da queste si ricava: $V_{mf} = v_i\frac{m-M}{m+M}$=- 1.72 m/s (negativa in quanto il corpo torna verso la direzione negativa dell' asse x). E possiamo calcolare la velocità del piano inclinato: $V_{Mf} = v_i\frac{2m}{m+M}$=+1.47 m/s

Soluzione Esercizio 4. Compito A

Scegliamo un sistema di riferimento cartesiano $\{\hat{x}\hat{y}\}$, con $\hat{x}$ parallelo alla retta P_1P_2 e $\hat{y}$ con verso concorde alla vettore $\overrightarrow{PO}$. Essendo le due cariche entrambe negative, le linee di forza sono entranti in ciascuna carica. Nel punto O equidistante dalle due cariche passano due linee di forza, una lungo la linea retta P_1P_2, la seconda lungo la retta ortogonale PO. Quest'ultima ha verso entrante in O.

a) Il campo elettrico in P è dato dalla somma vettoriale dei campi elettrici generati dalle singole cariche. Ciascun campo elettrico giace sulla retta congiungente il punto P alla carica e punta verso quest'ultima. Essendo le due cariche uguali, la somma vettoriale dei due campi elettrici giace sulla retta PO. Si ha:

$$\vec{E}_1(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{|q|}{r^2}(-\hat{x}\sin\theta + \hat{y}\cos\theta), \qquad \vec{E}_2(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{|q|}{r^2}(+\hat{x}\sin\theta + \hat{y}\cos\theta)$$

dove $r \equiv \sqrt{D^2 + (d/2)^2} = 76\,\text{cm}$ è la distanza tra il punto P e la carica e $\theta = \arctan(d/(2D)) = 0.20\,\text{rad} = 11^\circ$ è l'angolo tra la retta PO e quella che congiunge P con la carica. Il campo elettrico in P vale dunque

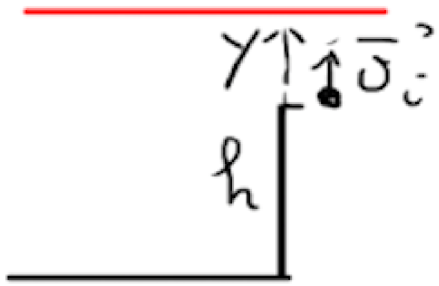
$$\vec{E}(P) = \vec{E}_1(P) + \vec{E}_2(P) = \frac{1}{2\pi\epsilon_0}\frac{|q|}{r^2}\cos\theta\,\hat{y} = \frac{|q|}{2\pi\epsilon_0}\frac{D}{(D^2 + (d/2)^2)^{3/2}}\,\hat{y} = 75\,\text{V/m}\,\hat{y},$$

dove abbiamo usato il fatto che $\cos\theta = D/\sqrt{D^2 + (d/2)^2} = 0.98$.

b) Il potenziale elettrico in P è dato dalla somma scalare dei potenziali elettrici generati dalle singole cariche:

$$V_1(P) = V_2(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r}, \text{ da cui: } V(P) = V_1(P) + V_2(P) = \frac{1}{2\pi\epsilon_0}\frac{q}{r} = -59\,\text{V}.$$

Soluzione Esercizio 1. Compito B

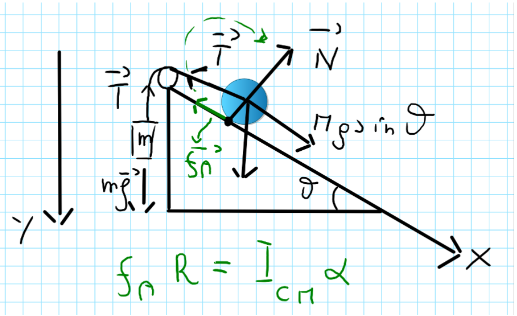


Prendiamo, vedi figura, l' asse y verso l' alto e indichiamo con h l' altezza del palazzo. L' equazione del moto della pallina, solo sull' asse y, sarà:
$y(t) = h + v_i t - \frac{1}{2}gt^2$, con $y = 0$ al tempo $t_T = 4.25$ s.
Dunque si ha che $h = \frac{1}{2}gt_T^2 - v_i t_T = 36.7$ m.
La quota massima verrà raggiunta dalla pallina al tempo al quale la velocità si annulla:
$v(t_{max}) = v_i - gt_{max}$=0, da cui segue che t_{max}=1.25 s. E:
a) $h_{max} = h + v_i t_{max} - \frac{1}{2}gt_{max}^2$=44.2 m.
b) La velocità quando la pallina sta per toccare terra sarà:
$\vec{v}(t_T) = \vec{v_i} + \vec{g}\, t_T$, da cui si ha:
$v(t_T) = v_i - g\, t_T$=-29.4 e vettorialmente: $\vec{v}(t_T) = -29.4\,\hat{y}$ m/s.

