Fisica per Farmacia

(A.A. 05/06, Canale C, Prof. Pia Astone)

1. **Lunedi 7/11, 16:00–17:00**

   Introduzione al corso e informazioni varie (libri di testo, esoneri, esami).
   La misura in fisica
   Unità di misura: $\rightarrow$ SI: m, kg, s. (ricordare che a volte è più conveniente – 'naturale' — usare altre unità di misura. Tipicamente multipli o sottomultipli delle unità di base: km, cm, ora, anno, ns, anno-luce, massa solare etc..)

2. **Mercoledi 9/11, 17:00–19:00**

   Cinematica: studio del movimento dei corpi. Caso ad una dimensione: diagramma orario $x(t)$.
   Concetto intuitivo di velocità e accelerazione.
   Precisazioni:

   – Moto rispetto a chi? $\rightarrow$ *Sistema di riferimento.*
   – Moto di chi? $\rightarrow$ Schematizzazione di *punto materiale.*
   – Significato di $v = \Delta x/\Delta t$. (tipicamente, conviene scegliere $\Delta t > 0$ -freccia orientata dal 'prima' al 'dopo'- e quindi il segno di v dipende dal segno di Δx).

   Velocità media e istantanea.
   Moto rettilineo uniforme.
   Grafici orari, con velocità costante.
   Unità di misura: $\rightarrow$ m, s, m/s. $\rightarrow$ *Conversioni.*
   Importante: abituarsi a scrivere le grandezze fisiche con le rispettive unità di misura.
   Controllo dimensionale
   (il 'controllo dimensionale' è ottimo check: se le 'dimensioni' non sono quelle attese ci sono degli errori nella formula!).
   Velocità come 'pendenza' di $x(t)$ e accelerazione come 'pendenza' di $v(t)$ ('pendenza' $\rightarrow$ attenzione ad unità di misura!).
   Velocità e accelerazione nel linguaggio del calcolo differenziale.
   Δx come somma di tanti $\Delta x_i = v_i \Delta t_i$ *Incremento* di posizione fra t_1 a t_2 come 'area' sotto la curva $v(t)$ fra $t = t_1$ e $t = t_2$.
   Accelerazione media e istantanea.
   Moto uniformemente accelerato.
   Calcolo di $x(t)$ come area sotto la curva $v(t)$, nel moto uniformemente accelerato (area di un trapezio, con base maggiore $v(t)$,base minore v_0, altezza t).

Grafici orari, con accelerazione costante.
$x(t)$, $v(t)$ e $a(t)$ sulla stessa scala temporale.
Problemini proposti:

(a) All'istante $t_1 = 10\,s$ un corpo si trova nel punto $x_1 = 5\,\mathrm{m}$. Sapendo che il corpo viaggia con velocità costante $v = -2\,\mathrm{m/s}$, calcolare la posizione all'istante $t_2 = 15\,s$.

(b) Nella prima metà di un certo percorso un auto viaggia a velocità v_1, nella seconda metà a v_2. Calcolare velocità media. [Nota: Applicare la formula ad un percorso di 100 km nei seguenti due casi: I) $v_1 = 100\,\mathrm{m/s}$, $v_1 = 50\,\mathrm{m/s}$; II) $v_1 = 100\,\mathrm{m/s}$, $v_1 = 1\,\mathrm{m/s}$. Calcolare anche il tempo di percorrenza di ciascuna metà del percorso]

3. **Giovedi' 10/11, 14:00–15:00**

Ancora sul moto uniformemente accelerato (o decelerato, se $a < 0$).
Δx come somma di tanti $\Delta x_i = v_i \Delta t_i$ e, analogalmente Δv come somma di tanti $\Delta v_i = a_i \Delta t_i$.
Incremento di velocità fra t_1 a t_2 come 'area' sotto la curva $a(t)$ fra $t = t_1$ e $t = t_2$.
Velocità varia linearmente con il tempo; posizione varia quadraticamente. $v(t)$ è una retta; $x(t)$ è una parabola.
Accelerazione di gravità $g = 9.8\,\mathrm{m/s^2}$: tutti i corpi nello stesso punto sulla superficie terrestre, nel vuoto e non soggetti ad 'altre forze', cadono con la stessa accelerazione.
Problemini tipici che si risolvono con questo schema:

(a) Corpo cade da una torre di altezza h (trascurando resistenza dell'aria)
   - A che velocità arriva al suolo?
   - Quanto tempo ci mette?

(b) Corpo lanciato verso l'alto con velocità iniziale v_0:
   - A che altezza arriva?
   - Quanto tempo ci mette?
   - A che altezza ritorna alla posizione di partenza?
   - Quanto ci mette a a tornare?
   - Grafico $z(t)$.
   - Come varia la velocità (con segno) da quando l'oggetto parte verso l'alto a quando torna nella posizione iniziale? ($\rightarrow$ grafico.)
   - Grafico di $a(t)$.

(c) Problemi di accelerazione e frenata di veicoli sono assolutamente analoghi:
   - Quanto tempo impiega per arrestarsi una macchina che è frenata con accelerazione a (per es $a = -2\,\mathrm{m/s^2}$) se all'inizio della frenata viaggiava a v_0 (per es. $100\,\mathrm{k/h}$)?
   - Quanto vale lo spazio di arresto? [$\rightarrow d = d(v_0, a)$].

Esercitazione

(a) esercizio palla lanciata verso l' alto con v_i = 12 m/s. Pag. 32 dispense Luci;

(b) esercizio treno che percorre metà percorso con moto unif. accel. e metà con moto unif. decelerato. Pag. 31 dispense Luci.

4. **Venerdi' 11/11, 16:00–17:00**

Esercitazione

(a) Terminato ultimo es. della esercitazione precedente (Pag. 31 Luci);

(b) Soluzione, con grafici, esercizio velocità media, proposto il 7/11 (b);
(c) Dettato esercizio lancio sasso dal tetto di un palazzo. Pag. 34 dispense Luci.
(d) Test di autovalutazione (disponibile anche sulla pagina web)

5. **Lunedi' 14/11, 16:00–17:00**

   (a) Ancora sul moto uniformemente accelerato: calcolo tempo e spazio di frenata automobile (risolto in 3 modi diversi, calcolato $t_f = v_0/a$, ricavato: $s(t_f)$, $s(t_f) = v_M * t_f$ con $v_M = v_0/2$,area del triangolo nel grafico $v(t)$). Discussione relazione $s_{frenata}(v)$ con esempi numerici realistici;
   (b) Espressione, nel moto unif. accel., di $s(v)$ e $v(s)$, eliminando il tempo dalle equazioni $s(t)$ e $v(t)$;

   Esercitazione

   (a) Svolto esercizio lancio sasso dal tetto di un palazzo. Pag. 34 dispense Luci.

6. **Mercoledi' 16/11, 17:00–19:00**

   (a) Posizione,spostamento,velocita' e accelerazione in 2 e 3 dimensioni. Traiettoria sul piano x-y. Per fare questo:breve introduzione sui vettori (cos'e' un vettore, somma e differenza tramite le componenti e in modo grafico, proiezione di un vettore sugli assi di un sistema di coordinate).
   (b) Esercizi assegnati: es. pag 58 dispense Luci (sul moto unif. accel. sul piano), esercizio 2.4.1 pag. 36 Davidson (calcolo dello spostamento sul piano, nel caso di un moto rettilineo uniforme prima lungo una direzione e poi lungo un' altra direzione)

   Moto del proiettile (sul piano x-y): eq. del moto, calcolo della traiettoria (parabolica), gittata (valore della coordinata x quando y=0), riflessioni sul valore finale della velocità sia lungo l' asse x che lungo l' asse y. Importante ricordarsi che il moto evolve in modo indipendente in ciascuna direzione (su x e' rettilineo uniforme, su y uniformemente accelerato)

   Esercitazione

   (a) Svolto esercizio pag 86 Serway (aereo che viaggia con v=costante lancia un pacco. Calcolo della posizione dove il pacco raggiungera' il suolo. Dove si trova l' aereo quando il pacco raggiunge il suolo ?
   (b) Assegnato Es. 15 pag. 99 Serway (calciatore calcia il pallone verso la traversa);

7. **Giovedi' 17/11, 14:00–15:00**

   (a) Introduzione alla dinamica e al concetto intuitivo di forza (forza come variazione dello stato di moto di un oggetto). Esempi riferendosi a forze che si equilibrano ("statica"), forze che mettono in moto un corpo ("dinamica"),forza peso,forza centrifuga (che ci trascina verso l' esterno-o l' interno-della macchina quando percorriamo una curva).

(b) Principio d' inerzia (primo principio della dinamica o prima legge di Newton); Secondo principio della dinamica: $F = m\,a$ (seconda legge di Newton), da imparare a leggere '$a = F/m$', nel senso che i problemi tipici sono quelli di dedurre la cinematica dei corpi a partire dalle forze in gioco. F sta per *risultante delle forze* che agiscono su m. Unità di misura della forza (newton);

Primo esempio di forza:

(a) *Forza gravitazionale (legge della gravitazione di Newton)* fra due corpi:

$$F = -G\,\frac{m_1\,m_2}{d^2} \tag{1}$$

con m_1 e m_2 la massa dei due corpi, d la loro distanza (fra i loro 'centri' se si tratta di corpi estesi — un concetto che sarà chiarito nel seguito) e G una costante opportuna tale che se le masse sono espresse in kg e la distanza in m, la forza risultante sarà in Newton (N): $G = 6.67300\times10^{-11}\,\mathrm{m^3kg^{-1}s^{-2}} = 6.67300 \times 10^{-11}\,\mathrm{N\,m^2/kg^2}$. Il segno negativo sta ad indicare che la forza è *attrattiva*.

Conoscendo la formula della forza si può determinare l'accelerazione da $a = F/m$ (se questa è la sola forza agente):

(a) *forza gravitazionale*: $a_1 = -G\,m_2/d^2$, $a_2 = -G\,m_1/d^2$
(caso particolare di uma massa m sulla superficie terrestre: $F = -G\,M\,m/R^2$, da cui $a = -G\,M/R^2 \equiv -g$);
$R = 6.37\ 10^6$ m, $M = 5.98\ 10^24$ kg. g viene 9.81 m/s^2;

8. **Venerdi' 18/11, 16:00–17:00**

Esempi di forze:

(a) *Forza elettrostatica* (di Coulomb) fra due corpi carichi:

$$F = k_0\,\frac{Q_1\,Q_2}{d^2} \tag{2}$$

ove Q_1 e Q_2 sono le cariche espresse in Coulomb (C), d come sopra e k_0, altra costante, di valore $k_0 = 9 \times 10^9\,\mathrm{N\,m^2/C^2}$.
Si noti come questa forza può essere repulsiva o attrattiva a seconda del segno relativo delle cariche.

(b) *Forza elastica* (di una molla)

$$F = -k\,x\,, \tag{3}$$

ove x è preso dalla posizione di equilibrio (a volte si incontra Δx invece di x, ad indicare che si tratta di una differenza rispetto a x_0 di equilibrio) e k è una costante, dipendente dalla molla, di unità N/m.
La forza è negativa se x è positivo, positiva se x è negativo, in quanto è una *forza di richiamo* verso la posizione di equilibrio $x = 0$.

(c) *Forza di attrito dinamico* indipendente dalla velocità su piano orizzontale:

$$F = -\mu_d \, m \, g \, \hat{v} \,, \tag{4}$$

ove μ_d è il *coefficiente di attrito*, m la massa del corpo e $\hat{v}$ il *versore* della velocità.
Questa forza è sempre frenante.

(d) *Forza di viscosità* dipendente linearmente dalla velocità:

$$F = -\beta \, v \,, \tag{5}$$

ove β è un opportuno coefficiente e v la velocità.

(e) *Forza di tensione* un filo inestensibile fissato ad un corpo esercita sul corpo una forza T;

(f) *Forza normale* quando un corpo comprime una superficie riceve una forza N ortogonale alla superficie stessa;

Conoscendo la formula della forza si può determinare l'accelerazione da $a = F/m$ (se questa è la sola forza agente):

(a) *forza elettrostatica*: $a_i = (1/m_i) \, k_0 \, Q_1 \, Q_2 \, /d^2$;
(b) *forza elastica*: $a = -(k/m) \, x$;
(c) *forza di attrito dinamico* $a = -\mu_d \, g$;
(d) *forza di viscosità* $a = -(\beta/m) \, v$;

(Si faccia attenzione ai diversi significati del generico simbolo di costante k.)

Dinamometro (bilancia a molla)
Misura della massa con bilancia a 2 bracci
È maggiore la forza con la quale la Terra attira uno di noi o quella con la quale noi attiriamo la Terra ? Discussione.

Esercizio proposto: pesare un pacco su un ascensore in salita ($a > 0$) e in discesa ($a < 0$).

Esercitazione

(a) svolti 2 esercizi assegnati mercoledi': esercizio 2.4.1 pag. 36 Davidson
Es. 15 pag. 99 Serway

9. **Lunedi' 21/11, 16:00–17:00**

(a) Piano inclinato senza attrito. Esercizio sul piano inclinato (pag. 124 Serway)

(b) Tensione del filo inestensibile, carrucola. Macchina di Atwood (es. 4.4 pag. 124 Serway)

Esercitazione

(a) Svolto esercizio: pesare un pacco in ascensore, con $a > 0$,$a < 0$ e $a = g$ (caduta libera, ..se il cavo dell' ascensore si spezza..)

(b) Assegnato Es. 33 pag. 133 Serway (2 masse collegate da una carrucola su un piano s.a.);

(c) Assegnato Es. 29 pag. 133 Serway (piano inclinato s.a.);

10. **Mercoledi' 23/11, 17:00–19:00**

(a) Attrito statico e dinamico, con esempi sperimentali: peso trascinato da un elastico ("molla") sul piano della cattedra e su un piattino di vimini. Stesso esperimento aumentando il peso (primo oggetto usato: scatolina piena di palline di vetro; secondo oggetto usato: scatolina + una bottiglietta da 1/2 litro piena di acqua). Cosa si osserva ? Bottiglietta su un foglio di carta: se tiro il foglio "lentamente", la bottiglietta si muove con il foglio, se dò uno strattone il foglio si muove e la bottiglietta resta ferma. Perchè ? "Tridente" (o uno scopettone qualsiasi..) retto su due dita delle 2 mani: avviciniamo fra loro le mani, come si muovono le mani rispetto al bastone e perchè ?

(b) Piano inclinato con attrito: calcolo di $tan\theta_{min} = \mu_s$ e di $tan\theta_D = \mu_D$ (angolo tale che il corpo continui a muoversi con v=costante).

(c) Terzo principio della dinamica (azione e reazione). Attenzione: azione e reazione sono applicate a corpi diversi ! Esempio con la forza gravitazionale e con un oggetto in equilibrio su un tavolo (mg e N-forza normale che il tavolo esercita sull' oggetto- non sono una coppia azione-reazione).

