Fisica II per Scienze Chimiche – Formulario

- **Basi di cinematica**:

$$\begin{aligned}\vec{v} &= \frac{d\vec{s}}{dt} \quad (\text{anche } \frac{d\vec{r}}{dt}) \\ \vec{a} &= \frac{d\vec{v}}{dt}\,; \\ \Delta\vec{s}|_{t_1}^{t_2} &= \int_{t_1}^{t_2} \vec{v}(t)\,dt \\ \Delta\vec{v}|_{t_1}^{t_2} &= \int_{t_1}^{t_2} \vec{a}(t)\,dt\end{aligned}$$

- **Leggi della meccanica**

$$\begin{aligned}\vec{a} &= \frac{\vec{F}}{m} \\ \frac{d\vec{p}}{dt} &= \vec{F} \qquad [\vec{p} = m\vec{v}] \\ \Delta\vec{p}|_{t_1}^{t_2} &= \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}(t)\,dt \\ \vec{F}_A^{(B)} &= -\vec{F}_B^{(A)} \\ \vec{F}_A^{(tot)} &= \sum_i \vec{F}_A^{(i)}\,.\end{aligned}$$

- Sistema isolato: $\sum_i \vec{p}_i = \text{costante}$.
- Altrimenti: $\frac{d}{dt}\left(\sum_i \vec{p}_i\right) = \vec{F}^{(ext)} \quad \rightarrow \quad \frac{d}{dt} v_{CM} = \frac{\vec{F}^{(ext)}}{m_{tot}}$.

- **Lavoro**, **energia cinetica e potenziale**. **Potenza**.

$$\begin{aligned} dL &= \vec{F}\cdot d\vec{s} \\ L|_A^B = \int_A^B dL &= \Delta\left(\frac{1}{2}mv^2\right)\Big|_A^B \equiv \Delta U_k|_A^B \\ [&= -\Delta U_p|_A^B \quad \text{solo se } \vec{F} \text{ conserv.}] \\ F_x &= -\frac{dU_p(x)}{dx}\,, \text{ etc.} \\ \mathcal{P} &= \frac{dL}{dt} \qquad (\text{anche } \mathcal{P} = \frac{dE}{dt} \; e \; \mathcal{P} = \frac{dQ}{dt})\end{aligned}$$

- **Corpo rigido**:

$$\begin{aligned}\vec{M} &= \vec{r}\times\vec{F} \qquad \left[\vec{M}_{tot} = \sum_i \vec{M}_i\right] \\ \vec{L} &= \vec{r}\times\vec{p} \qquad \left[\vec{L}_{tot} = \sum_i \vec{L}_i\right] \\ I &= \sum_i m_i r_i^2 \;\; [\, = \sum_i I_i \,] \;\rightarrow \text{“} \int \mathrm{d}I \text{”}\end{aligned}$$

$$\vec{M}^{(ext)} = 0 \quad \Longrightarrow \quad \vec{L} = cost$$

Rotazione intorno ad un asse fisso: analogie

$$\begin{aligned} x &\leftrightarrow \theta \\ v = \frac{dx}{dt} &\leftrightarrow \omega = \frac{d\theta}{dt} \\ a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} &\leftrightarrow \dot{\omega} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2} \\ m &\leftrightarrow I \\ a = \frac{F}{m} &\leftrightarrow \dot{\omega} = \frac{M}{I} \\ p = mv &\leftrightarrow L = I\omega \\ F = \frac{dp}{dt} = ma &\leftrightarrow M = \frac{dL}{dt} = I\dot{\omega}\end{aligned}$$

- **Forze elettriche**
(fra oggetti puntiformi o sferici)

$$\vec{F}_{1,2}(\vec{r}) = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2}\,\hat{r}$$

con $\hat{r}$ che punta da q_1 a q_2.