Soluzione Esercizio 2. Compito B

a) All' equilibrio la forza di richiamo della molla deve fornire la forza centripeta necessaria a mantenere il moto circolare uniforme della massa m, dunque uguagliando le due forze abbiamo: $m\omega^2 l = k(l - l_0)$, da cui si ottiene: $l = \frac{kl_0}{k - m\omega^2}$=0.16 m.
b) Durante l' urto si trascurano tutte le forze non impulsive e possiamo considerare la molla inizialmente all' equilibrio con la lunghezza l trovata. Si conserva il momento della quantità di moto rispetto al centro C del disco e avremo:
$m_0 v_0 R + I_{in}\omega = I_{fin}\omega_f$, da cui: $\omega_f = \frac{m_0 v_0 R + I_{in}\omega}{I_{fin}}$. Dove:
$I_{in} = I_C + ml^2$=0.43 kg m^2 e $I_{fin} = I_C + ml^2 + m_0 R^2$.
Da qui si ricava: $\omega_f = 9.54$ rad/s.

Soluzione Esercizio 3. Compito B



Prendiamo, come in figura, asse x verso la base del piano e asse y verso il basso. Le forze agenti sulle due masse sono incate sono indicate, con l'attrito in verde con anche il verso del momento associato. Abbiamo, proiettando sugli assi scelti e seguendo quanto in figura:

$T = mg$; $N = Mgcos\theta$; $Mgsin\theta - T - f_A = ma$, con a = 0 nella prima situazione, quella di equilibrio. Per i momenti, avendo preso come polo il CM di M: $f_A R = I_{CM}\alpha = I_{CM}\,\frac{a}{R} = 0$ nella situazione di equilibrio. Serviranno invece entrambe per calcolare l'accelerazione nella risposta alla seconsa domanda.

a) Essendo $\alpha = 0$ segue che $f_A = 0$. Da qui otteniamo che $T = Mgsin\theta$ e dunque $\theta = asin\frac{T}{Mg}= asin\frac{mg}{Mg} = asin(1/5)$. Da cui $\theta = 11.5^o$=0.20 rad. Chiamiamolo θ^*

b) Per rispondere alla seconda domanda dobbiamo calcolare il valore della forza di attrito e dunque inanzitutto l'accelerazione che, dalle equazioni scritte, vale:

$a = g\frac{Msin\theta - m}{3/2M+m}$=1.092 m/s^2, avendo indicato $\theta = 2\theta^*$Dunque $f_A = 1/2MR^2\,a/R^2 = \frac{M}{2}\,g\frac{Msin\theta - m}{3/2M+m}$=2.73 N. E deve essere anche, per poter avere rotolamento puro, $f_A <= \mu_S N$. Si ricava: $\mu_S >= \frac{1}{2cos\theta}\,\frac{Msin\theta - m}{3/2M+m}$=0.06 (che è appunto il valore minimo possibile).

Soluzione Esercizio 4. Compito B

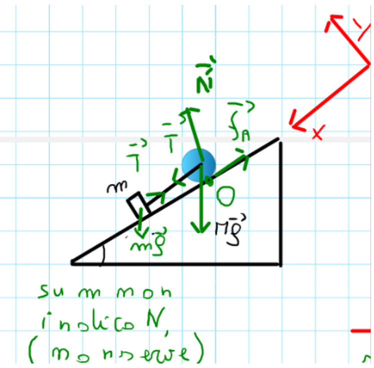
Il volume di un palloncino è $V = \frac{4}{3}\pi r^3 = 19.86 \cdot 10^{-3}\ m^3$. La spinta di Archimede deve bilanciare il peso della casa e il peso dell' He. Pertanto: $N = \frac{M}{(\rho_{aria} - \rho_{He})V} = 62940$. Le moli n di elio sono $n = \frac{N\rho_{He}V}{4\cdot 10^{-3}} = 62500$, quindi la spesa ammonta a 62.5 keuro.

Soluzione Esercizio 1. Compito C

Indichiamo con C le grandezze che si riferiscono al carrellino e con S quelle che si riferiscono a Sandro. Prendiamo l' origine del sistema di riferimento nella posizione di S al tempo 0. Serve solo l' asse x, che prendiamo concorde con la direzione del moto.
a) $x_C = d + \frac{1}{2}a_C t^2$ e $x_S = v_S t$. I tempi di incontro sono due e corrispondono alle due radici della equazione di secondo grado che si ottiene da $x_C = x_S$;
$t_{1,2} = -\frac{v_S}{a_C} \pm \sqrt{(\frac{v_S}{a_C})^2 - 2\frac{d}{a_C}} = 8 \pm 2$ s.
a) Dunque il primo tentativo, quello che fallisce, avviene dopo 6 secondi e il secondo, la risposta alla domanda posta, dopo t_2 =10 s.
b) Al tempo t_1 il carrellino aveva percorso una strada pari a $x_C = d + \frac{1}{2}a_C t_1^2$= 18 m, anche calcolabile usando il moto di Sandro e sottraendo d: $v_S t_1 - d$.