Esercitazione

(a) Ricordiamo la legge di Hooke: $F = -Kx$. Misura fatta in classe del K (costante elastica) della molla, attaccando un oggetto (bottiglia da 1/2 litro non piena) il cui peso è stato misurato in classe (occorrente: elastici per fare la molla, bottiglia con dell' acqua dentro, bilancia, metro,calcolatrice). Attenzione a che il peso non sia tale da portare la molla fuori linearità e vicino alla rottura...

11. **Giovedi' 24/11, 14:00–15:00**

(a) Terzo principio della dinamica: esempio cavallo-slitta (Serway pag. 118 es. 4.3 e dispense Luci).

(b) Moto in presenza di forze ritardanti dipendenti dalla velocità (sia linearmente -$f_r = -\beta v$ - che con il quadrato). Velocità limite. Esempio di una biglia che cade in un bicchiere di olio. Discussione della soluzione dell' equazione differenziale $dv/dt + (\beta/m)v = g$. Concetto di "costante di tempo" $\tau = m/\beta$ in questo caso.

Esercitazione

(a) Risolto es. assegnato lunedi': Es.33 pag. 133 Serway

12. $\boxed{\textbf{Venerdi' 25/11, 16:00–17:00}}$

(a) Calcolo delle dimensioni di β e di $\tau = m/\beta$, nel caso di moto in presenza di forze ritardanti.

(b) Grafico della funzione $\exp(-t/\tau)$ e $(1 - \exp(-t/\tau))$

(c) Significato della costante di tempo τ in generale e nel caso di moto in presenza di forze ritardanti dipendenti dalla velocità

Esercitazione

(a) Sistema in equilibrio. Esercizio del semaforo sospeso (es. 42 pag. 122 Serway e dispense Luci);

(b) Assegnato es. 7 pag. 169 Serway (blocco su un piano inclinato con attrito);

(c) Assegnato Es.7 pag. 131 Serway (trovare accelerazione, modulo e fase, date F_1 e F_2);

13. $\boxed{\textbf{Lunedi' 28/11, 16:00–17:00}}$

(a) Accelerazione tangenziale (cambia il modulo della velocità e radiale (cambia la direzione del vettore velocità).
Raggio di curvatura.

(b) Moto circolare uniforme: periodo (tempo per fare un giro $T = 2\pi r/v$), frequenza ν (numero di giri in un secondo), velocita' angolare ω (angolo $\Delta\theta$ spazzato in un tempo Δt:$\omega = 2\pi/T$).

(c) Accelerazione centripeta a_c (non c'e' accelerazione tangenziale, perchè il modulo della velocità è costante): radiale e diretta verso il centro della circonferenza. a_c in funzione di v,di ω, di T e di ν.

(d) Forza centripeta. Attenzione: non è una nuova forza ! Nel diagramma delle forze non va disegnata una freccia che corrisponde alla forza centripeta !
Esempio: sasso che ruota legato ad una corda –¿ tensione della corda
Terra che ruota attorno al Sole –¿ forza gravitazionale
Automobile in curva –¿ attrito statico delle ruote sull' asfalto

Problemini proposti:

(a) Calcolare l' accelerazione centripeta della Terra nel suo moto di rivoluzione attorno al Sole.

14. $\boxed{\textbf{Mercoledi' 30/11, 17:00–19:00}}$

(a) Moto circolare uniforme e accelerazione centripeta:
accelerazione centripeta della Terra nel suo moto attorno al Sole (con calcolo approssimato della distanza Terra-Sole partendo dall' informazione che la luce del Sole impiega circa 8 minuti per raggiungere la Terra);
accelerazione centripeta della Terra nel suo moto di rotazione su sè stessa (ai Poli e all' equatore) e conseguenze sul valore di g;
derivazione della terza legge di Keplero da $-GM_s m_p/d^2 = m_p(2\pi)^2 d/T^2$
lasciato come esercizio: trovare la distanza dal centro della Terra di un satellite geostazionario;

(b) Moto armonico:
dal moto circolare uniforme proiettando i vettori x(t),v(t) e a(t) su un diametro
grafico e commenti sulle funzioni $cos(\omega t + \phi)$ e $sin(\omega t + \phi)$.

(c) Equazioni del tipo $d^2x/d^2t + Kx = 0$ rappresentano sempre un moto armonico con $\omega = \sqrt{(K)}$ e $T = (2\pi)/\sqrt{(K)}$.

(d) **Molla** (portata in aula). Se la lunghezza iniziale era L_0 e aggiungo una massa $m \rightarrow$ posizione di equilibrio L_{eq}, tale che forza elastica bilancia forza di gravità. Con riferimento verso il basso:

$$mg - k\,(L_{eq} - L_0) \;=\; 0\,. \tag{6}$$

Per una generica posizione $L = L_{eq} + x$

$$\begin{aligned} F_x &= mg - k\,(L - L_0) = mg - k\,(L_{eq} + x - L_0) && (7)\\ &= mg - k\,(L_{eq} - L_0) - k\,x && (8)\\ F_x(x) &= -k\,x\,. && (9) \end{aligned}$$

Ricordando "$F = m\,a$", otteniamo $a_x(x) = -(k/m)\,x$, ovvero

$$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}\,t^2} \;=\; -\frac{k}{m}\,x\,. \tag{10}$$

Cosa ci ricorda la relazione (10) ?: $\rightarrow$ moto circolare uniforme:

(e) Ancora sulla equazione della molla: calcolo di $\omega = \sqrt{(k/m)}$ e $T = 2\pi * \sqrt{(m/k)}$
Mostrato il moto oscillatorio con una molla reale (aggiungendo dischetti di massa 79 g ciascuno. Misura di periodo e allungamento con 5 e con 10 dischetti. Valori misurati: $x_5 = 9$ cm,$x_{10} = 17$ cm, $T_5 = 0.66$ s, $T_{10} = 0.83$ s.)

(f) Il **pendolo** semplice: periodo delle piccole oscillazioni ($sin\theta \approx \theta$). Massa m legata ad un punto da un filo inestensibile di lunghezza l e massa trascurabile. Coordinata curvilinea s lungo la circonferenza, con $s = 0$ in corrispondenza della verticale e verso positivo quando l'angolo θ è "a destra". Scomposizione delle forze:

$$m\,g\cos\theta \;\Rightarrow\; \text{compensata dalla tensione del filo} \tag{11}$$
$$-m\,g\sin\theta \;\Rightarrow\; \text{forza tangente} \Rightarrow \text{moto di}\, m. \tag{12}$$

Di nuovo, da "$F = m\,a$", segue

$$\frac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}\,t^2} = -g\,\sin\theta \tag{13}$$
$$l\frac{\mathrm{d}^2 \theta}{\mathrm{d}\,t^2} = -g\,\sin\theta \tag{14}$$
$$\frac{\mathrm{d}^2 \theta}{\mathrm{d}\,t^2} = -\frac{g}{l}\,\sin\theta, \tag{15}$$

ove abbiamo usato la relazione $s = l\,\theta$ (che deriva dalla definizione di radiante: $\theta = s/l$). Nell'approssimazione di piccoli angoli ($\theta \ll 1$, con θ espresso in radianti): $\sin\theta \approx \theta$, ove l'approssimazione si intende valida per $\theta \lessapprox 0.1$, ovvero $\lessapprox 5$ gradi:

$$\frac{\mathrm{d}^2 \theta}{\mathrm{d}\,t^2} \approx -\frac{g}{l}\,\theta\,. \tag{16}$$

Cosa ci ricorda la relazione (16)? : $\rightarrow$ moto circolare uniforme:

$$\frac{\mathrm{d}^2 z}{\mathrm{d}\,t^2} = -K\,z\,, \tag{17}$$

ove z è una generica variabile dipendente dal tempo, ovvero $z(t)$.

15. **Giovedi' 1/12, 14:00–15:00**

Esercitazione

(a) Svolto Es.7 pag. 131 Serway (trovare accelerazione, modulo e fase, date F_1 e F_2);

(b) Il "giro della morte": esempio 5.8 Serway pag. 153, nei tre casi (aereo in alto,in basso, a metà-aereo completamente sulla verticale);

(c) Svolto es. dettato ieri: trovare la distanza dal centro della Terra di un satellite geostazionario.

16. **Venerdi' 2/12, 16:00–17:00**

(a) Partendo dall' esercizio massa che ruota legata ad una corda (es. 13 pag 170 Serway), introdotto il concetto di forza centrifuga $f_{centrifuga} = -m a_c$. Radiale e diretta verso l' esterno.

(b) Forze apparenti (manifestazione del principio di inerzia). Sistema di riferimento inerziale.
Esempio del treno che frena, della macchina che curva (ci sentiamo "spinti". Verso dove ? Da cosa ?)

Esercitazione

(a) Di nuovo esercizio sulla misura del peso di un oggetto (oppure di noi stessi su una bilancia) su un ascensore accelerato con $a > 0$ e $a < 0$ (analisi dai due punti di vista: nell' ascensore e fuori)

(b) Es. 53 pag. 174 Serway (cilindro del Luna Park in rotazione)

17. **Lunedi' 5/12, 14:00–15:00**

(a) Lavoro ed energia cinetica.
Definizione del **lavoro** in caso *unidimensionale* e per forza costante: $L = F\,\Delta s$ ("forza per spostamento"). Lavoro nel caso di forza che dipende dalla posizione: $L = \sum_{i=1}^{n} L_i = \sum_{i=1}^{n} F_i \Delta_{x_i}$ e limite ($n \to \infty$; $\Delta_{x_i} \to 0$):

$$L|_{x_1}^{x_2} = \int_{x_1}^{x_2} F(x)\,\mathrm{d}x\,. \tag{18}$$

(b) Lavoro come area sotto la curva F(x).

(c) Lavoro sul piano x-y. Prodotto scalare fra due vettori (forza e spostamento in questo caso).

(d) Esempio persona che trascina una valigia (considerando anche l' attrito).

(e) Definizione dell'energia cinetica e connessione al lavoro mediante il teorema dell'energia cinetica (o delle 'forze vive'), consequenza di "$F = m\,a$":

$$\begin{aligned} L|_{x_1}^{x_2} = \int_{x_1}^{x_2} F(x)\,\mathrm{d}x &= \int_{x_1}^{x_2} m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\,\mathrm{d}x && (19)\\ &= \int_{x_1}^{x_2} m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\,v\,\mathrm{d}t && (20)\\ &= \int_{x_1}^{x_2} m\,v\,\mathrm{d}v && (21)\\ &= \frac{1}{2}\,m\,v^2\Big|_{x_1}^{x_2} = \frac{1}{2}\,m\,v^2(x_2) - \frac{1}{2}\,m\,v^2(x_1) && (22)\\ &= E_c(x_2) - E_c(x_1)\,, && (23)\end{aligned}$$

avendo definito $E_c = 1/2\,mv^2$ come **energia cinetica**:

$$\rightarrow \quad L|_{x_1}^{x_2} = \Delta E_c|_{x_1}^{x_2}\,. \tag{24}$$

Unità di misura del lavoro e dell'energia: Joule = Newton×m, simbolo J.

18. $\boxed{\textbf{Mercoledi' 7/12, 17:00–19:00}}$

Lavoro ed energia cinetica:
Esempio 1: lavoro della forza di richiamo dell'oscillatore armonico:

- dalla posizione di equilibrio ($x = 0$) alla generica posizione x:

$$L|_0^x = \int_0^x F(x')\,\mathrm{d}x' = \int_0^x (-k\,x')\,\mathrm{d}x' \tag{25}$$
$$= -\frac{1}{2}\,k\,x^2 \tag{26}$$

$\longrightarrow$ lavoro negativo (indipendentemente dal segno di x — quello che conta è che forza e spostamento siano discordi): $\Delta E_c < 0$: velocità diminuisce:

$$\frac{1}{2}m\,v^2(x) = \frac{1}{2}m\,v^2(0) - \frac{1}{2}\,k\,x^2\,; \tag{27}$$

- dalla generica posizione x alla posizione di equilibrio ($x = 0$):

$$L|_x^0 = \int_x^0 (-k\,x')\,\mathrm{d}x' \tag{28}$$
$$= \frac{1}{2}\,k\,x^2 \tag{29}$$

$\longrightarrow$ lavoro positivo (indipendentemente dal segno di x — quello che conta è che forza e spostamento siano concordi): $\Delta E_c < 0$: velocità aumenta:

$$\frac{1}{2}m\,v^2(0) = \frac{1}{2}m\,v^2(x) + \frac{1}{2}\,k\,x^2\,; \tag{30}$$

Si noti inoltre come la somma del lavoro per andare da 0 a x e di quello per andare da x a 0 sia nulla: $L|_0^x + L|_x^0 = 0$.
Esempio 2: lavoro della forza di gravità in prossimità della superficie terrestre, ovvero '$-mg$', con g approssimativamente costante, da una quota iniziale z_1 ad una quota finale z_2

$$L|_{z_1}^{z_2} = \int_{z_1}^{z_2} (-m\,g)\,\mathrm{d}z \tag{31}$$
$$= -m\,g\,(z_2 - z_1) \tag{32}$$

Se $z_2 > z_1$ (il corpo è salito): $L = -m\,g\,h < 0 \;\rightarrow\; \Delta E_c < 0$.
Se $z_2 < z_1$ (il corpo è disceso): $L = m\,g\,h > 0 \;\rightarrow\; \Delta E_c > 0$.
(h, definito positivo, è la differenza di quota dal punto più alto al punto più basso.) Anche in questo caso, se il corpo ritorna nella posizione iniziale il lavoro totale è nullo.

Esempio 3: lavoro della forza di attrito mentre il corpo si sposta da x_1 a $x_2 > x_1$ (indicando con d la distanza fra i due punti):

$$L|_{x_1}^{x_2} = \int_{x_1}^{x_2} (-\mu_D\, F_N)\, \mathrm{d}x \tag{33}$$
$$= -\mu_D\, F_N\, (x_2 - x_1) = -\mu_D\, F_N\, d \tag{34}$$
$$(\; = -\mu_D\, m\, g\, d\ ,\ \text{caso particolare}\ ) . \tag{35}$$

Se invertiamo il verso del moto anche la forza cambia segno ($F = -\mu_D\, F_N\, \hat{v}$):

$$L|_{x_2}^{x_1} = \int_{x_2}^{x_1} (\mu_D\, F_N)\, \mathrm{d}x \tag{36}$$
$$= \mu_D\, F_N\, (x_1 - x_2) \tag{37}$$
$$= -\mu_D\, F_N\, (x_2 - x_1)\ : \tag{38}$$

Lavoro sempre negativo: $L|_{x_1}^{x_2} = -\mu_D\, F_N\, d$ se si va da x_1 a x_2 e poi si ritorna a x_1 si sommano i lavori negativi: $\rightarrow L_{tot} = -2, \mu_D\, F_N\, d$.