In termini di **campi**:

$$\vec{F}_{1,2}(\vec{r}) = q_2 \vec{E}_1(\vec{r})$$

dove

$$\vec{E}_1(\vec{r}) = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r^2}\,\hat{r}.$$

Principio di sovrapposizione:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \sum_i \vec{E}_i(\vec{r}_i) = \sum_i \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0|\vec{r}-\vec{r}_i|^2}\frac{\vec{r}-\vec{r}_i}{|\vec{r}-\vec{r}_i|}.$$

Nota: se i campi sono dovuti distribuzioni a continue di cariche compariranno *sommatorie su infiniti elementi infinitesimi da* (→ integrali!), riscritti in termini della *densità (lineare, superficiale o di volume)* e dell'elemento infinitesimo di lunghezza, superficie o volume, ad es. $dq = \lambda dl$, $dq = \sigma dS$, $dq = \rho dV$. Quindi, ad esempio, il campo in $\vec{r}$ prodotto da dQ in $\vec{r}\,'$ è:

$$d\vec{E}(\vec{r}) = \frac{k_0\,dQ}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|^3}\,(\vec{r}\,'-\vec{r}).$$

- **Casi particolari di campi** (elettrostatici)

$$\begin{aligned}\vec{E}_r(r) &= \frac{\lambda}{2\,\pi\,\epsilon_0\,r}\cdot\hat{r} \qquad [\text{filo rett. infinito}] \\ E_x(x) &= \frac{\sigma}{2\,\epsilon_0}\,\text{sign}(x) \qquad [\text{piano infinito}]\end{aligned}$$

Due piani infiniti paralleli → principio di sovrapposiz.
In prossimità (all'**esterno**) **di un conduttore**:

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}\hat{n} \qquad (\text{‘Teorema di Coulomb’})$$

- **Teorema di Gauss** (per il caso elettrostatico)

$$\begin{aligned} d\Phi(\vec{E}) &= \vec{E}\cdot d\vec{S} = \vec{E}\cdot(dS\hat{n}) = EdS(\hat{r}\cdot\hat{n}) \\ \Phi\vec{E}) &= \int_S d\Phi \qquad [\Phi \text{ uscente, con } \hat{n} \text{ verso l'esterno}] \\ \Phi(\vec{E}) &= \frac{Q_{\text{tot}}}{\epsilon_0}.\end{aligned}$$

- **Energia potenziale e potenziale**

$$\Delta U_p|_A^B = q\,\Delta V|_A^B$$

Percorso chiuso: $\sum_i \Delta U_{p_i} = 0$.

- **Energia potenziale elettrostatica di N cariche**

$$\begin{aligned} U_p^e &= \sum_{i=1}^{N}\left(\sum_{j=i+1}^{N}\frac{q_iq_j}{4\pi\epsilon_0 r_{ij}}\right) \\ &= \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\left(\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{N}\frac{q_iq_j}{4\pi\epsilon_0 r_{ij}}\right) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} q_iV_i \end{aligned}$$

- **Forza $\leftrightarrow$ En. Pot. $\Longleftrightarrow$ Campo $\leftrightarrow$ Potenziale**
(caso elettrostatico, unidimensionale)

$$\Delta U_p|_{x_1}^{x_2} = -\int_{x_1}^{x_2}F(x)\,\mathrm{d}x \quad\Leftrightarrow\quad \Delta V|_{x_1}^{x_2} = -\int_{x_1}^{x_2}E(x)\,\mathrm{d}x$$

$$F(x) = -\frac{dU_p(x)}{dx} \quad\Leftrightarrow\quad E(x) = -\frac{dV(x)}{dx}$$

Caso particolare di forza costante:

$$\Delta U_p|_{x_1}^{x_2} = -F\Delta x \quad\Leftrightarrow\quad \Delta V|_{x_1}^{x_2} = -E\Delta x\,.$$

Inoltre, da $\sum_i \Delta U_{p_i} = 0$ segue $\sum_i \Delta V_i = 0$.

- **Campo $\leftrightarrow$ Potenziale**

$$\vec{E} \;=\; -\vec{\nabla}V\,,$$

con $\vec{\nabla}$ l'operatore gradiente, in coordinate cartesiane

$$\vec{\nabla} \;=\; \left(\frac{\partial}{\partial x},\frac{\partial}{\partial y},\frac{\partial}{\partial z}\right) = \left(\frac{\partial}{\partial x}\hat{\imath}+\frac{\partial}{\partial y}\hat{\jmath}+\frac{\partial}{\partial z}\hat{k}\right)$$

da cui segue la variazione infinitesima e finita di potenziale

$$\begin{aligned} dV &= \vec{\nabla}V\cdot d\vec{s} = -\vec{E}\cdot d\vec{s} \\ \Delta V|_A^B &= \int_A^B \vec{\nabla}V\cdot d\vec{s} = -\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{s}\,. \end{aligned}$$