Soluzione Esercizio 2. Compito C

Le forze agenti sul sistema e il sistema di riferimento scelto sono indicate in figura.
Notiamo che accelerazione del centro di massa di M e accelerazione del blocchetto sono uguali.
Per i momenti, nel caso della massa M (il disco) prendiamo come polo il punto di contatto fra il disco e il piano, dove passa l'asse di rotazione istantaneo del disco. Scriviamo le equazioni cardinali per entrambe le masse. Il testo precisa di trascurare l' effetto dell' attrito sul blocchetto (condizione possibile, dato che l' attrito dipende dai due materiali a contatto e inserita solo allo scopo di semplificare qualche passaggio):
$a_{CM} = a_m = a$.
1) $mgsin(\theta) - T = ma$
2) $Mgsin(\theta) + T - F_a = Ma$
3) $MgRsin(\theta) + TR = I_o\alpha = I_o\,\frac{a}{R}$. Da queste si ricava che:
$T = \frac{I_o a - Mgsin(\theta)R^2}{R^2}$, con $I_o = I_{CM} + MR^2$=$\frac{3}{2}MR^2$.
Da cui: $T = \frac{3}{2}Ma - Mgsin(\theta)$.
Uguagliando questa espressione di T con la 1):
$mgsin(\theta) - ma = \frac{3}{2}Ma - Mgsin(\theta)$.
Da cui si ricava:
a) $a = \frac{2gsin(\theta)\,(m+M)}{3M+2m}$.
Da queste formule potremmo anche ricavare T e anche F_a, la forza di attrito che permette il rotolamento puro di M.
b) Lo spostamento di m al tempo dato risulta pari a: $\Delta_x = 1/2a\,t^2$
Il lavoro della forza di attrito su M risulta sempre nullo, essendo rotolamento puro.



Sol numerica: 3.67 m/s^2 , 1.84 cm, 0 J

Soluzione Esercizio 3. Compito C

Si tratta di un pendolo fisico, composto da un' asta che oscilla attorno ad un suo estremo Ω, a distanza $l/2$ dal suo C.M. Pertanto l'equazione dei momenti, con polo in Ω, sarà: $-\frac{l}{2}Mgsin\theta = I_\Omega\ddot{\theta}$, dove $\dot{\theta} = \omega$ è la velocità angolare, da non confondere con la pulsazione che ora troveremo ed indicheremo con ω_P per chiarezza.
Si ha anche che: $I_\Omega = I_{CM} + M\frac{l^2}{4}=\frac{M\,l^2}{3}$=0.33 kg $\cdot$ m^2
b) L'equazione del moto oscillatorio per piccoli angoli, ossia $sin\theta$ circa uguale a θ diventa: $\ddot{\theta}+\frac{l}{2}\frac{Mg}{I_\Omega}\,\theta$=0. Da questa si ricava che $\omega_P = \sqrt{\frac{lMg}{2I_\Omega}}$ e sostituendo il valore di I_Ω diventa: $\omega_P = \sqrt{\frac{3g}{2l}}$=3.83 rad/s. Il periodo $T = \frac{2\pi}{\omega_P}$= 1.64 s.
a) Per determinare l' angolo massimo scriviamo: $\theta(t) = \theta_{max}\,cos(\omega_P\,t{+}\phi)$ e $\dot{\theta}(t) = -\omega_P\theta_{max}\,sin(\omega_P\,t+\phi)$. La condizione iniziale $\theta(0) = 0$ porta a $\phi = \pm\pi/2$ e, dalla seconda, otteniamo in coseguenza che $\dot{\theta}(0) = \omega(0) = -\omega_P\theta_{max}\,sin(\pm\pi/2)$, ossia (il segno qui non ha importanza, nell' oscillazione cambia continuamente e a noi interessa solo il valore massimo dell' angolo) $\theta_{max} = \frac{\omega}{\omega_P}$=0.26 rad=14.96^o.

Soluzione Esercizio 4. Compito C

a) Il pallone subisce la forza peso P proporzionale alla massa del pallone $m_{pallone}$ e dell'elio in esso contenuto $m_{He} = \frac{4}{3}\pi R^3\rho_{he} = 54$ kg, dunque $P = -(m_{pallone} + m_{He})g = -2160$ N. La massa di aria spostata dal pallone e' $m_{aria} = \frac{4}{3}\pi R^3\rho_{aria} = 422$ kg e dunque la spinta di Archimede rivolta in direzione opposta $F_A = m_{aria}g = 4141$ N.. Dal secondo principio della dinamica, la risultante delle forze è $R = P + F_A$ dunque $R = [-(m_{pallone} + m_{He}) + m_{aria}]g = -2160 + 4141 = 1982.6$ N
b) il tempo per raggiungere un'altezza dal suolo $h = 300$ m si ottiene nota l'accelerazione del punto precedente $a = R/(m_{pallone} + m_{He}) = 9.01$ m/s^2 attraverso la relazione propria di un moto uniformemente accelerato: $t = \sqrt{2h/a} = 8.16$ s