In alcuni tipi di forze (molla, gravità, elettrostatica) il lavoro compiuto su un ciclo è nullo. Inoltre, in questi casi si osserva come l'energia cinetica 'sparisca' e poi 'ricompaia' (esempio: lancio di oggetto verso l'alto) in virtù della relazione $L|_{x_1}^{x_2} = \Delta E_c|_{x_1}^{x_2}$. Si ipotizza quindi, per questo tipo di forze, che quando l'energia cinetica 'sparice' (o semplicemente diminuice), essa si trasformi in un altro tipo di energia *meccanica*: **energia potenziale**:

diminuzione di energia cinetica $\rightarrow$ aumento di energia potenziale

(e viceversa)

$$\Delta E_c|_{x_1}^{x_2} = -\, \Delta E_p|_{x_1}^{x_2} \quad \Rightarrow \quad \Delta E_p|_{x_1}^{x_2} = -\, L|_{x_1}^{x_2}\ . \tag{39}$$

$\rightarrow$ Discussione sui vantaggi di usare il lavoro invece di risolvere in dettaglio le equazioni del moto.

Problemini dettati:

(a) corpo cade da 10 m: $\rightarrow$ velocità finale;

(b) corpo lanciato verso l'alto con $v_0 = 10\,\mathrm{m/s}$: a che altezza arriva?

(c) velocità di fuga: quanto deve valere v_0 sulla superficie terrestre affinché, in assenza di resistenza dell'aria, un corpo lanciato verso l'alto possa arrivare a 'distanza infinita' con 'velocità nulla'?

(d) Es. pag 180 dispense (cassa che striscia su pavimento orizzontale). Risolvere sia con le equazioni della cinematica che utilizzando lavoro ed energia cinetica.

(e) Es. 23 pag. 171 Serway (sferetta in una bottiglia di shampoo).

19. **Lunedi' 12/12, 14:00–15:00**

Lavoro, energia cinetica ed energia potenziale:

Riepilogo su lavoro e bilancio energia potenziale e potenziale:

- Tutte le forze $\rightarrow$ $L_{tot}|_A^B = \Delta E_c|_A^B$, ove il pedice *tot* indica che si tratta del lavoro fatto dalla risultatnte di tutte le forze che agiscono sul corpo, conservative o non.
- Forze conservative $\rightarrow$ $L_{F^{(i)}_{cons}}\Big|_A^B = -\,\Delta E_p^{(i)}\Big|_A^B$, ove l'indice i indica che la relazione è valida per ciascuna delle forze conservative in gioco
- Se sono presenti solo forze conservative: si conserva l'energia meccanica totale: $E_c + E_p = costante$:

$$E_c(in) + E_p(in) \quad = \quad E_c(fin) + E_p(fin) \tag{40}$$

Esempio 4: lavoro della forza di gravità, caso generale, da una distanza iniziale R_1 and una distanza finale R_2:

$$\begin{aligned} L|_{R_1}^{R_2} &= \int_{R_1}^{R_2} (-\frac{G\,M\,m}{r^2})\,\mathrm{d}r && (41)\\ &= \frac{G\,M\,m}{r}\Big|_{R_1}^{R_2} && (42)\\ &= G\,M\,m\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right): && (43)\end{aligned}$$

Se $R_2 > R_1$ (m si allontana da M): $L < 0 \;\rightarrow\; \Delta E_c < 0$.
Se $R_2 < R_1$ (m si avvicina a M): $L > 0 \;\rightarrow\; \Delta E_c < 0$.
Anche in questo caso, se il corpo ritorna nella posizione iniziale il lavoro totale è nullo.
Lavoro fatto dalla forza gravitazionale per portare un corpo dalla distanza R all'infinito:

$$L|_R^{\infty} \quad = \quad -\frac{G\,M\,m}{R}\,. \tag{44}$$

Se $R = R_T$ questa formula si riduce a $-m\,g\,R_T$.
Problema (velocità di fuga): quanto deve valere v_0 sulla superficie terrestre affinché, in assenza di resistenza dell'aria, un corpo lanciato verso l'alto possa arrivare a 'distanza infinita' con 'velocità nulla'? [R.: $E_c(R = R_T) = 1/2\,m\,v_0^2$, $E_c(R = \infty) = 0$: $\rightarrow$ calcolare ΔE_c ed eguagliarlo con il lavoro compiuto dalla forza gravitazionale: $\rightarrow$ conti]

$$\Delta E_c|_{x_1}^{x_2} = -\,\Delta E_p|_{x_1}^{x_2} \quad\Rightarrow\quad \Delta E_p|_{x_1}^{x_2} = -\,L|_{x_1}^{x_2}\,. \tag{45}$$

La (45) definisce (a meno di una costante) l'energia potenziale. Nota: sia per l'energia cinetica che per l'energia potenziale il lavoro fornisce la variazione dell'energia, ma, mentre per l'energia cinetica esiste uno 'zero naturale', corrispondente ad una velocità nulla, nell'energia potenziale tale 'zero naturale' non sempre esiste. In genere, dato un problema è conveniente fissare lo zero dell'energia potenziale in posizione del suo minimo (in quel problema).
Esempio 1 (molla)

$$\Delta E_p|_0^x \;=\; -\,L|_0^x = \frac{1}{2}\,k\,x^2 \tag{46}$$

$$E_p(x=0) = 0 \;\;\Rightarrow\;\; E_p(x) = \frac{1}{2}\,k\,x^2\,. \tag{47}$$

Esempio 2 (forza di gravità "-mg"). Se il moto dell'oggetto si svolge da un livello minimo (es. tavolo, pavimento, piano stradale, etc.), conviene prendere tale livello come riferimento per lo zero dell'energia potenziale:

$$\Delta E_p|_0^h \;=\; -\,L|_0^h = m\,g\,h \tag{48}$$

$$E_p(h=0) = 0 \;\;\Rightarrow\;\; E_p(h) = m\,g\,h\,. \tag{49}$$

Esempio 3 (forza di gravità, caso generale).

$$\Delta E_p|_{R_0}^R \;=\; G\,M\,m\left(\frac{1}{R_0} - \frac{1}{R}\right)\,. \tag{50}$$

Non si può scegliere $R_0 = 0$, in quanto $\Delta E_p|_{R_0}^R \to \infty\ \forall R$. Si potrebbe scegliere R_0 uguale al raggio del pianeta. Si preferisce scegliere lo zero in corrispondenza di $R_0 \to \infty$, ovvero in corrispondenza del suo massimo (idem per forza di Coulomb):

$$E_p(R=\infty) = 0 \;\;\Rightarrow\;\; E_p(R) = -\,\frac{G\,M\,m}{R}\;: \tag{51}$$

niente di veramente strano: quello che conta è che, passando da R_1 a R_2 con $R_2 > R_1$, si abbia $E_p(R_2) > E_p(R_1)$:

$$\Delta E_p|_{R_1}^{R_2} \;=\; E_p(R_2) - E_p(R_1) \tag{52}$$

$$\;=\; -\,\frac{G\,M\,m}{R_2} - \left(-\,\frac{G\,M\,m}{R_2}\right) \tag{53}$$

$$\;=\; G\,M\,m\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)\,. \tag{54}$$

Si noti come questa definizione è compatibile con $E_p(h) = m\,g\,h$, se si pensa che quest'ultima sia valida in prossimità della superficie terrestre, ove le variazioni di g con l'altezza sono trascurabili.

Esercizio svolto:molla, di K nota e max spostamento noto. Calcolare v_{max} $(1/2Kx^2_{max} = 1/2mv^2_{max})$.
Esercizio assegnato:molla, di $T = 0.1$ s m=100 g x_{max}=2 cm. Calcolare v_{max}

20. **Lunedi' 12/12, 16:00–17:30**

    Esercitazione

    (a) Svolto esercizio corpo cade da 10 m, trovare velocità finale (usando lavoro ed energia) ;
    (b) Svolto esercizio corpo lanciato verso l' alto con v_0, trovare h_{max} (usando lavoro ed energia) ;
    (c) Svolto es. pag 180 dispense (cassa che striscia su pavimento orizzontale). Sia con le equazioni della cinematica che utilizzando lavoro ed energia cinetica.
    (d) Svolto es. 5.7 pag. 152 Serway (max velocità auto in curva. Dato μ_S). Di nuovo considerazioni su forza centripeta e forza -apparente-centrifuga.
    (e) Svolto es. 23 pag. 171 Serway (sferetta in una bottiglia di shampoo).

21. **Mercoledi' 14/12, 16:00–18:00**

    Esercitazione

    (a) Svolto esercizio 7 pag. 169 Serway (sia con le eq. della cinematica e forze che utilizzando lavoro e variazione di energia cinetica);
    (b) Svolto esercizio n 5 pag. 234 Serway:sferetta che scivola su una guida senza attrito, percorrendo una traiettoria circolare da un certo punto in poi: trovare la velocità ad una certa quota A (quando è in cima alla traiettoria circolare, A=2R) e la forza normale agente sulla sferetta. Dunque conservazione dell' energia meccanica per trovare la velocit'a e diagramma delle forze ricordando che ma in questo caso è $-mv^2/R$ se ragioniamo in termini di forza centripeta. NOTA: non è un moto circolare uniforme perchè l' en. cinetica e dunque la velocità varia con la quota (E_c+E_p=costante), dunque ci sarà sia accelerazione radiale (centripeta) che tangenziale. Ma questo non cambia nulla nel calcolo della forza normale agente sulla sferetta in A;
    (c) Es. su conservazione energia meccanica con la molla: dati x_{max}, T e m, trovate la velocità per $x = 0.5x_{max}$.
    (d) dettato es. da svolgere: auto che avanza a v=40 km/h costanti impiegando P=5kW. Calcolare la forza del motore e il coefficente β della forza di resistenza dell' aria (assunta dipendere linearmente da v).

Ancora sul lavoro:

(a) Definizione di Potenza (media e istantanea);
unità di misura della potenza (watt e cv);
Espressione della potenza nel caso di forza costante $P = F \cdot v$;
kWh= $1000 watt\ 3600 s$: attenzione è una unità di energia e non di potenza.

(b) Indipendenza del lavoro dal percorso nel caso di una forza conservativa, come conseguenza dell' essere nullo il lavoro su un ciclo.

22. **Venerdi' 16/12, 16:00–18:00**

Esercitazione

(a) Svolto e discusso ampiamente Es. 6.7 pag. 161 Serway: blocco di massa m a distanza h dall' estremità di una molla inizialmente a riposo, viene lasciato cadere sulla molla. Calcolare la compressione massima. Nota $k = 1000$ N/m h=1 m e m=1.6 kg.
1)Preso lo zero dell' energia potenziale gravitazionale nella situazione in cui la molla è stata compressa, a distanza $(h + d)$ dalla posizione iniziale della massa. d è l' incognita.
2)Soluzione data con il bilancio energetico:nella situazione di max compressione tutta l' energia potenziale della massa è energia potenziale della molla:

$$\begin{aligned} mg(h+d) &= \frac{Kd^2}{2} && (55) \\ d^2 - Cd - Ch &= 0 && (56) \\ C &= \frac{2mg}{K} && (57) \end{aligned}$$

3)Soluzione data con il lavoro e teorema dell' energia cinetica, applicati alla situazione in cui la massa è caduta di h, ossia ha appena toccato la molla e ha velocità v (la sua velocità iniziale era 0):

$$\begin{aligned} mg(h+d) &= mgd + \frac{mv^2}{2} && (58) \\ v &= \sqrt{2gh} && (59) \\ L &= \int_0^d (mg - Kx)\,\mathrm{d}x && (60) \\ L &= \Delta E_c = 0 - \frac{mv^2}{2} && (61) \\ mgd - \frac{Kd^2}{2} &= -\frac{mv^2}{2} = -mgh && (62) \end{aligned}$$

$$d^2 - Cd - Ch = 0 \quad (63)$$
$$C = \frac{2mg}{K} \quad (64)$$

ossia, ovviamente, arriviamo alla stessa Equazione con entrambi i procedimenti (il primo è chiaramente più semplice). Abbiamo una eq. di secondo grado, ossia avremo 2 soluzioni. Le 2 soluzioni, per come è stata ricavata l' Equazione, sono le 2 posizioni nelle quali l' energia della molla è tutta potenziale, ossia la posizione di max compressione (risposta al problema) e quella di max elongazione. Nota: ogni volta cha abbiamo una Eq. di secondo grado avremo 2 soluzioni, di cui una sarà la soluzione al nostro problema e l' altra ha comunque un significato fisico e bisognerebbe sempre cercare di capire quale è.

$$d_{+,-} = \frac{C}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{C^2}{4} + Ch\right)} \quad (65)$$
$$d_{+,-} = 0.0157 \pm 0.1767 \quad (66)$$
$$d_{+} = 0.192 \quad (67)$$
$$d_{-} = -0.161 \quad (68)$$

Notiamo che:

- il sistema (massa+molla) oscilla attorno a $\frac{C}{2} = 0.0157$ con ampiezza 0.1767;
- il fatto che $\frac{C}{2} = \frac{mg}{K} = 0.0157$ sia la nuova posizione di equilibrio lo si può anche vedere dalla relazione di equilibrio del sistema $mg = Kd_{eq}$;
- le due radici $d_{+,-}$, di cui d_+ è la risposta al problema, sono ampiezze di oscillazione prese rispetto alla posizione iniziale di riposo della molla e per questo non sono uguali in valore assoluto. Ma stressiamo il fatto che rispetto alla nuova posizione di equilibrio il sistema oscilla con ampiezza massima (sia in compressione che in allungamento)$= 0.1767$.