- **Zero (convenzionale) del potenziale**
  - Per come sono introdotti, U_p e V sono definiti a meno di una costante additiva;
  - per le forze che vanno come $1/r^2$ è *di norma* conveniente porre lo zero del potenziale all'infinito $\Rightarrow$ potenziale alla distanza da q:

$$\begin{aligned} V(r)-V(\infty) &= \Delta V|_\infty^r = -\int_\infty^r \vec{E}\cdot d\vec{s} \\ V(r) &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}\,, \end{aligned}$$

da cui segue U_p di q_2 posta alla distanza r da q_1:

$$U_p^{1,2}(r) \;=\; q_2V_1(r) = \frac{q_1q_2}{4\pi\epsilon_0 r}\,,$$

avendo esplicitato il fatto che $V(r)$ è dovuto a q_1. Infine, **campi e potenziali sono additivi**.

- **Circuiti in corrente continua (c.c.)**
Generatore di tensione:

$$V^{(+)} - V^{(-)} \;\equiv\; \mathcal{E}.$$

Legge di Ohm, leggi di Kirchhoff, effetto Joule:

$$\begin{aligned} i &= \frac{dq}{dt} \\ i_{A\to B} &= \frac{V_A-V_B}{R_{A\leftrightarrow B}} \quad\Rightarrow\quad \text{“}i = \frac{\Delta V}{R}\text{”} \\ R &= \rho\,\frac{l}{S} \qquad \text{(conduttore cilindrico)} \\ \sum_i i_i &= 0 \qquad \text{(nodi)} \\ \sum_i \Delta V_i &= 0 \qquad \text{(maglie)} \\ \mathcal{P} &= i\Delta V = \frac{\Delta V^2}{R} = Ri^2 \end{aligned}$$

Resistenze in serie e in parallelo:

$$\begin{aligned} R_s &= \sum_i R_i \\ R_p^{-1} &= \sum_i R_i^{-1}\,. \end{aligned}$$

- **Condensatori e circuiti con $\mathcal{E}\,(=f)$ (costante), R e C**
($\to$ 'carica e scarica del condensatore')

$$q = C\Delta V$$

Energia del condensatore: $\frac{1}{2}q\Delta V = \frac{1}{2}C\Delta V^2$
Condensatore piano: $C = \epsilon_0\,S/d$.
– Campo elettrico: $E = \Delta V/d$.
– Densità di energia elettrostatica: $u = \frac{1}{2}\epsilon_0E^2$.
(vale in generale $\forall\ E$ nel vuoto!)
Cond. sferico: $C = 4\pi\epsilon_0\frac{R_1R_2}{R_2-R_1}$ (anche per $R_2\to\infty$).
Cond. cilindrico: $C = \frac{2\pi\epsilon_0 h}{\log(R_2/R_1)}$.
Parallelo e serie: $C_p = \sum_i C_i$; $C_s^{-1} = \sum_i C_i^{-1}$.
Semplici circuiti con $\mathcal{E}\,(=f)$, R e C:
$\to$ stesse regole ("Ohm e Kirchhoff") dei circuiti in c.c., con $i(t)$, $q(t)$ e $\Delta V_c(t)$ (e $\Delta V_R(t)$) dipendenti dal tempo $\to$ a equazione differenziale riscrivibile nella forma *canonica* che dà luogo ad andamenti esponenziali con costante di tempo $\tau = RC$.

