

ESERCIZI

QUINDICESIMA PROPOSTA

11 giugno 2024

***Ripasso prima parte***

Es 1

Un'asta omogenea di massa  $m=1\text{kg}$  e lunghezza  $L=1\text{m}$  è appesa per un estremo O (vincolo senza attrito) in un piano verticale e, mentre si trova ferma nella posizione di equilibrio stabile, viene colpita perpendicolarmente nell'estremo libero da una forza di breve durata di impulso  $J$ . Determinare  $J$  sapendo che, in seguito al colpo, l'asta raggiunge la posizione orizzontale con velocità nulla.

Il momento d'inerzia di una barra lunga  $L$  rispetto al suo C.M vale  $1/12 M L^2$

***Ricordate la definizione di impulso e di momento dell' impulso. L' impulso produce una variazione di quantità di moto, il momento di un impulso produce una variazione del momento della quantità di moto***

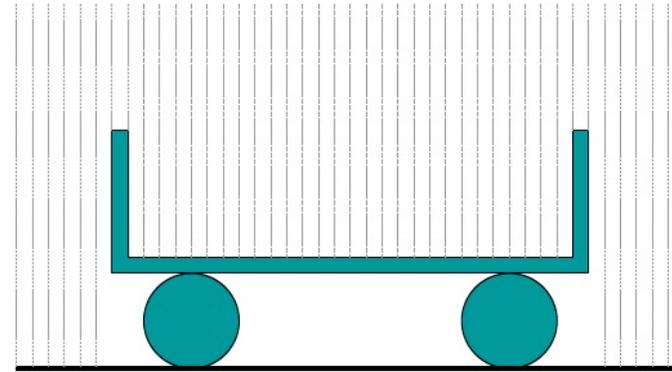
Es 2

Un cilindro di massa  $m$  scende rotolando senza strisciare lungo un piano inclinato di un angolo  $\theta$  rispetto all'orizzontale. Calcolare il valore di attrito tra cilindro e piano. ( $\theta = 30^\circ$ ;  $m = 6 \text{ kg}$ )

Il momento d'inerzia di un cilindro di raggio  $R$  e massa  $M$  rispetto al suo C.M. vale  $\frac{1}{2} M R^2$

# Es 3

Un vagone merci è schematizzabile come un cestello vuoto di massa  $M_1$  fissato su quattro ruote, a loro volta schematizzabili come dischi omogenei di massa  $M_2$  e raggio  $R$ . Trascurando altri dettagli, la massa totale del vagone è dunque pari ad  $M = M_1 + 4M_2$ . Il vagone procede inizialmente a velocità costante  $v_0$  su un binario piano e rettilineo. Ad un dato istante  $t = 0$  inizia a piovere e il cestello del vagone inizia a riempirsi d'acqua con un tasso costante  $\lambda$ , in modo tale che la sua massa totale aumenti nel tempo  $t$  di una quantità  $\lambda t$ . Assumendo che la pioggia cada in direzione verticale e immaginando che il vagone si muova in maniera tale che le sue ruote compiano un moto di puro rotolamento, determinare:



1. la funzione  $v(t)$  che descrive la velocità del vagone nel tempo e se ne spieghi la deduzione;
2. la funzione che descrive l'accelerazione  $a(t)$  del centro di massa del vagone in funzione del tempo ed il suo valore raggiunto dopo  $T$  secondi dal momento in cui inizia a piovere;
3. l'espressione dell'energia cinetica associata al moto di una generica ruota, nonché il valore dell'energia cinetica dell'intero vagone calcolata dopo  $T$  secondi dal momento in cui inizia a piovere.

[Dati:  $M_1 = 300.0$  Kg,  $M_2 = 20.0$  Kg,  $R = 30$  cm,  $v_0 = 15$  m/s,  $\lambda = 30$  g/s,  $T = 30$  s]

Il momento d'inerzia di un disco (la ruota) di raggio  $R$  e massa  $M$  rispetto al suo C.M vale  $\frac{1}{2} M R^2$   
**Notate che su  $X$  NON agiscono forze esterne**

Es 4

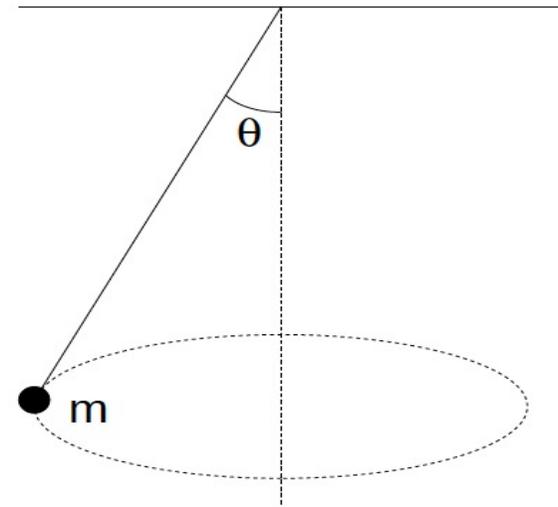
Un punto materiale di massa  $m$  è vincolato all'estremità di una corda ideale inestensibile di massa trascurabile e lunghezza  $l$ . Tale corda è ancorata al soffitto ed il punto materiale viene posto in uno stato di moto circolare uniforme la cui traiettoria giace su un piano orizzontale. Conoscendo  $l$ ,  $m$ ,  $g$  e l'angolo costante  $\theta$  formato dalla corda con la verticale al soffitto, si determinino:

- i) la tensione della corda durante il moto;
- ii) la velocità angolare del punto materiale.