Impulso e quantità di moto:

(a) Problema del cannoncino di massa M che spara proiettile di massa m. Schematizziamo la spinta del proiettile come una forza costante che agisce in un intervallo Δt. Riscriviamo "$F = m\,a$":

$$F = m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} \quad (69)$$
$$= \frac{\mathrm{d}(m\,v)}{\mathrm{d}t} \quad (70)$$
$$= \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t} \quad (71)$$

avendo chiamato indicato $p = m\,v$ la *quantità di moto* dell'oggetto di massa m (in generale $\vec{p} = m\vec{v}$). Se F è costante segue

$$\Delta\vec{p} = \vec{F}\,\Delta t \quad (72)$$

$$\vec{p}(t_2) \;=\; \vec{p}(t_1) + \vec{F} \times (t_2 - t_1) \quad (F \text{ costante})\,. \tag{73}$$

La quantità "$\vec{F}\,\Delta t$", per $\vec{F}$ costante in Δt, è chiamata *impulso della forza*: $\rightarrow$ causa variazione di quantità di moto. Ne segue, per la velocità

$$\Delta\vec{v} \;=\; \frac{1}{m}\vec{F}\,\Delta t \tag{74}$$

$$\vec{v}(t_2) \;=\; \vec{v}(t_1) + \frac{1}{m}\vec{F} \times (t_2 - t_1) \quad (F \text{ costante})\,. \tag{75}$$

Abbiamo trovato un modo semplice per ricavarsi la quantità di moto (e quindi la velocità del proiettile). Ancora due problemi: a) cosa succede se la forza varia nel tempo? b) cosa succede al cannoncino?
a) Se $\vec{F}$ varia con il tempo, ovvero abbiamo $\vec{F}(t)$, in analogia a quanto visto per le variazioni di posizione e velocità:

$$\Delta\vec{p}\,\big|_{t_1}^{t_2} \;=\; \sum_i \Delta\vec{p}_i = \sum_i \vec{F}_i \Delta t_i \tag{76}$$

$$\rightarrow\; \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}(t)\mathrm{d}t\,, \tag{77}$$

che definisce l'impulso di una forza anche per forze variabili con il tempo.
b) Principio di azione e reazione (terzo principio della meccanica): forze uguali e contrarie:

$$\vec{F}_A^{(B)} \;=\; -\vec{F}_B^{(A)}\,, \tag{78}$$

ove $\vec{F}_A^{(B)}$ sta per "forza su A dovuta a B", e analogo per $\vec{F}_B^{(A)}$. Analizziamo le variazioni di quantità di moto di A e B:

$$\Delta\vec{p}_A^{\,(B)}\Big|_{t_1}^{t_2} \;=\; \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}_A^{\,(B)}(t)\mathrm{d}t \tag{79}$$

$$=\; -\int_{t_1}^{t_2} \vec{F}_B^{\,(A)}(t)\mathrm{d}t \tag{80}$$

$$=\; -\,\Delta\vec{p}_B^{\,(A)}\Big|_{t_1}^{t_2} \tag{81}$$

ovvero

$$\Delta\vec{p}_A^{\,(B)}\Big|_{t_1}^{t_2} + \Delta\vec{p}_B^{\,(A)}\Big|_{t_1}^{t_2} = 0\,. \tag{82}$$

In una interazione fra due corpi la quantità di moto viene scambiata da un corpo all'altro. Se il sistema fisico è formato soltanto da due corpi (ovvero essi non hanno, almeno approssimativamente, interazioni con il resto del mondo), la loro *quantità di moto totale si conserva*.
Si noti come l'espressione di sopra sia in effetti vettoriale: la conservazione

si applica alle tre componenti: se le interazioni con 'il resto del mondo' avviene soltanto in una o due delle componenti, la conservazione vale nelle rimanenti. Si noti inoltre come, per arrivare all'espressione di conservazione si è assunto che il principio di azione e reazione valga istantante per istante.
Quantità di moto del cannoncino:

- posto su piano senza attrito, e coordinata x orizzontale, positiva nella direzione di moto del proiettile:
  * lungo x i due oggetti sono soggetti soltanto alla loro forza reciproca: $\rightarrow$ sistema isolato $\rightarrow$ p_x si conserva (chiamiamolo semplicemente p). Essendo proiettile e cannone inizialmente fermi

$$p_1 + p_2 = 0 \tag{83}$$
$$p_2 = -p_1 \tag{84}$$
$$M\,v_2 = -m\,v_1 \tag{85}$$
$$v_2 = -\frac{m}{M}\,v_1 \tag{86}$$

  * lungo la componente verticale la risultante delle forze è nulla: il moto di proiettile e cannoncino si mantiene sull'asse x.
- ancorato saldamente al terreno: in pratica il cannoncino è solidale con il terreno e quindi, con buona approssimazione, con la Terra (a meno che l'esplosione sia talmente potente da sollevare la piattaforma sulla quale il connoncino era ancorato...): in pratica si considera che cannoncino e Terra formino un solo corpo di massa 'infinita' rispetto al proiettile: $m/M \rightarrow 0$: il cannoncino non si sposta (ma il sistema cannoncino-Terra acquista la quantità di moto $-m\,v_1$: un oggetto di massa 'infinita' può variare la sua quantità di moto senza (apprezzabilmente) variare la sua velocità.
  Esempio di persona che saltella: la Terra varia continuamente la propria quantità di moto senza subire spostamenti.

Conservazione della quantità di moto: caso generale.
Se abbiamo un sistema isolato di oggetti, ovvero tali che essi interagiscono solo con gli altri oggetti di tale sistema, ma non con il resto del mondo, per ogni intervallo di tempo dt possiamo estendere la (82) a tutte le coppie ij, ovvero

$$\mathrm{d}\vec{p}_i^{\,(j)} + \mathrm{d}\vec{p}_j^{\,(i)} = 0\,. \tag{87}$$

Ne risulta che, istante per istante, è nulla la variazione della quantità di moto totale del sistema $\mathrm{d}\vec{p} = \sum_{i,j} \mathrm{d}\vec{p}_i^{\,(j)}$.

Sistema isolato:

$$\rightarrow \quad \mathrm{d}\vec{p} = 0 \tag{88}$$
$$\rightarrow \quad \vec{p}(t) = \mathit{costante}. \tag{89}$$
$$\tag{90}$$

Altri esempi: persona inizialmente ferma su laghetto ghiacciato che riesce a muoversi lanciando un oggetto; razzo nel vuoto che accelera 'spruzzando' del gas (o altro) ad alta velocità; Terra che 'assorbe' le variazioni di quantità di moto di quanti saltellano sulla terra.

Sistema isolato. La quantità di moto totale di un sistema isolato si conserva: $\vec{p}_{tot}(t) = \sum_i \vec{p}_i = \sum_i m_i \vec{v}_i(t) = cost.$ (sono tre condizioni: $p_{x_{tot}}$, $p_{y_{tot}}$ e $p_{z_{tot}}$). Centro di massa del sistema (media pesata delle posizioni):

$$x_{CM}(t) = \frac{\sum_i m_i x_i(t)}{\sum_i m_i} \tag{91}$$

$$v_{x_{CM}}(t) = \frac{\mathrm{d}x_{CM}(t)}{\mathrm{d}t} \tag{92}$$

$$= \frac{\sum_i m_i\, \mathrm{d}x_i(t)/\mathrm{d}t}{\sum_i m_i} = \frac{\sum_i m_i v_{x_i}(t)}{\sum_i m_i} = \frac{p_{x_{tot}}(t)}{M_{tot}} \tag{93}$$

etc. per y e z

$$\vec{v}_{CM}(t) = \frac{\vec{p}_{tot}(t)}{M_{tot}}\,. \tag{94}$$

Sistema isolato: $\vec{p}_{tot}$ costante: $\rightarrow \vec{v}_{CM}$ costante.

Es. dettato: urto auto ($m_1 = 1000\,\mathrm{kg}$) e camion ($m_1 = 10000\,\mathrm{kg}$), trascurando attriti ed assumendo rimangano attaccati: casi $v_1 = 50\,\mathrm{km/h}$ e $v_2 = 0$ e velocità scambiate: $\rightarrow \Delta v$ per i due mezzi nei due casi

23. **Lunedi' 19/12, 14:00-15:00**

Esempio svolto: urto auto ($m_1 = 1000\,\mathrm{kg}$) e camion ($m_1 = 10000\,\mathrm{kg}$), trascurando attriti ed assumendo rimangano attaccati: casi $v_1 = 50\,\mathrm{km/h}$ e $v_2 = 0$ e velocità scambiate: $\rightarrow \Delta v$ per i due mezzi nei due casi (ma nota: le forze che subiscono le persone dipendono da accelerazioni, $\Delta v/\Delta t$: importanza di 'attutire' l'urto, ovvero aumentare Δt).

Sistema di punti materiali interagenti e soggetti a forze reciproche (**interne**) ed **esterne**:

$$\vec{F}_i = \sum_j \vec{F}_i^{(j)} + \vec{F}_i^{(ext)} \quad \Rightarrow \quad \frac{\mathrm{d}\vec{p}_i}{\mathrm{d}t} = \vec{F}_i\,. \tag{95}$$

Sommando su tutti i punti materiali otteniamo

$$\sum_i \frac{\mathrm{d}\vec{p}_i}{\mathrm{d}t} = \sum_i \vec{F}_i \tag{96}$$

$$\frac{\mathrm{d}\sum_i \vec{p}_i}{\mathrm{d}t} = \sum_{i,j} \vec{F}_i^{(j)} + \sum_i \vec{F}_i^{(ext)}\,, \tag{97}$$

ma, per il principio di azione-reazione, le forze interne si annullano a coppie nella sommatoria in quanto $F_i^{(j)} = -F_j^{(i)}$. La variazione nel tempo della quantità di moto totale del sistema è dovuta soltanto alle forze esterne:

$$\sum_i \vec{F}_i^{(ext)} = \sum_i \frac{\mathrm{d}\vec{p}_i}{\mathrm{d}t} \quad (98)$$

$$\vec{F}^{(ext)} = \frac{\mathrm{d}\vec{P}}{\mathrm{d}t} \quad (99)$$

$$= M\,\frac{\mathrm{d}\vec{v}_{CM}}{\mathrm{d}t} \quad (100)$$

$$= M\,\vec{a}_{CM}\,, \quad (101)$$

ove $\vec{F}^{(ext)}$ è la *risultante* delle forze esterne e M è la somma delle masse del sistema. È come se il CM si comportasse come un punto materiale di massa M (seconda legge della meccanica generalizzata ad un sistema di punti materiali). Segue:

$$L^{(ext)} = \int_A^B F^{(ext)} \cdot \mathrm{d}x = \Delta\left(\frac{1}{2} M v_{CM}^2\right)\Big|_A^B : \quad (102)$$

il lavoro fatto dalla risultante delle forze esterne è pari alla variazione di *energia cinetica di traslazione* del CM (nota: il sistema possiede anche energia cinetica dovuta al movimento interno)

Introduzione ai **problemi di urto**:
Schemi di urto di due oggetti in approssimazione di sistema isolato:

Sempre Si conserva quantità di moto:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v'}_1 + m_2\vec{v'}_2 \quad (103)$$

Urti elastici Si conserva anche energia cinetica totale:

$$\frac{1}{2}m_1 v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2 = \frac{1}{2}m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2'^2 \quad (104)$$

Urti anelastici parte dell'energia 'meccanica' (cinetica) è persa: → calore, 'etc.'. Nota: gli urti in cui i corpi rimangono attaccati appartengono a questa classe (nel CM energia cinetica sparisce): urti completamente anelastici: particolarmente semplici da trattare.

Problema proposto: Un oggetto di massa 1 kg urta con velocità 10 m/s un altro oggetto di massa 3 kg. Sapendo che i due corpi rimandono attaccati dopo l'urto e che il moto avviene su un piano, di coefficiente di attrito dinamico 0.2, calcolare la distanza che i due corpi percorrono dopo l'urto prima di arrestarsi.

24. **mercoledi' 21/12, 10:00-12:00**

Urto elastico frontale (unidimensionale).
Riprendiamo le leggi di conservazione (103)-(104) degli urti elastici, riscrivendole nel modo seguente:

$$\begin{aligned} m_1\, v_1 - m_1\, {v'}_1 &= m_2\, {v'}_2 - m_2\, v_2 && (105)\\ m_1 v_1^2 - m_1 {v'}_1^2 &= m_2 {v'}_2^2 - m_2 v_2^2\,, && (106) \end{aligned}$$

ovvero

$$\begin{aligned} m_1\,(v_1 - {v'}_1) &= +m_2\,({v'}_2 - v_2) && (107)\\ m_1\,(v_1^2 - {v'}_1^2) &= m_2\,({v'}_2^2 - v_2^2)\,, && (108) \end{aligned}$$

dalle quali, dividendo membro a membro (la seconda diviso la prima) e ricordandosi che $a^2 - b^2 = (a+b)\,(a-b)$, si ottiene

$$v_1 + {v'}_1 = v_2 + {v'}_2\,, \qquad (109)$$

ovvero

$$v_1 - v_2 = ({v'}_2 - {v'}_1)\,. \qquad (110)$$

La (109) ci dice che in un urto elastico frontale la somma della velocità iniziale e finale di una particella è pari alla somma della velocità iniziale e finale dell'altra particella. Più interessante è la 'lettura' della (110): in un urto elastico la velocità relativa fra le due particelle viene invertita (ma resta costante in modulo). Inoltre, da una di queste due e dalla (106) otteniamo un sistema di equazioni lineari, la cui soluzione è:

$$\begin{aligned} {v'}_1 &= \frac{2\,m_2\,v_2 + (m_1 - m_2)\,v_1}{m_1 + m_2} && (111)\\ {v'}_2 &= \frac{2\,m_1\,v_1 + (m_2 - m_1)\,v_2}{m_1 + m_2} && (112) \end{aligned}$$

Casi particolari:

$\boxed{v_2 = -v_1}$:

$$\begin{aligned} {v'}_1 &= \frac{m_1 - 3\,m_2}{m_1 + m_2}\,v_1 && (113)\\ {v'}_2 &= \frac{3\,m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\,v_1 && (114) \end{aligned}$$

Sottocaso interessante:

$\underline{m_1 = m_2}$:

$$\begin{aligned} {v'}_1 &= -v_1 && (115)\\ {v'}_2 &= v_1 && (116) \end{aligned}$$

$\rightarrow$ entrambe rimbalzano all'indietro, invertendo il vettore velocità.

$\boxed{v_2 = 0}$:

$$v'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 \tag{117}$$

$$v'_2 = \frac{2\,m_1}{m_1 + m_2} v_1 \tag{118}$$

Sottocasi interessanti:

$\underline{m_1 = m_2}$

$$v'_1 = 0 \tag{119}$$

$$v'_2 = v_1 \; : \tag{120}$$

le particelle si scambiano il moto;

$\underline{m_1 \ll m_2}$ (ovvero urto contro un corpo di ‘massa infinita’)

$$v'_1 = -v_1 \tag{121}$$

$$v'_2 = 0 \; : \tag{122}$$

la particella inizialmente in moto rimbalza; l’altra resta ‘praticamente‘ in quiete (ma ha assorbito una quantità di moto pari a $2m_1v_1!$);

$\underline{m_1 \gg m_2}$ (esempio urto di palla grande contro ‘pallino’):

$$v'_1 = v_1 \tag{123}$$

$$v'_2 = 2\,v_1 \; : \tag{124}$$

la palla pesante prosegue praticamente imperturbata, mentre la seconda ‘schizza’ in avanti con velocità doppia della palla che l’ha colpita.

$\boxed{v_1 = V_1,\, v_1 = -V_2,\, m_1 \gg m_2}$ con V_1 e V_2 definite positive. (Caso fisico: racchetta contro pallina che viaggia in senso opposto)

$$v'_1 = V_1 \tag{125}$$

$$v'_2 = 2\,V_1 + V_2 \; : \tag{126}$$

la pallina rimbalza con una velocità pari alla sua velocità iniziale, aumentata del doppio della velocità della racchetta (ecco perché i tiri al volo contro palla che viene incontro sono particolarmente ‘potenti’).