- **Dipolo elettrico**

$\vec{p} = q\vec{a}$ (con $\vec{a}$ orientato da $-q$ a q, con $q > 0$)
Potenziale in $\vec{r}$ dal centro del dipolo:

$$V(\vec{r}) = \frac{\vec{p}\cdot\hat{r}}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

Campo prodotto da un dipolo (in coord. polari):

$$\begin{aligned} \vec{E} &= -\vec{\nabla}V \\ E_r = -\frac{\partial V}{\partial r} &= \frac{2\,k\,p\cos\theta}{r^3} \\ E_\theta = -\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta} &= \frac{2\,k\,p\sin\theta}{r^3}\,. \end{aligned}$$

In particolare, lungo l'asse e sul piano mediano

$$\begin{aligned} \vec{E}_z(z) &= \frac{2\,k\,\vec{p}}{|z|^3} \qquad \text{(lungo l'asse)} \\ \vec{E}_z(y) &= -\frac{k\,\vec{p}}{|y|^3} \qquad \text{(sul piano mediano)} \end{aligned}$$

Momento di una forza su $\vec{p}$ posto in campo elettrico:

$$\vec{M} = \vec{p}\times\vec{E}\,,$$

da cui energia potenziale $U_p = -\vec{E}\cdot\vec{p} = -Ep\cos\theta$.
Dipolo in campo elettrico non uniforme:

$$F_x = p\frac{dE_x}{dx}\,.$$

Due dipoli allineati lungo lo stesso asse (x)
$\rightarrow$ dipolo 1 (in x_1) produce E_x in x_2 con $dE_x/dx \neq 0$;
$\rightarrow$ dipolo 2 (in x_2) subisce $F_x = pdE_x/dx$.

- Dielettrici

Effetto su forza di Coulomb e condensatori:

$$\epsilon_0 \;\rightarrow\; \epsilon_0\epsilon_r \qquad (\epsilon_r > 1).$$

Suscettività elettrica $\leftrightarrow$ costante dielettrica:

$$\chi = \epsilon_r - 1\,.$$

Campo in un condensatore piano (indicando con σ_0, q_0 e E_0 densità di carica, carica e campo in assenza di dielettrico – E_r con dielettrico; $q_p \leftrightarrow \sigma_p$):

$$\begin{aligned} E_r &= E_0 - \frac{\sigma_0}{\epsilon_0}\left(\frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r}\right) \\ &= \frac{\sigma_0}{\epsilon_0} - \frac{\sigma_0}{\epsilon_0}\left(\frac{\chi}{\chi+1}\right) \\ &= \frac{\sigma_0}{\epsilon_0} - \frac{\sigma_p}{\epsilon_0} \\ q_p &= \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r}q_0 = \frac{\chi}{\chi+1}q_0\,. \end{aligned}$$

- Polarizzazione dei dielettrici

Momento di dipolo elettrico medio: $\langle\vec{p}\rangle \,||\, \vec{E}$.

Momento di dipolo totale (dovuto a N 'oggetti') e vettore polarizzazione (momento di dipolo su *volume* V):

$$\begin{aligned} \vec{p}_{tot} &= N\langle\vec{p}\rangle \\ \vec{P} \equiv \frac{\vec{p}_{tot}}{V} &= \frac{N\langle\vec{p}\rangle}{V} = n\langle\vec{p}\rangle \qquad [n = N/V] \\ \vec{P} &= \epsilon_0\chi\vec{E} \qquad \text{(se `dielettrico lineare')} \\ \sigma_p &= P \qquad (\rightarrow \vec{P}\cdot\hat{n} \text{ nel caso generale})\,. \end{aligned}$$

- Corrente elettrica, velocità di deriva e densità di corrente

$$\begin{aligned} i = \frac{dq}{dt} &= nev_dS \\ j = \frac{i}{S} &= nev_d \end{aligned}$$

con n il numero di portatori (ciascuno di carica e) per unità di volume.
Nel caso generale, con movimenti di cariche che variano da punto a punto, si definisce localmente $\vec{j}$ e i è pari al flusso di $\vec{j}$ su una superficie:

$$\begin{aligned} \vec{j} &= -ne\vec{v}_d \\ i = \Phi_S(\vec{j}) &= \int_S \vec{j}\cdot\hat{n}\,dS. \end{aligned}$$