Dopo un certo tempo il pendolo si sarà fermato in posizione verticale a causa delle inevitabili forze di attrito. Determinare:

- iii) l'energia dissipata da tali forze di attrito.

[Dati:  $m = 0.083$  kg,  $l = 0.70$  m,  $g = 9.81$  m/s<sup>2</sup>,  $\theta = 0.15$  rad]



## Pendolo conico

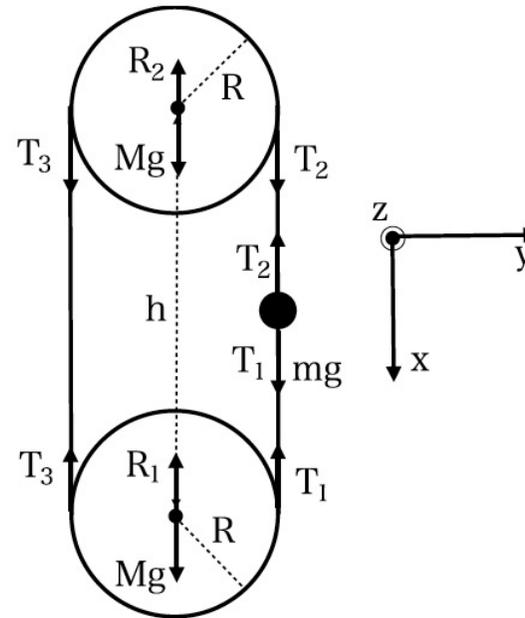
# Es 5

Due dischi omogenei uguali, di massa  $M$  e raggio  $R$ , sono liberi di ruotare senza attrito intorno a due assi orizzontali fissi passanti per i loro centri geometrici, posti uno sulla verticale dell'altro a distanza  $h$ . I due dischi sono collegati da una cinghia ideale come in figura, inestensibile e di massa trascurabile, che scorre intorno ai due dischi senza strisciare. Sulla cinghia è fissata una massa  $m$  di dimensioni trascurabili, che a contatto con i dischi compie un moto circolare di raggio  $R$ . L'intero sistema è sottoposto alla forza peso terrestre. Al tempo  $t = 0$  la massa  $m$  si trova ferma a metà altezza tra i due dischi. In figura sono rappresentate le forze che agiscono sul sistema al tempo  $t = 0$ : le reazioni vincolari  $\vec{R}_1$  ed  $\vec{R}_2$ ; le tensioni della cinghia  $\vec{T}_1$ ,  $\vec{T}_2$  e  $\vec{T}_3$ ; le forze peso relative ai dischi ed alla massa  $m$ .

Si chiede di determinare:

1. l'accelerazione con cui cade la la massa  $m$  lungo il tratto verticale;
2. la somma delle reazioni vincolari  $\vec{R}_1 + \vec{R}_2$  che all'istante  $t = 0$  agiscono sugli assi di rotazione dei due dischi;
3. la velocità della massa  $m$  quando passa per il punto più basso;

[Dati:  $M = 5.0$  kg,  $m = 1.0$  kg,  $R = 0.40$  m,  $h = 2.0$  m]

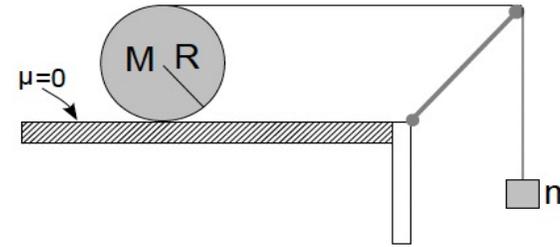


Il momento d'inerzia di un disco di raggio  $R$  e massa  $M$  rispetto al suo C.M. vale  $\frac{1}{2} M R^2$ .

*Sono CONTI...scrivete le equazioni su ciascuna massa che compare, sia la prima che la seconda cardinale per i dischi (5 equazioni da mettere insieme). Per la 3): notate che l'energia meccanica si conserva*

## Es 6

Un cilindro omogeneo di massa  $M = 40 \text{ kg}$  e raggio  $R = 1 \text{ m}$  è libero di muoversi su un piano liscio. Su di è avvolto un cavo inestensibile privo di massa che lo collega ad una massa  $m = 2 \text{ kg}$  passando attraverso una carrucola di massa trascurabile (come indicato in figura) su cui il cavo scorre senza strisciare. Inizialmente il sistema è in quiete. Al tempo  $t = 0$  il sistema inizia a muoversi sotto l'azione della forza peso relativa alla massa  $m$ . Determinare:



1. la relazione tra l'accelerazione lineare del cilindro,  $a_M$ , e la sua accelerazione angolare,  $\dot{\omega}_M$ ;
2. la relazione tra l'accelerazione  $a_m$  della massa  $m$ , e l'accelerazione lineare  $a_M$  del cilindro;
3. l'accelerazione lineare  $a_m$  della massa  $m$ ;
4. l'energia cinetica del cilindro dopo  $t = 1 \text{ s}$  dall'inizio del moto.

Si supponga che il piano su cui poggia il cilindro sia arbitrariamente lungo e che la massa  $m$  non incontri ostacoli nel suo moto in verticale.

Il momento d'inerzia di un disco di raggio  $R$  e massa  $M$  rispetto al suo C.M vale  $\frac{1}{2} M R^2$ .

**ATT: Il disco rotola e striscia anche, ossia non è un rotolamento puro !**