Si noti come, in tutti questi casi, la (110) è rispettata. Essa ci permette noltre di ricavarsi la velocità finale senza fare conti. Prendiamo ad esempio l’ultimo caso. La differenza di velocità fra racchetta e palla vale $V_1 - (-V_2) = V_1 + V_2$ e tale sarà la differenza fra la velocità finale della palla e quella della racchetta. Ma, nell’approssimazione di massa infinita della racchetta la velocità di quest’ultima non viene modificata dall’urto (si pensi al caso limite automoscerino). Quindi la velocità finale della palla vale $V_1 + (V1 + V_2) = 2V_1 + V_2$.

Urti parzialmente anelastici: una parte dell'energia meccanica viene persa. Esempio: rimbalzi di pallini normali. Misura (indiretta) della frazione di energia persa dalla misura delle quote successive ad ogni rimbalzo (nota: l'inelasticità può dipendere anche dalla velocità di impatto e, quindi, dalla quota iniziale).

Esempi di urti completamente anelastici. Pendolo 'balistico'.

Esercitazione:

(a) Potenza di una centrale idroelettrica:

$$P = \frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}(mgh)}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}\, gh\,, \tag{127}$$

ove $\mathrm{d}m/\mathrm{d}t$ è pari al flusso di acqua (in massa, ovvero in kg/s). Dati reali (centrale ENEL della diga sul Tevere di Castel Giubileo, 29/4/05):

- volume di acqua convogliata alle turbine: 180 m^3/s;
- dislivello: 7 m;
- potenza elettrica generata: 12 MW

dai quali ricaviamo $\mathrm{d}m/\mathrm{d}t = 180000\,\mathrm{kg/s}$ (densità acqua= 1000 $\mathrm{kg/m}^3$), da cui $P = 1.80\,10^5\,\mathrm{kg/s} \times 9.8\,\mathrm{m/s}^2 \times 7\,\mathrm{m} = 1.2\,10^7\,\mathrm{W} = 12\,\mathrm{MW}$, in accordo con il dato avuto dalla centrale (vuol dire che, a parte arrotondamenti e approssimazioni, l'efficienza di conversione da potenza meccanica a potenza termica è molto elevato).

(b) Dettato esercizio:Una pallina cade da 1 metro. Sapendo che nel rimbalzo sul pavimento viene perso il 20% dell'energia meccanica, si determini la velocità immediatamente dopo il rimbalzo.

25. **Lunedi' 9/01/2006, 14:00-15:00**

Cambiamento di sistema di riferimento:
Ricordiamo le operazioni su vettori: prodotto di un vettore per uno scalare (es. $\vec{F} = m\,\vec{a}$) e operatore derivata (es. $\vec{a} = \mathrm{d}\vec{v}/\mathrm{d}t$). Somma di vettori: dati $\vec{a} = \{a_x, a_y, a_z\}$ e $\vec{b} = \{b_x, b_y, b_z\}$, dal punto di vista matematico il vettore somma $\vec{c}$, ovvero $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ è ottenuto sommando le componenti, ovvero $c_x = a_x + b_x$, etc. Dal punto di vista fisico:

- si possono solo grandezze omogenee, e quindi, solo vettori omogenei ("mele con mele e patate con patate", come si diceva alle elementari);
- va prima provato che tale operazione abbia senso, ad esempio
  - Somma di due forze: $\vec{F}_c = \vec{F}_a + \vec{F}_b$: l'effetto di dell'applicazione simultanea di $\vec{F}_a$ e $\vec{F}_b$ è esattamenta uguale a quella di $\vec{F}_c$ se le due forze sono applicate ad un punto materiale. L'effetto è un più complicato se le forze sono applicate ad un corpo esteso.

* Somma di due velocità: $\vec{v}_1 + \vec{v}_2 = \vec{v}_3$ ha senso se $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$ e $\vec{v}_3$ hanno un significato ben preciso e se le velocità sono molto piccole rispetto a quella della luce (trasformazione Galileiana delle velocità, vedi nel seguito.). Se invece le velocità sono confrontabili con quella della luce tale formula di somma non è applicabile ($\rightarrow$ teoria della relatività ristretta di Einstein).

Trasformazione galileiana delle velocità. In genere, se un corpo si muove con $\vec{v}$ nel sistema di riferimento S, e il sistema di riferimento si muove rispetto a S' con velocità costante $\vec{v}(S)$:

$$\vec{v}' = \vec{v}(S) + \vec{v} \tag{128}$$

$$\vec{a}' = \vec{a} \tag{129}$$

Se la velocità di S rispetto a S' è costante allora l' accelerazione del corpo nei 2 sistemi di riferimento è la stessa
Caso del nuotatore sul fiume:

$$\vec{v}_{nR} = \vec{v}_{nF} + \vec{v}_{FR}\,, \tag{130}$$

ove $\vec{v}_{FR}$ è la velocità del fiume rispetto alla riva, $\vec{v}_{nF}$ la velocità del nuotatore rispetto al fiume e $\vec{v}_{nR}$ la velocità del nuotatore rispetto alla riva. Scegliendo opportunamente gli assi abbiamo $\vec{v}_{FR} = (v_F, 0)$, $\vec{v}_{nF} = (v_L, v_T)$ (ove v_L e v_T stanno per velocità longitudinale e trasversale rispetto alla corrente), per cui $\vec{v}_{nR} = (v_F + v_L, v_T)$. Casi elementari sono quando la velocità del nuotatore è solo lungo la corrente o trasverale ad essa.
Problemi:

(a) (svolto) Un fiume scorre con velocità v_F= 5 km/h. Una barca va con velocità v_b=10 km/h sul fiume in direzione trasversale a quella di scorrimento della corrente.
   i. A che velocità la barca si muove rispetto alla riva? (vettore e modulo)
   ii. Trovare l'angolo fra la direzione del moto della barca e quella di scorrimento dell'acqua.

(b) (svolto) un uomo corre con v_P=5 km/h rispetto alla strada (riferimento in quiete). Un' auto procede nella stessa direzione con v_a=50 km/h (riferimento in moto). Trovare la velocità dell' uomo rispetto all' auto. Il risultato è che il guidatore vede l' uomo avvicinarsi ad una velocità di 45 km/h.

(c) dettato: Si immagini una gara di nuoto su un fiume, con le corsie, lunghe 50 m, disposte parallelamente al verso della corrente. Il fiume ha una velocità di 1 m/s. Calcolare il tempo che un centometrista farà sul fiume se nuota ad una velocità tale che in una piscina olimpionica ($2 \times 50\,\mathrm{m}$) avrebbe fatto 60 s netti.

26. **Mercoledi 11/1, 16:00-18:00**

Forza gravitazionale fra masse puntiformi e forza di Coulomb fra cariche elettriche. Analogie e differenze. Concetto di campo. Abbiamo notato che il campo gravitazionale generato dalla Terra non è altro che $\vec{g}$, a seguito della identità fra massa gravitazionale e massa inerziale.

Forza gravitazionale fra corpi non puntiformi: $\vec{F} = \sum_i F_i = \sum_i \frac{G\,\mu_i\,m}{r_i^2}\hat{r}_i$ (se m è di un corpo puntiforme). Attrazione gravitazionale fra una massa distribuita uniformemente su una sfera e un punto materiale interno o esterno ad essa: conseguenze del teorema di Gauss: dimostrato a lezione che gusci sferici aventi densità di massa uniforme non producono alcuna forza su masse all'interno di essi, poichè la massa aumenta con r^2 e la forza va come $1/r^2$. E se il punto è interno alla sfera per ogni elemento di massa sulla sfera ne esiste un altro che produce una forza uguale in modulo-per quanto detto prima- e contraria.

Calcolo del campo -elettrico o gravitazionale- prodotto da una sfera con densità di massa o carica uniforme, al suo interno $r <= R$ e all' esterno $r >= R$.

Pozzo per il centro della Terra. Applicazione al problema del 'pozzo per il centro della Terra': forza gravitazionale in funzione della distanza r dal centro della terra:

$$\begin{aligned} F(r) &= -\frac{G\,M(r)\,m}{r^2} && (131)\\ &= -\frac{G\,\rho\,V(r)\,m}{r^2} && (132)\\ &= -\frac{G\,\rho\,4/3\,\pi\,r^3\,m}{r^2} && (133)\\ &= -4/3\,\pi G\,\rho\,m\,r, && (134) \end{aligned}$$

ove ρ indica la densità della terra ($5.5\,10^3\,\mathrm{kg/m^3}$). Da "$F = m\,a$" segue l'equazione differenziale

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}^2 r}{\mathrm{d}\,t^2} &= -\frac{4}{3}\,\pi\rho\,G\,r && (135)\\ \frac{\mathrm{d}^2 r}{\mathrm{d}\,t^2} &= -\frac{g}{R_T}\,r\,, && (136) \end{aligned}$$

ove l'ultima espressione è stata ottenuta ricordandoci che $a_r(r = R_T) = \mathrm{d}^2 r/\mathrm{d}\,t^2(r = R_T) = -g = -\frac{4}{3}\,\pi\rho\,G\,R_T$ (bastava anche semplicemente pensare che l'accelerazione è lineare in r e per $r = R_T$ sappiamo che vale $-g$). Si noti inoltre come la formula $T = 2\pi\,\sqrt{R_T/g}$ potrebbe trarre in inganno e far pensare che il periodo dipende da R_T: in realtà g è quello sulla superficie terrestre, ovvero andrebbe indicato con $g(R_T)$: esso dipende linearmente da R_T, in quanto $g(R_T) = 4/3\,\pi\,\rho\,G\,R_T$, e quindi $R_T/g(R_T)$ non dipende da R_T.

Massa di prova m messa invece in moto attorno alla Terra, a distanza $r \approx R_T$. L' applicazione di $\vec{F} = m\vec{a}$, dove ora $\vec{a}$ è $-m\omega^2 R_T$, ossia l' accelerazione centripeta, porta ad ω identica al caso precedente del moto nel pozzo passante per il centro della Terra.

Esercitazione: svolto esercizio dettato 21/12 (pallina cade da 1 metro. Sapendo che nel rimbalzo sul pavimento viene perso il 20% dell'energia meccanica, si determini la velocità immediatamente dopo il rimbalzo). E la direzione dopo l' urto ?

27. **Venerdi 13/1, 16:00-18:00**

    Esercitazione:

    (a) Sulla potenza: svolto es. 6.8 pag. 200 Serway (ascensore di massa M=1000 kg e portata max di 800 kg. Una forza di attrito costante $f_a = 4000$ N ne ritarda il moto verso l' alto. Trovare la potenza minima erogata dal motore perchè l' ascensore salga verso l' alto con $v = 3$ m/s costante. Trovare la potenza (istantanea) se invece è accelerato verso l' alto

    (b) svolti alcuni esercizi "tipici di esonero" (a pag. 261 delle dispense e sul libro di esercizi Bagnaia-Luci): a) sulle forze; b) su lavoro ed energia; c) su quantità di moto ed urti; d) sulle oscillazioni;

28. **Lunedi 16/1, 14:00-15:00**

    Esercitazione:

    (a) Es. sul campo gravitazionale: calcolare il campo generato da una corona sferica di densità di massa uniforme fra R_1 e R_2, per r variabile da 0 all' infinito. Note: suddividere il problema nei 3 casi ($0 \le r \le R_1$; $R_1 \le r \le R_2$; $r \ge R_2$). La massa totale è $M = \rho V$, con $V = 4/3\pi(R_2^3 - R_1^3)$. Nel primo caso, ricordando Gauss, il campo è nullo. Nel secondo, la massa che "conta" e genera il campo sarà quella contenuta nel volume $V = 4/3\pi(r^3 - R_1^3)$, e nel terzo caso tutta la massa (come se fosse concentrata nel centro della nostra corona sferica);

    (b) esercizio su urti e lavoro: oggetto di massa 1 kg urta con velocità 10 m/s un altro oggetto di massa 3 kg. I due corpi rimangono attaccati. Il moto avviene su un piano di μ_D=0.2. Calcolare la distanza che i due corpi percorrono dopo l' urto prima di arrestarsi. Note: l' urto è anelastico. Si calcola v'. Poi si applica il teorema delle forze vive: $L = \Delta E_c$, dove il lavoro L è compiuto dalla forza di attrito ($f_a = -\mu_D(m_1 + m_2)g$). Da svolgere anche con l' uso della cinematica.

29. **Mercoledi 18/1, 12:00-14:00**

    Meccanica dei fluidi: generalità
    Densità, dati i valori di densità dell' acqua, aria e ferro, come esempio.

Pressione: definizione e unità di misura ($1\ N/m^2 = 1\ pascal$)
Pressione atmosferica: 1 atm=$1.013 \cdot 10^5$ Pa
Fluido a riposo: preso un elementino di fluido la somma delle forze di volume (mg) e di pressione ($p_i\ A_i$) deve essere nulla
Variazione di pressione con la profondità: legge di Stevino
Risolto esercizio: Quanto varia la pressione se al mare ci immergiamo di 10 m?
Legge di Pascal (conseguenza della legge di Stevino)

Esercitazione:

(a) Svolto esercizio di esonero: corpo di massa 225 N fatto muovere a velocità costante su un pavimento scabro di $\mu_D = 0.30$, con una forza che forma un angolo di 35 gradi con l' orizzontale (forza disegnata in figura, tira verso il basso). Calcolare la forza. Sugg.: come sempre scrivere l' equazione $\vec{F} = m\vec{a}$ sugli assi x e y. Si nota che la componente normale al piano del moto non è solo mg ma contiene anche il termine $F \sin\alpha$, diretto verso il basso, per come è applicata la forza.
Lasciato come es. lo svolgimento della seconda parte dell' esercizio, in cui la forza è applicata in modo diverso e tira verso l' alto.

(b) esercizio su urti e lavoro della volta scorsa: svolto anche con l' uso della cinematica.

30. **Venerdi 20/1, 16:00-18:00**

Il martinetto idraulico
Misure di pressione: il barometro di Torricelli (h colonnina di mercurio, che dà 1 atm)
Quanto deve essere alta la colonnina se il liquido anzichè mercurio è acqua ?
Svolto esercizio e mostrato bicchiere colmo di acqua, rovesciato (con un foglio di carta appoggiato sopra): l' acqua non cade.
Il principio di Archimede.

Esercitazione:

(a) svolto es. 15-3 dispense: tubo ad U con acqua e olio in equilibrio statico, dati i livelli di acqua e olio, calcolare la densità dell' olio

(b) dettato es. di esonero (dispense di esercizi): quanto vale la velocità angolare a cui dovrebbe ruotare la Terra affinchè la forza centripeta all' equatore sia uguale al peso di un corpo ivi situato; quanto varrebbe T ? Se un uomo che pesa ordinariamente 900 N stesse in piedi su una bilancia all' Equatore, quale sarebbe l' indicazione della bilancia ?