Relazione tra $\vec{E}$ e $\vec{J}$, tramite resistività:

$$\vec{E} = \rho\vec{J}$$

- Forze magnetiche su cariche e correnti

$$\begin{aligned} \vec{F}_L &= q\vec{v}\times\vec{B} \\ \Big[\vec{F}_q = \vec{F}_{el} + F_L &= q\vec{E} + q\vec{v}\times\vec{B}\Big]\,, \end{aligned}$$

quindi il moto segue secondo le leggi della meccanica.
Forza su conduttore percorso da corrente

$$d\vec{F} = id\vec{s}\times\vec{B}$$

- Dipolo magnetico e momento della forza agente su di esso

$$\begin{aligned} \vec{m} &= iS\hat{n} \\ \vec{M} &= \vec{m}\times\vec{B}\,. \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ analogia con dipoli elettrici in campo elettrico:

$$\begin{aligned} \vec{p} &\;\Leftrightarrow\; \vec{m} \\ \vec{M} = \vec{p}\times\vec{E} &\;\Leftrightarrow\; \vec{M} = \vec{m}\times\vec{B} \\ U_p = -\vec{p}\cdot\vec{E} &\;\Leftrightarrow\; U_p = -\vec{m}\cdot\vec{B} \\ U_p = -pE\cos\theta &\;\Leftrightarrow\; U_p = -mM\cos\theta \end{aligned}$$

- **Campi magnetici prodotti da cariche in movimento**

$$\begin{aligned}\vec{B} &= \frac{\mu_0}{2\,\pi}\,\frac{i}{r}\hat{l}\times\hat{r} \quad \text{[Biot-Savart]}\\ d\vec{B} &= \frac{\mu_0}{4\,\pi}i\frac{d\vec{s}\times\hat{r}}{r^2} \quad [1^a \text{ legge di Laplace}]\\ \vec{B}_{caricaq} &= \frac{\mu_0}{4\,\pi}q\frac{\vec{v}\times\hat{r}}{r^2}\end{aligned}$$

- **Dalla spira circolare al solenoide**

A) Al centro della spira di raggio R:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{2}\frac{i}{R}\hat{n}\,.$$

B) Lungo l'asse (z) per il centro della spira:

$$B_z = \frac{\mu_0}{2}\frac{iR^2}{(R^2+z^2)^{3/2}}\,.$$

Limite per $|z|\gg R$ (e quindi $r\approx|z|$):

$$\begin{aligned}B_z &= \frac{\mu_0 iR^2}{2|z|^3}\\ \rightarrow \vec{B}(z) &= \frac{\mu_0 iR^2}{2r^3}\hat{z}\\ &= \frac{\mu_0 i(2S)\hat{z}}{4\pi r^3}\,,\end{aligned}$$

ovvero (notare l'analogia con il dipolo elettrico!):

$$\vec{B}(z) = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\,\vec{m}}{r^3} \quad\Longleftrightarrow\quad \frac{1}{4\pi\,\epsilon_0}\frac{2\,\vec{p}}{r^3}\,,$$

con $\vec{m}=iS\hat{z}$.

C) Tante spire 'sovrapposte' di pari R e stessa i:
→ si sommano i contributi.

D) Limite di solenoide 'infinito':
→ B uniforme all'interno

$$B = \mu_0 ni \quad (\text{con } n = \text{ numero di spire}/l)$$

→ B nullo all'esterno.

Densità di energia magnetica

$$u_M = \frac{B^2}{2\,\mu_0} \quad (\text{vale in generale!}).$$

- **Forza per unità di lunghezza fra fili paralleli rettilinei percorsi da corrente**

$$\frac{F}{l} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{i_1 i_2}{2\pi\,d}$$

(attrattiva se $\hat{t}_1\uparrow\uparrow\hat{t}_2$, altrimenti repulsiva).

- **Effetto permeabilità magnetica relativa**

$$\mu_0 \longrightarrow \mu_0\,\mu_r.$$

- **Teorema di Gauss per campo magnetico**

$\Phi(\vec{B})=0$ (linee di forza chiuse ↔ no monopoli)

- **Teorema di Ampère**

$$\oint_l \vec{B}\cdot d\vec{s} = \mu_0\sum_i i_i^{(\text{conc.})}$$

→ si recupera facilmente Biot-Savart;
→ all'interno di un conduttore cilindrico:

$$B(r) = \frac{\mu_0 ir}{2\pi R^2} \quad (r\le R)\,;$$

→ si recupera facilmente solenoide infinito.

- **Legge di Faraday-Neuman-Lenz**

$$\mathcal{E}(=f) = -\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt} \;\Rightarrow\; \begin{cases} i = \frac{\mathcal{E}}{R} = -\frac{1}{R}\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt} & \text{(chiuso)}\\ \Delta V = \mathcal{E} = -\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt} & \text{(aperto)}\end{cases}$$

- **Autoinduzione e induttanza**

$$\mathcal{E}(=V_L) = -L\,\frac{di}{dt} \qquad (L \text{ in H})$$

- **Effetto di induttanza nei circuiti**
  - V_L come un generatore la cui tensione dipende da di/dt [analogo a condensatore, in cui ΔV_C dipendeva da $q(t)$];
  - solite regole dei circuiti ("Ohm e Kirchhoff");
  - circuito con **generatore in c.c.**, R, e L:
    → equazione diff. riscrivibile nella forma *canonica* che dà luogo ad andamenti esponenziali con costante di tempo $\tau = L/R$;

Energia associata all'elemento circuitale L:

$$E_L = \frac{1}{2}\,L\,i^2\,,$$

la quale può essere associata al campo magnetico generato da i: → densità di energia u_M (vedi sopra).

- **Legge di Ampère-Maxwell** (i_s "corrente di spostamento")

$$\begin{aligned}\oint_l \vec{B}\cdot d\vec{s} &= \mu_0 i_c + \mu_0\,\epsilon_0\,\frac{d\Phi(\vec{E})}{dt}\\ &= \mu_0 i_c + \mu_0 i_S\end{aligned}$$

- **Riepilogo 4 equazioni basilari ('di Maxwell')**

$$\begin{aligned}\Phi(\vec{E}) &= \frac{Q_{\text{tot}}}{\epsilon_0}\\ \Phi(\vec{B}) &= 0\\ \oint_l \vec{E}\cdot d\vec{s} &= -\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt}\\ \oint_l \vec{B}\cdot d\vec{s} &= \mu_0 i_c + \mu_0\,\epsilon_0\,\frac{d\Phi(\vec{E})}{dt}\end{aligned}$$

- **Onde armoniche**:
  - equazione: $f(x,t) = A\cos(k\,x - \omega\,t)$;
  - periodicità: $T = 2\pi/\omega$; $\lambda = 2\pi/k$.
  - velocità: $v = \omega/k = \lambda/T \quad\rightarrow\quad \lambda\nu = v$.
- **Equazione di d'Alambert**:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} \;=\; 0$$

valida per generica $f(x,t) = g_1(x - v\,t) + g_2(x + v\,t)$.

- **Onde elettromagnetiche** (dalle eq. di Maxwell) se l'onda si propaga lungo x, per le componenti $k = y, z$:

$$\frac{\partial^2 E_k}{\partial x^2} - \mu_0\,\epsilon_0\,\frac{\partial^2 E_k}{\partial t^2} = 0, \qquad \frac{\partial^2 B_k}{\partial x^2} - \mu_0\,\epsilon_0\,\frac{\partial^2 B_k}{\partial t^2} = 0$$

da cui

$$E_k = E_0\cos(k\,x - \omega\,t), \qquad B_k = B_0\cos(k\,x - \omega\,t)$$

  - si propagano nel vuoto con velocità $|\vec{v}| = c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\,\epsilon_0}}$;
  - E e B oscillano in fase, con $E/B = c$
  - $\vec{E}$ e $\vec{B}$ ortogonali e ortogonali a $\vec{v}$;
    $\Rightarrow\ \vec{E}\times\vec{B}$ lungo $\vec{v}$;
  - Densità di energia [J/m^3] (nota: $u_E = u_B\ \forall t$):

$$\begin{aligned} u = u_E + u_B &= \frac{1}{2}\epsilon_0\,E^2 + \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0} \\ &= \epsilon_0\,E^2 = \frac{B^2}{\mu_0} \end{aligned}$$

- **Densità media** di energia [J/m^3]:

$$\overline{u} = \frac{1}{2}\epsilon_0\,E_0^2 = \epsilon_0\,E_{\text{eff}}^2$$

- **Potenza istantanea e media** su Σ [W]

$$\begin{aligned} P &= u\,\Sigma\,c \\ \overline{P} &= \overline{u}\,\Sigma\,c \end{aligned}$$