(c) ricalcolata l' accelerazione centripeta all' Equatore dovuta al moto di rotazione della Terra su sè stessa: $\omega^2\ R_T = 0.034$ m/s^2 (molto minore di g e per questo solitamente trascurata).

31. $\boxed{\textbf{Lunedi 23/1, 14:00-15:00}}$

Esercitazione:

(a) Svolto esercizio assegnato volta scorsa (quanto vale la velocità angolare a cui dovrebbe ruotare la Terra affinchè...). Prima di risolvere l' esercizio, ridiscussa l' equazione $\vec{F} = m\vec{a}$ nel caso di m sulla superficie della Terra, in piedi su una bilancia all' Equatore: $-mg + T = -m\omega^2\ R_T$, da cui $T = m(g - \omega^2 R_T)$. T è la reazione del vincolo. Nel problema in esame imporre $g = \omega^2 R_T$ corrisponde a $T = 0$, ossia ad assenza di vincolo. Dunque il peso di una persona su una bilancia all' Equatore è nullo. Abbiamo anche notato che la soluzione $\omega^2 = g/R_T$ è identica a quella del problema del corpo in orbita attorna alla Terra, a distanza R_T o del corpo nel tunnel passante per il centro della Terra. Infatti sono tutti casi in cui non esiste un vincolo.

(b) Esercizio sulla spinta di Archimede: dato un corpo di massa m, volume V_0, densità ρ_0 che galleggia su un fluido di densità ρ_F con V_x immerso, trovare il rapporto V_x/V_0. Si ha equilibrio se: $-mg + F_a = 0$. Esplicitando: $\rho_0\ V_0\ g = \rho_F\ V_x\ g$, da cui $V_x/V_0 = \rho_0/\rho_F$.

(c) Dettato esercizio di esonero (pag. 216 dispense), su quantità di moto ed impulso.

32. $\boxed{\textbf{Mercoledi 25/1, 12:00-14:00}}$

Esercitazione:

(a) Risolto esercizio di esonero (pag. 216 dispense), su quantità di moto ed impulso, con 2 domande aggiuntive: variazione della velocità della mazza da baseball e calcolo della costante di proporzionalità fra la forza applicata dalla mazza sulla pallina e il tempo, nell' ipotesi che sia $F \approx t$. Sugg.: scrivere $F = k\ t$, uguagliare l' impulso alla variazione di quantità di moto calcolata nel rispondere alla prima domanda.

(b) Es. 15.1-5 pag. 534 Serway (determinare la massa complessiva dell' atmosfera terrestre, noto $R_T = 6.37\ 10^6$ m e la pressione atmosferica p_a). Determinare anche il volume, nota la densità, supposta costante.

(c) Es. di esonero sulla statica dei fluidi (es. 5 esonero pag. 261 dispense): carico max che può portare una zattera di massa e volume noti

(d) Svolto esercizio nuotatore sul fiume, dettato il 9/01. Trovata e discussa l' espressione del tempo totale in funzione di v_{nF} e v_{FR}

(e) Dettato esercizio num. 1 di esonero del 1/02/2001 (es. sulle forze)

33. $\boxed{\textbf{Venerdi 27/1, 16:00-18:00}}$

Dinamica dei fluidi: generalità, schematizzazione di fluido ideale,
Linee di flusso;

Equazione di continuità e portata in volume e in massa;
Teorema di Bernoulli;
Ritroviamo la legge di Stevino applicando il teorema di Bernoulli;
Tubo di Venturi.
Ricordare dunque che: dall' eq. di continuità segue che la velocità del fluido aumenta se la sezione del condotto diminuisce e, dal teorema di Bernoulli applicato ad un condotto orizzontale, segue che all' aumentare della velocità la pressione diminuisce. Esempio di una vena parzialmente ostruita.
Esercitazione:

(a) Svolto esercizio di esonero dell' 1/02/2001 sulle forze (pag. 264 dispense). Discusso anche il caso in cui la forza applicata $\vec{F}$ formi un angolo generico α con la normale alla parete verticale (nell' es. la forza è normale alla parete)

(b) Svolto es. di esonero : blocco di 1.5 kg si muove su una superficie orizzontale liscia con $\vec{v}$=2 m/s. Incontra un piano inclinato liscio che forma $\alpha = 53$ gradi con l' orizzontale. Calcolare quanto spazio percorre in salita prima di fermarsi. Poi supporre che il piano sia scabro e μ_D=0.4 e ricalcolare lo spazio percorso. Risolto con il teorema della forze vive. Suggerito di provare a risolverlo anche con la cinematica.

(c) Dettati 2 esercizi di statica dei fluidi (es. 23 e 25 pag. 537 Serway).

34. $\boxed{\textbf{Lunedi 30/1, 14:00-15:00}}$

Esercitazione:

(a) Svolto esercizio dettato volta scorsa, num. 25 pag. 537 Serway.

(b) Svolto esercizio di esonero sulla dinamica dei fluidi (es. numero 6 esonero pag. 262 dispense Luci). Da completare con il calcolo della portata.

35. $\boxed{\textbf{Mercoledi 1/2, 12:00-14:00}}$

Esercitazione:

(a) Calcolo portata in volume e massa Es. volta scorsa

(b) Svolto es. esame Sett. 2000, pag. 232 dispense di Luci:statica dei fluidi, molla e resistenza del mezzo (sfera di volume e densità note ancorata sul fondo del mare con molla, deformata di 20 cm dalla posizione di riposo. Dire se la molla è compressa o allungata, determinare K della molla.
La sfera viene poi lasciata libera di muoversi, la resistenza del mezzo è $A\vec{v}$), con A noto. Determinare v_{lim}.

(c) Svolto es. assegnato, num. 23 pag. 537 Serway (statica dei fluidi).

(d) Esercizi esonero 1/02/2001:
svolto es. sulle oscillazioni, ricordando un pò di teoria sul moto armonico.

36. **Venerdi 3/2, 16:00-18:00**

Esercitazione:

(a) Svolto esercizio (esonero) cubo di ferro di lato l noto, in mercurio, dire se galleggia o no (ρ_{Fe} ¡ρ_{Hg} dunque galleggia) e determinare l' altezza d di cui è sotto il livello del mercurio (sotto il livello avremo un parallelepipedo rettangolo con due dimensioni pari a l e la terza incognita d.

(b) Svolto es. esonero 5/02/02 di dinamica dei fluidi + "moto del proiettile".

(c) Svolto es. esonero 5/04/02 sulle oscillazioni. Pendolo di cui è nota la max elongazione angolare, la massa e la lunghezza del filo. Determinare v_{max} (considerazioni su dove è max v, dunque l' energia cinetica e dove è max l' energia potenziale, ancora sul bilancio energetico e conservazione energia meccanica), la massima tensione del filo (domandarsi dove è max ? Calcoli..ricordando l' accelerazione centripeta), numero di oscillazioni al minuto.

37. **Lunedi 6/2, 14:00-15:00**

Esercitazione:

(a) Svolto es. esonero 16/04/03 n. 14 di statica dei fluidi. Pezzo di ghiaccio in acqua, trovare di quanto si alza il livello di acqua nelle 2 situazioni di ghiaccio di volume e densità note e di ghiaccio completamente sciolto in acqua.
Spiegato che volume e densità sono funzione della temperatura e che ciò che invece si conserva nel passaggio di stato è la massa $m_G = m_A$ ossia $V_G\rho_G = V_A\rho_A$.

(b) Svolto es. esonero 16/04/03 n. 3, su forze e lavoro.

(c) Dettato es. esonero 5/04/02 n. 3, su forze e attrito

38. **Mercoledi 8/2, 12:00-14:00**

Prova generale per l' esonero:

(a) Dato fac-simile di esonero agli studenti da svolgere in classe durante le 2 ore.
Continuare a casa o consegnare (per avere un 'idea del voto) a scelta dello studente.

39. **Venerdi 10/2, 16:00-18:00**

Prova generale per l' esonero:correzione:

(a) Correzione degli esercizi 1,4,5,6,7 dati alla prova generale per l' esonero.

40. **Lunedi 13/2, 14:00-15:00**

Prova generale per l' esonero:correzione:

(a) Correzione degli esercizi 2,3,8 dati alla prova generale per l' esonero.

41. **Mercoledi 15/2, 12:00-14:00**

Esercitazione:

(a) Esercizio esonero 16/04/2003 (cinematica);

(b) Esercizio esonero 5/04/2002 (statica dei fluidi): poichè a lezione sono venute fuori idee diverse e tutte corrette su come risolvere la seconda domanda, riporto qui il testo e le soluzioni alle due domande, svolgendo la seconda nei 3 modi suggeriti in classe dagli studenti. Ad una boa di volume 200 l e $m_b = 20$ kg è appesa una catena di volume trascurabile e $m_c = 100$ kg. Alla catena è attaccato un corpo di volume trascurabile. Trovare:
a) m_x massima, tale che la boa non affondi
Sol: $(m_b+m_c+m_x)g = V_b g \rho_A$ da cui si ricava m_x= 80 kg. b) se $m = m_x/2$ trovare la frazione di volume che affiora
1b) Sol 1: $(m_b + m_c + m_x/2)g = \alpha V_b g \rho_A$
qui α è la frazione di volume che è sotto l' acqua. Si trova $\alpha = 0.8$, dunque la frazione di volume che emerge è $1 - \alpha = 0.2$. 2b) Sol 2: $(m_b + m_c + m_x/2)g = (1 - \alpha)V_b g \rho_A$
qui α è la frazione di volume che emerge l' acqua. Si trova $\alpha = 0.2$, consistente con la definizione data di α. 3b) Sol 3: $(m_b + m_c + m_x/2)g = (V_b - \alpha)g\rho_A$
qui α è il volume che affiora, ossia ha dimensioni m^3. Dopo averlo trovato, bisogna renderlo adimensionale per dare il risultato in termini di frazione del volume che affiora. Si trova: $160 = \rho_A * (V_b - \alpha)$, dunque $\alpha = 0.04\ m^3$. Frazione che emerge= $\alpha/V_b = 0.04/0.2 = 0.2$.

(c) Esercizio esonero 5/04/2002 (lavoro ed energia);

(d) Esercizio esonero 5/04/2002 (dinamica dei fluidi);

42. **Venerdi 17/2, 16:00-18:00**

Esercitazione:

(a) Svolti esercizi e chiariti concetti su richiesta degli studenti:

(b) Esercizio esonero 16/02/2002 (statica dei fluidi). Tubo ad U con Mercurio e olio;

(c) esercizio di esonero (statica dei fluidi). Misura di pressione sul fondo e sul tetto di un palazzo molto alto. Ricavare h. L' unica difficoltà è ricordarsi do convertire la misura data in cmHg in unità SI (Pa). Ricordiamo che: 1 atm=1.013 10^5 Pa= 760 mmHg. Dunque 1mmHg= 1.013 10^5/760=133.29 Pa e 4mmHg (il dato del problema)= 533.16 Pa

(d) Esercizio esonero (dinamica dei fluidi), applicazione del principio di Venturi

(e) Breve richiamo sugli urti elastici e anelastici

(f) Automobile in curva su strada piana con attrito e automobile in curva su strada sopraelevata senza attrito

- **Terminata la prima parte del corso. Esonero il 2 marzo**

43. **Lunedi 6/3, 13:00-14:00**

Svolti esercizi dell' esonero del 2 marzo 2006:

(a) la soluzione è su web

(b) Commenti generali sul compito di esonero: errori "tipici" riscontrati nella correzione;

(c) Svolto esercizio di cinematica, es. sul moto circolare,es. sul lavoro e attrito, es. sull' energia;

44. **Mercoledi' 8/3, 13:00-14:00**

Calorimetria:

(a) **Temperatura** e **calore**: dal livello percezionale/intuitivo alle definizioni operative. Cominciamo con la temperatura:

   – Il concetto fisico di temperatura è un raffinamento della nostra percezione sensoriale del caldo e del freddo.
   – Le percezioni possono essere ingannevoli, in quanto noi siamo sensibili alla rapidità con cui assorbiamo o emettiamo calore attraverso la pelle: oggetti (verificabili strumentalmente) alla stessa temperatura ci appaiono più o meno caldi a seconda di quanto trasmettono il calore (es metalli o marmo rispetto a legno, plastica o polistirolo; gli oggetti metallici ci sembrano freddi degli altri quando sono a temperatura inferiore alla nostra temperatura corporea, ma a temperatura superiore ci sembrano più caldi, vedi es. in sauna). Famoso è il 'chilly factor' che dà la temperatura ambiente 'percepita' e dipende da umidità e velocità del vento.
   – Proposto esercizio per casa: "patata al cartoccio" (ossia in Alluminio, con il Domopack..) cotta nel forno a (200^o C). Toglierla dal forno prendendola per il lembo di sopra del Domopack che l' avvolge. Brucia? Toccare poi la parte dove c'e' la patata, o direttamente la patata stessa. Brucia?
   – I termometri sono basati sull'osservazione che alcuni corpi cambiano qualche loro proprietà al variare della temperatura, ad esempio i metalli variano le loro dimensioni, componenti elettrici possono cambiare corrente o tensione, etc. Il caso più famoso è quello del mercurio, che ha una forte espansione termica.

– Per definire la scala termometrica è importante avere dei riferimenti. Si potrebbe usare un termometro di riferimento (in analogia al campione di kg), ma la scala oltre che arbitraria (e in principio non ci sarebbe niente di male) è difficilmente riproducibile.
  Osservazione della stabilità della temperatura in coincidenza con i cambiamenti di fase (ghiaccio → acqua; ebollizione). Il caso dell'acqua è particolarmente comodo in quando le temperature di interesse sono tipiche dell'esperienza quotidiana. Scala centigrada (quella usuale). Assunzione di linearità dell'innalzamento della colonnina di mercurio; cenno ai problemi per estendere la scala termometrica a basse ($\ll 0^o$ C) o alte ($\gg 100\,^o$C) temperature.
– Alla base delle misure termometriche e degli scambi di calore c'è il **principio zero della termodinamica**: due corpi messi a contatto raggiungono la stessa temperatura (si termalizzano).
– Per misurare la temperatura di un corpo dobbiamo mettere in contatto con esso il termometro ed attendere lo stabilizzarsi della temperatura (tipicamente, se il corpo è 'grande' il termometro raggiungerà la temperatura del corpo, ma in generale termometro e corpo raggiungeranno una temperatura comune di equilibrio – vedi poi lezione successiva).
– Proprietà transitiva: se il termometro in equilibrio prima con A e poi con B e all'equilibrio misuriamo lo stesso valore di temperatura, diremo che A e B sono alla stessa temperatura (e quindi in equibrio termico), anche se alle nostre sensazioni uno dei due sembra più freddo dell'altro.
– Scale celsius e fahrenheit. Notato che non solo lo 0 della scala è diverso, ma anche il ΔT, ossia un grado celsius è diverso da un grado fahrenheit.
  T del ghiaccio che fonde= 0^o C= 32^o F;
  T dell' acqua che bolle= 100^o C= 212^o F;
  Da cui segue che $T_F = 32 + T_C * 180/100$.
– Date 2 temperature diverse, ad esempio 20^o C e 80^o C, calcolate i 2 valori in Fahrenheit e il ΔT_F (lasciato come esercizio).
  Soluzione: $T_1 = 1.8 * 20 + 32 = 68^o$ F, $T_2 = 1.8 * 80 + 32 = 176^o$ F
  ΔT celsius= 60^o C, ΔT fahrenheit= 108^o F.
  Temperatura del corpo umano= 36^o C= 180^o F
– Introdotto il concetto di kelvin, per ora solo come unità di misura della temperatura nel S.I. e notato 1) che non si dice "grado kelvin", ma solo "kelvin" (o K maiuscola); 2) che fra la scala kelvin e la scala celsius c' è solo una differenza di zero, dunque $\Delta T_C = \Delta T_K$; 3) che la differenza di zero è tale che se parliamo di temperature molto alte, tipo 10^5, non fa nessuna differenza pratica se la scala sia kelvin o celsius..

45. $\boxed{\textbf{Giovedi' 8/3, 15:00-17:00}}$

Calorimetria:

(a) **Temperatura** e **calore**: Passiamo adesso al calore.

- Originariamnte il concetto di calore è legato a quello di sorgente di calore, tipicamente fuoco o raggi solari.
- Questa entità, ancora da definire operativamente, è quella che scalda i corpi, ovvero provoca variazioni di temperatura.
- è un dato di fatto che esistono sorgenti di calore più o meno 'potenti' (nel senso colloquiale del termine, per ora), ovvero capaci di scaldare più o meno rapidamente i corpi (ovvero di 'fornire più o meno calore nell'unità di tempo').
- A parità di sorgente di calore, l'innalzamento di temperatura dipende dal tempo di funzionamento (a parte in corrispondenza delle transizioni di fase, come già accennato ieri e come vedremo più avanti).
- La stessa sorgente di calore, tenuta in funzione lo stesso tempo, scalda diversamente sostanze diverse e , a parità di sostanza, scalda diversamente diverse quantità di quella sostanza (es. pentolino o pentolone d'acqua su fornello domestico):
$$\Delta T \propto Q \tag{137}$$
$$\Delta T \propto \frac{Q}{M} \tag{138}$$
$$\Delta T = \frac{Q}{c\,M}\,, \tag{139}$$
ove M è la massa del corpo, Q è la quantità di calore e c, legato al coefficiente di proporzionalità della (138), è il *calore specifico*, una proprietà del corpo che dipende anche dalla temperatura, e quindi andrebbe scritto come $c(T)$ e quindi la (139) andrebbe riscritta come $\mathrm{d}T = \mathrm{d}Q/(c(T)\,M)$.
- Scrivedo il fattore di proporzionalità della (137) come $1/C$, definiamo la *capacità termica* C come
$$C = \frac{Q}{\Delta T}\,: \tag{140}$$
minore è lo sbalzo termico ΔT a parità di calore assorbito, maggiore è la capacità termica del corpo. Analogia di capacità volumetriche assumendo recipienti circolare di diversa sezione: il recipiente più capiente è quello in cui il livello del liquido si innanza di meno a parità di liquido introdotto.
Analogia con la capacità in elettrostatica:
$$C = \frac{Q}{\Delta V}\,: \tag{141}$$
a parità di carica elettrica Q sulle armature del condensatore (di capacità C), maggiore è la capacità e minore il ΔV, ossia la differenza di potenziale fra le armature.

- Ovviamente $C = c\,M$ e $c = C/M$.
- Definizione della *caloria* (cal): "quantità di calore per innalzare la temperatura di 1 g di acqua di un grado intorno a 15 ^{o}C" (ovvero da 14.5 ^{o}C a 15.5 ^{o}C). *Caloria* (kcal = 1000 cal): idem per 1 kg di acqua. Nota: il valore di riferimento per definire la caloria è dovuto al fatto che c dipende dalla temperatura (piccola dipendenza, trascurabile per molte applicazioni pratiche e per i problemi didattici).
- Notiamo dalla (139) come tale definizione implica anche aver assunto unitario il calore specifico dell'acqua intorno a 15 ^{o}C, infatti

$$1\,^o\mathrm{C} \;=\; \frac{1\,\mathrm{cal}}{c_{H_2O}(15^o\mathrm{C})\,1\,\mathrm{g}} \tag{142}$$

  implica $c_{H_2O}(15^o\mathrm{C}) = 1\,\mathrm{cal}/(\mathrm{g}\,^o\mathrm{C})= 1\,\mathrm{kcal}/(\mathrm{kg}\,^o\mathrm{C})$.
  Si noti come la capacità termica è misurata in cal/^{o}C.
- Ma il calore è una forma di energia, dunque nel SI si misura in joule. Dunque la C si misura in joule/^{o}C e c in joule/(kg ^{o}C).
  Al posto del grado centigrado nel SI metteremo i kelvin, vedi sotto.
  Esiste ovviamente una equivalenza fra caloria e joule: 1 cal=4.186 J; 1 J=0.2389 cal (vedremo l' "esperienza di Joule")

Scambio termico fra corpi (che formano un sistema termicamente isolato) a temperature iniziali diverse che raggiungono l'equilibrio termico (es due liquidi non reagenti miscelati in un thermos). Siano M_1, c_1 e T_1 massa, calore specifico e temperatura iniziale del primo corpo; M_2, c_2 e T_2, idem per il secondo.

- Per il principio zero della termodinamica: i due corpi raggiungeranno una temperatura di equilibrio T_e.
- In assenza di sorgenti termiche, se un corpo si scalda, assorbendo calore. vuol dire che l'altro lo ha ceduto (in altre parole,l' energia si conserva):

$$Q_1 + Q_2 \;=\; 0 \tag{143}$$
$$c_1 M_1 \Delta T_1 + c_2 M_2 \Delta T_2 \;=\; 0 \tag{144}$$
$$c_1 M_1 (T_e - T_1) + c_2 M_2 (T_e - T_2) \;=\; 0\,, \tag{145}$$

  da cui

$$T_e \;=\; \frac{c_1 M_1 T_1 + c_2 M_2 T_2}{c_1 M_1 + c_2 M_2} \tag{146}$$
$$\;=\; \frac{C_1 T_1 + C_2 T_2}{C_1 + C_2}\,. \tag{147}$$

La temperatura di equilibrio è pari alla media delle temperature iniziali pesate con le capacità termiche (e ovviamente la formula si può estendere all'equilibrio simultaneo fra n corpi, sempre non reagenti chimicamente).

(b) Termometro a gas a volume costante e scala K (kelvin).
Il K è una unità di base del SI: definito come 1/273.15 della differenza di temperatura fra lo zero assoluto e la temperatura del punto triplo (vd. sotto) dell' acqua.
Conversioni fra K e celsius e viceversa: $T_k = T_c + 273.15$.
0 assoluto= 0 K =-273.15^{o}C.

(c) Punto triplo dell' acqua:solido-liquido-vapore possono coesistere solo ad una determinata temperatura T_3 e pressione p=0.006 atm=4.58 mmHg.
T_3=273.16 K=0.01^{o}C.

(d) Cambiamenti di fase: fissata la pressione, avvengono ad una temperatura precisa.
Cosa succede se si cuoce la pasta in alta montagna ? Come funzione la “pentola a pressione” ?

(e) Cambiamenti di fase : **calore latente**
di fusione e di evaporazione. Durante una transizione di fase (acqua-ghiaccio, acqua-vapore) il sistema assorbe/cede calore senza cambiare la temperatura (esempio quotidiano acqua: che bolle in attesa che ci si decida a buttare giù la pasta). Valori per l'acqua: fusione $\lambda = 80\,\text{cal/g}$; ebollizione: $\lambda = 540\,\text{cal/g}$.
Esempio: 10 g di chiaccio a -10$\,^o$C in 50 g acqua a 20$\,^o$C: $\rightarrow$ temperatura di equilibrio (altra informazione necessaria: calore specifico del ghiaccio, circa 1/2 di quello dell'acqua).
Spiegato e lasciato da risolvere come esercizio. Questa è la traccia della soluzione: il calore ceduto dai 50 g di acqua inizialmente a 20$\,^o$C serve a: innalzare la temperatura del ghiaccio da $T_g = -10\,^o$C a 0$\,^o$C; far fondere il ghiaccio; innalzare la temperatura del'acqua ottenuta dalla fusione del ghiaccio da 0$\,^o$C a T_e, ovvero:

$$c_A\, M(T_A - T_e) \;=\; c_g\, M_g\,(0 - T_g) + \lambda M_g + c_A\, M_g\,(T_e - 0)\,, \quad (148)$$

con c_A e c_g calori specifici di acqua e ghiaccio. Si ottiene $T_e = 2.5\,^o$C. L'acqua a temperatura ambiente ha perso 875 cal, delle quali: 50 sono servite a scaldare il ghiaccio, 800 a farlo fondere e 25 per portarlo a 2.5$\,^o$C

46. **Venerdi 10/3, 16:00-17:00**

Terminato di svolgere esercizi dell' esonero del 2 marzo 2006:
Svolti esercizi sugli urti, statica fluidi, dinamica fluidi, oscillazioni;

Svolto esercizio assegnato la volta scorsa (acqua + ghiaccio).

Calorimetria e termodinamica

(a) Il comportamento anomalo dell' acqua, fra 0 e 4^{o}C. Perchè gli stagni ghiacciano in superficie e non in profondità ?

(b) Introduzione ai sistemi termodinamici: sistema e ambiente; stato e funzioni di stato (per ora conosciamo solo pressione, volume e temperatura).

(c) Il gas perfetto (o ideale):
Il comportamento di un gas reale tende sempre di più a quello di un gas perfetto quando la sua densità tende a 0, ossia l' energia di interazione fra le molecole è bassa rispetto alla loro energia cinetica media.
Densità che tende a 0 vuol dire (lo vedremo anche matematicamente) pressione che tende a 0.
Molti gas a p=1 atm e T ambiente (300 K) si comportano come gas perfetti.
Le **variabili di stato**, funzioni dello stato del gas e non della sua storia passata, di cui ci occupiamo ora sono pressione,volume e temperatura.
Esse sono legate fra loro da una **equazione di stato**, particolarmente semplice per i gas perfetti.

(d) Dobbiamo prima introdurre il concetto di **mole**, poichè la quantità di gas in un certo volume si esprime di solito in numero di moli n: una mole di una (qualunque) sostanza contiene un numero di Avogadro $N_A = 6.02 \times 10^{23}$ entità elementari. Una mole di gas contiene N_A molecole.
$n = \frac{m}{PM}$, dove m è la massa del gas in grammi e PM il peso molecolare, che in grammi/mol dà la grammomolecola. Esempio: O_2,PM=32, una mole di ossigeno corrisponde ad una massa di 32 g. E se ho una massa m in grammi di ossigeno, il numero di moli sarà $n = \frac{m}{32}$.
La massa di una molecola sarà $m_{molecola} = \frac{PM\ grammi/mol}{N_A\ molecole/mol}$.
La mole è una unità base del SI.
Osservazione sperimentale importante: a p= 1 atm e T=273.15 K $\rightarrow$ una mole di gas occupa sempre un volume V=22.4 l=$22.4 \cdot 10^{-3}$ m^3.
Questi concetti ci serviranno durante la prossima lezione.

47. **Mercoledi 15/3, 13:00-14:00**

(a) Il gas perfetto (o ideale)-bassa energia di interazione fra le molecole:
legge di Boyle; prima e seconda legge di Gay-Lussac
$\rightarrow$ equazione di stato per i gas perfetti $pV = nRT$, dove p=pressione, V=volume, n=numero di moli, R=costante universale dei gas.
Valore di $R = \frac{pV}{nT} = \frac{1.01 \cdot 10^5 \cdot 22.4 \cdot 10^{-3}}{1 \cdot 273.15}$ =8.315 J/(mol K)=0.082 (l atm)/(mol K)=1.987 cal/(mol K).
$pV = nRT = Nk_BT$,
dove N= numero di molecole del gas ($N = n \cdot N_A$), $k_B = R/N_A = 1.38 \cdot 10^{23}$ J/K= costante di Boltzmann.

(b) Notiamo che le dimensioni di pV sono joule, ossia quelle di un lavoro. Notiamo che le dimensioni di R sono quelle di una capacità termica per unità di mole.

(c) Pressione e densità sono proporzionali:
$p = \frac{nRT}{V} = RT\frac{m_{molecola}}{V\ PM} = \rho\frac{RT}{PM}$

Esercitazione:

- Avete idea dell' ordine di grandezza del numero di moli di aria nella nostra aula ? ..pare proprio di no..: svolgete il seguente esercizio.
- calcolare il numero di molecole di aria in una stanza di dimensioni: lung=15 m; h=5 m; largh=15 m. Trovare la densità dell' aria, sapendo che PM=29 g/mol
  Sol: $V = 15 \cdot 15 \cdot 5 = 1125\ \ \text{m}^3$; $T_{amb} \approx 20 + 273 = 293$ K;
  $n = \frac{p\ V}{R\ T} = \frac{1.013 \cdot 10^5 \cdot 1125}{8.31 \cdot 293} = 4.68\ 10^4$ mol
  Numero di molecole $N = n\ N_A = 2.8 \cdot 10^{28}$ molecole. Per la densità: $\rho = m/V = PM\ \frac{n}{V}$, dove $\frac{n}{V} = \frac{p}{RT}$=41.6 mol/m^3. $\rho = 41.6 \cdot 29\ 10^{-3} = 1.2$ kg/m^3.
- Dettato: es. 16.3 pag. 565 Serway e esercizio 16.4 pag. 565 Serway.
- Svolto es. 19 pag. 579 Serway

48. **Giovedi 16/3, 15:00-17:00**

Dobbiamo arrivare a formulare il primo principio della termodinamica, che è il principio di conservazione dell' energia per i sistemi termodinamici e si può enunciare dicendo che la variazione di energia di un sistema durante una trasformazione qualunque è uguale alla quantità di energia che il sistema riceve dai corpi che lo circondano. L' equivalenza fra calore e lavoro meccanico è stata scoperta da Robert Mayer nel 1842 e questo lo ha portato al primo principo della termodinamica (dal libro di Enrico Fermi "Termodinamica"). Prima di fare questo, introduciamo alcuni concetti:

(a) Stato termodinamico e trasformazioni.
Una trasformazione si ha quando il sistema cambia stato, ossia cambiano i valori delle variabili di stato.