- Intensità istantanea e **intensità** [W/m^2]

$$\begin{aligned} I_{\text{ist}} = \frac{P}{\Sigma} &= u\,c = \epsilon_0 E^2 c = \frac{1}{\mu_0}EB \\ I = \frac{\overline{P}}{\Sigma} &= \overline{u}\,c = \frac{\epsilon_0}{2}cE_0^2 = \epsilon_0 c E_{\text{eff}}^2 \end{aligned}$$

- **Vettore di Poynting**

$$\begin{aligned} \vec{S} &= \frac{1}{\mu_0}\vec{E}\times\vec{B} \qquad [\vec{S}\uparrow\uparrow\vec{v}] \\ S = |\vec{S}| &= \frac{1}{\mu_0}EB = I_{ist} \\ \overline{S} &= I\,. \end{aligned}$$

- **Quantità di moto e pressione di radiazione** p_{rad}

$$p_{rad} = \overline{u} = \frac{I}{c} = \frac{\overline{S}}{c} \quad \text{[se assorbita]}$$
$$p_{rad} = 2\,\overline{u} = 2\,\frac{I}{c} = 2\,\frac{\overline{S}}{c} \quad \text{[se riflessa]}$$

- **Riflessione e rifrazione**

L'indice di rifrazione di un materiale è (v velocità dell'onda nel materiale, c nel vuoto)

$$n = \frac{c}{v} \geq 1$$

Quando un' onda (λ_0 nel vuoto) entra in un mezzo con indice n la lunghezza d'onda varia,

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n} \rightarrow k = nk_0$$

Relazioni tra gli angoli di incidenza (θ_i), riflessione (θ_r) e rifrazione (θ_t):

$$\theta_i = \theta_r, \qquad n_1\sin\theta_i = n_2\sin\theta_t$$

Angolo limite quando $n_1 > n_2$:

$$\sin\theta_0 = \frac{n_2}{n_1}.$$

- **Interferenza** (esperimento di Young con d distanza fra le fenditure, L distanza tra fenditure e schermo)

Differenza di fase fra le due onde:

$$\delta = kd\sin\theta = \frac{2\pi d}{\lambda}\sin\theta$$

Posizione di massimi e minimi della figura di interferenza (m intero):

$$\sin\theta_{\max} = m\frac{\lambda}{d}, \qquad \sin\theta_{\min} = \left(m + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{d}$$

Distanza fra due massimi consecutivi:

$$p = \frac{\lambda L}{d}$$

Intensità della figura di interferenza (I_0 intensità della singola sorgente):

$$I(\theta) = 4I_0\cos^2\left(\frac{\pi d\sin\theta}{\lambda}\right),$$

Intensità in funzione della distanza dal centro dello schermo:

$$I(x) = 4I_0\cos^2\left(\frac{\pi d}{\lambda}\frac{x}{L}\right).$$

Equazione lenti sottili ($f > 0$ per lenti convergenti , $f < 0$ altrimenti):

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}\,.$$

- **Limite risoluzione delle lenti**

$$\alpha_R = 1.22\frac{\lambda}{D}$$

D=diametro.
- **Diffrazione** (da fenditura di larghezza a)
Posizione del minimo di diffrazione di ordine m:

$$\sin\theta = m\frac{\lambda}{a}$$

Intensità della figura di diffrazione:

$$I(\theta) = I(0)\left[\frac{\sin(\pi a \sin\theta/\lambda)}{\pi a \sin\theta/\lambda}\right]^2.$$

- **Costanti varie**

$$\begin{aligned}
\epsilon_0 &= 8.85\times10^{-12}\,\mathrm{N^{-1}\cdot C^2\cdot m^{-2}}\\
q_e &= -1\,e = -1.602\times10^{-19}\mathrm{C}\\
\mu_0 &= 4\pi\times10^{-7}\,\mathrm{T\cdot m/A}\quad [\text{o H/m}]\\
m_e &= 9.11\times10^{-31}\,\mathrm{kg}\\
m_p &= 1.673\times10^{-27}\,\mathrm{kg}\approx 1836\times m_e\\
c &= 3.00\times10^{8}\,\mathrm{m/s}\\
h &= 6.63\times10^{-34}\,\mathrm{J\cdot s}
\end{aligned}$$