(b) Stati di equilibrio: rimangono inalterati se non cambiano le condizioni esterne. In questa situazione p=costante in ogni punto, T=alla temperatura del recipiente, V=costante.

(c) Trasformazioni reversibili e irreversibili.
Per essere reversibile gli stati attraverso i quali il sistema passa durante la trasformazione devono differire pochissimo da stati di equilibrio. In pratica: le condizioni del sistema devono essere alterate in modo così lento che il sistema abbia il tempo di adattarsi alle nuove condizioni. Se, ad es., il gas è in un cilindro con pistone devo muovere il pistone in modo lentissimo..

(d) durante una trasformazione il sistema può compiere un lavoro (meccanico) o del lavoro può essere fatto sul sistema. Convenzione: positivo il lavoro

compiuto dal sistema. Negativo il lavoro compiuto sul sitema. È una convenzione dovuta al fatto che inizialmente ci si occupava di problemi di termodinamica nello studio del funzionamento di macchine termiche (vedi la locomotiva a vapore) e dunque l' attenzione era sul lavoro compiuto dalla macchina.
Dimostrato che $\delta L = p\ \delta V$ e dunque

$$L|_{V_1}^{V_2} \;=\; \int_{V_1}^{V_2} p\,\mathrm{d}V\,. \tag{149}$$

Espansione= lavoro fatto dal sistema, positivo Compressione=lavoro fatto sul sistema, negativo

(e) e se tolgo il pistone in modo velocissimo ? quanto vale il lavoro fatto dal sistema ?
Il lavoro è nullo, il gas si espande liberamente, le molecole non urtano contro il pistone, come nel caso in cui lo muovo piano e mi fermo.. lo rimuovo e mi rifermo..e ho continui urti fra molecole e pistone.
La trasformazione, pistone tolto velocemente, non è reversibile. Posso sempre ricomprimere il gas ma ho il risultato di aumentare la temperatura. dunque non ritorno nello stato iniziale.

(f) Rappresentazione di stato e trasformazioni reversibili nel piano (V,p), piano di Clapeyron. Se posso fare il grafico vuol dire che sto parlando di trasformazioni reversibili, altrimenti lo stato non è definito e non è rappresentabile graficamente.

(g) Il lavoro è l' area sotto la curva nel piano (p,V). Se la trasforamzione èciclica il lavoro è l' area racchiusa dal ciclo. Il lavoro dipende dal percorso, ossia dal tipo di trasformazione.

(h) Grafico di trasformazioni isotermiche: iperboli.

(i) Calcolo del lavoro durante una trasformazione isoterma, in cui il gas passa dal volume V_1 a V_2: $L = nRT\ ln(\frac{V_2}{V_1})$.

Il primo principio della termodinamica.

(a) Richiamo alla conservazione energia in meccanica. Ricordiamo che se si conserva l' energia il lavoro non dipende dal percorso e posso scrivere $-L = \Delta U = U_B - U_A$, se sono passato dallo stato A a B.

(b) Se l' ipotesi che il lavoro totale compiuto dal sistema durante una trasformazione dipenda solo dagli stati iniziale e finale è contraddetta dall' esperienza e se non si vuole rinunciare alla conservazione dell' energia $\rightarrow$ bisogna ammettere l' esistenza di altri modi, oltre al lavoro meccanico, per mezzo dei quali possa avvenire scambio di energia fra il sistema e l' ambiente.

(c) Esempio: posso scaldare acqua portandola da T_1 a T_2 o facendo del lavoro meccanico, agitando delle palette nell' acqua (e così io compio lavoro, ma

anche l' acqua), sto sfruttando l' attrito, oppure mettendo il contenitore con l' acqua su una sorgente di calore. Il lavoro per andare dal primo al secondo stato è diverso nei due casi, in particolare nel secondo caso è nullo. Dobbiamo dunque ammettere che l' energia ceduta all' acqua sotto forma di lavoro meccanico sia equivalente a quella data in forma non meccanica nel secondo caso. Questa energia non meccanica la chiamiamo calore.
E segue che **calore e lavoro meccanico sono equivalenti**, sono entrambi energia.

(d) Posso andare avanti e pensare di mettere un gas in un recipiente a pareti isolanti e farlo espandere con un pistone mobile. Ora lo scambio di energia sistema-ambiente può essere solo di tipo meccanico e dalla conservazione dell' energia avrò: $\Delta U = -L$ ossia $\Delta U + L = 0$.
Se ora uso un repiente non isolato termicamente, avrò che $\Delta U + L$ sarà diverso da zero, perchè ora il sistema può scambiare energia anche sotto forma di calore. Dunque $\rightarrow \Delta U + L = Q$, dove q è l' energia che il sistema ha ricevuto non sotto forma di lavoro meccanico. Posso anche scrivere (primo principio della termodinamica): $\Delta U = -L + Q$, dove il segno meno appare per la convenzione detta prima. Significato: la variazione di **energia interna** è pari all' energia che il sistema ha ricevuto dall' esterno, sotto forma di energia termica e/o di energia meccanica.

(e) L' energia interna è una funzione di stato. In una trasformazione ciclica la sua variazione è dunque nulla. In una trasformazione isoterma dunque non varia.

(f) Per fare una trasformazione isoterma devo mettere una sorgente di calore sotto il recipiente che contiene il gas. Il recipiente non deve essere isolante termicamente sul fondo, ma deve esserlo su tutti gli altri lati.

Esperienza di Joule: equivalente meccanico della caloria.

L' energia interna è funzione solo di T: esperienza di espansione spontanea (irreversibile) di un gas in un recipiente termicamente isolato, da un primo contenitore V_1 a $V_1 + V_2$: lavoro nullo (il gas espande liberamente, non deve spingere nessun pistone), calore scambiato nullo, V cambia, p cambia, T resta costante proprio perchè l' espansione è spontanea, $\Delta(U) = Q - L = 0$, $\rightarrow U$ è funzione solo della temperatura T

49. $\boxed{\textbf{Venerdi 17/3, 16:00-18:00}}$

Ancora sull' energia interna:

(a) Definiamo il calore specifico molare come $\frac{C}{n}$, capacità termica per unità di mole.

(b) Notiamo ancora che le dimensioni della costante dei gas R sono proprio quelle di un calore specifico molare.

(c) Energia interna in una trasformazione a volume costante (isocora), in cui con una sorgente di calore vario la temperatura da T a T+ΔT. Si trova che
$\Delta U = nc_v \Delta T$, dove c_v è il calore specifico molare e $_v$ ricorda che la trasformazione era a volume costante.
Grafichiamo nel piano (V,p) la trasformazione isocora.

(d) Energia interna in una trasformazione a pressione costante (isobara),in cui vario la temperatura esattamente come prima. Grafichiamo nel piano (V,p) la trasformazione isobara. Vediamo dove stiamo rispetto a prima (sulla stessa isoterma, ovviamente..).
Si trova che
$\Delta U = nc_p \Delta T + nR\Delta T$, dove c_p è il calore specifico molare e $_p$ ricorda che la trasformazione era a pressione costante. La differenza è dovuta al fatto che ora è stato compiuto del lavoro meccanico.

(e) Ma l' energia interna non varia su una isoterma e le 2 trasformazioni portano il sistema sulla stessa isoterma. Dunque posso uguagliare le 2 espressioni del ΔU e trovo la relazione fra c_v e c_p: $c_p = c_v + R$.
Importante notare che dunque il calore specifico dipende da come avviene la trasformazione.

(f) È strano che i 2 calori specifici siano diversi ? E che c_p sia maggiore di c_v ? No, se pensiamo a cosa è un calore specifico. Nel caso dell' espansione a presiione costante una parte del calore fornito dalla sorgente va in lavoro meccanico (il pistone ora è libero di spostarsi, e così facendo mantiene costante la pressione). Dunque, per avere la stessa variazione di temperatura, nei due casi devo fornire una diversa quantità di calore, maggiore nel caso in cui parte di essa serve a fare lavoro meccanico.

(g) Valori di c_v e c_p per gas monoatomici,biatomici e poliatomici.

Trasformazioni adiabatiche reversibili. Relazione fra T e V e fra p e V.
Grafico delle adiabatiche sul piano (V,p) con discussione di cosa succede al variare dello stato del sistema (chi aumenta, chi diminuisce, chi resta costante..). Sottolineata l' importanza di *leggere un grafico*. Aiuta moltissimo,spesso molto più della formula matematica.

Il secondo principio della termodinamica (alcune considerazioni dal libro di Fermi):
Il primo principio trasse la sua origine dall' impossibilità di costruire una macchina capace di creare energia. Non pone limitazioni sulla possibilità di trasformare calore in lavoro e viceversa, purchè la quantità totale di calore sia equivalente alla quantità totale di lavoro. Invece la trasformazione completa di lavoro in calore è possibile (vedi l' attrito), mentre il viceversa non è possibile: ci sono limitazioni ben precise alla trasformazione di calore in lavoro. Se non fosse così potrei trasformare in lavoro il calore ottenuto raffreddando i corpi circostanti (possibilità praticamente infinita.. potrei raffreddare il mare,

il sottosuolo.., che corrisponderebbe a realizzare il "moto perpetuo di seconda specie").

(a) Enunciato di Lord Kelvin

(b) Esempio di una trasformazione isoterma in cui il gas si espande. Il calore fornito dalla sorgente viene tutto convertito in lavoro meccanico. Infatti la variazione di energia interna è nulla (siamo su una isoterma) e dunque L=Q. Questo contraddice il secondo principio, come enunciato da Lord Kelvin ?
Prestate attenzione alle parole *il cui unico risultato*. Qui c' è un altro risultato nella trasformazione: il gas si espande ! Dunque il principio non è contraddetto. Nota: sarebbe bastato trovare un solo esempio in cui l' enunciato era falso per cancellarlo. Basta un solo esempio in cui una teoria non sia vero per ucciderla del tutto, mentre per provare che una teoria è vera ci vuole decisamente molto di più che non un esempio in cui funziona...

(c) Enunciato di Clausius

(d) I due enunciati sono equivalenti: ad es. se fosse falso Kelvin potrei effettuare una trasformazione il cui unico risultato sia trasformare in lavoro il calore Q_F preso da una sorgente a T_F. Posso poi, per attrito, ritrasformare in calore il lavoro così ottenuto e usarlo per riscaldare una sorgente che sia a temperatura T_C, maggiore di T_F. Ho dunque violato anche l' enunciato di Clausius, facendo passare calore da un corpo più freddo ad uno più caldo.

50. **Mercoledi 22/3, 14:00-15:00**

Ancora sul secondo principio della termodinamica: visto che non si può ottenere lavoro con una sola sorgente, senza produrre altri cambiamenti sul sistema, allora ne occorrono almeno due, che siano a T diverse.

(a) Il ciclo di Carnot. Rendimento η=(energia utile)/(energia data)

(b) Suo impiego come macchina termica. $L > 0, Q_C > 0, Q_F < 0$.
$L = Q_C - Q_F$. (Q_C, Q_F indicano il calore preso o ceduto alle due sorgenti Calda e Fredda)
Rendimento $\eta = \frac{L}{Q_C}$

(c) Il ciclo di Carnot percorso al rovescio: suo impiego come frigorifero o pompa di calore. $L < 0, Q_C < 0, Q_F > 0$. Il lavoro lo diamo noi alla macchina..attaccando la spina e pagando la bolletta dell' ENEL.
Rendimento nei 2 casi.
Frigorifero: rendimento $COP = \frac{Q_F}{L}$
Pompa di calore: rendimento $COP = \frac{Q_C}{L} = 1/\eta > 1$
La pompa di calore è il condizionatore che usiamo in estate per raffreddare la casa e in inverno per riscaldarla. Rendimento maggiore di 1 vuol implica che sono più efficienti delle normali stufette elettriche. Il lavoro fornito

serve ad un motore che comprime ed espande un liquido all' interno della macchina.

(d) Il rendimento di una macchina reversibile è sempre maggiore di quello di una macchina termica irreversibile che lavori fra le 2 stesse temperature. tutte le macchine termiche reversibili che lavorano fra le stesse T hanno lo stesso rendimento

51. **Giovedi 23/3, 15:00-17:00**

Ancora sul secondo principio della termodinamica

(a) Dimostriamo che il rendimento $\eta = \frac{L}{Q_C} = \frac{Q_C - Q_F}{Q_C} = 1 - \frac{Q_F}{Q_C}$, può essere scritto anche come $1 - \frac{T_F}{T_C}$, ossia abbiamo dimostrato che $\frac{T_F}{T_C} = \frac{Q_F}{Q_C}$.
Si dimostra calcolando i lavori sulle 2 isoterme (se A e B sono i 2 punti sull' isoterma a T_C e C,D sull' isoterma a T_F allora $L_{AB} = Q_2$ e $L_{CD} = Q_1$ e $L_{AB} = nRT_C\ ln(\frac{V_B}{V_A})$ positivo, $L_{CD} = nRT_F\ ln(\frac{V_D}{V_C})$ negativo) e scrivendo le equazioni delle 2 isoterme e delle due adiabatiche.

(b) Ricordare che il rapporto fra i volumi sulle 2 isoterme e adiabatiche costruite come sopra è sempre tale che $\frac{V_A}{V_B} = \frac{V_D}{V_C}$.

Esercitazione

(a) Svolto esercizio pag. 72 dispense di Luci (trasformazione a pressione costante, fra 2 temperature diverse). Il lavoro, se p=costante è dato, in generale, da:

$$L|_{V_1}^{V_2} = \int_{V_1}^{V_2} p\,\mathrm{d}V = p\,(V_2 - V_1) \tag{150}$$

perchè p, se è costante, si può portare fuori dal segno di integrale. E il lavoro, nell' isobara, non è altro che l' area di un rettangolo di altezza p e base ΔV.

(b) Svolto (in parte) esercizio pag. 73 dispense, di esame del 21/02/97. Sottolineata l' importanza di dare un nome e un numero a tutti i dati del problema (es. $p_1 = 1\ atm, V_1 = 1\ l, T_1 = ?, p_2 = ?, V_2 = 2V_1, T_2 = T_1 = ?, p_3 = p_2 ....$) e fare un disegno nel piano (V,p) corretto e molto chiaro. Fatto questo, riconoscere e appuntarsi quale tratto è isotermo, quale isobaro ecc.. e poi procedere con molta calma..le equazioni da usare non sono molte nè complicate e avete anche il formulario che vi aiuta.

52. **Venerdi 24/3, 16:00-18:00**

Entropia. È una funzione di stato. Per *calcolarla* si può -anzi si deve- usare una trasformazione reversibile che connetta gli stati di equilibrio considerati. Vedremo come esempio l' espansione libera di un gas in un recipiente isolato, verso un altro recipiente sempre isolato.

(a) riprendiamo la relazione trovata la volta scorsa fra Q_1, Q_2, T_1, T_2 e notiamo che vale anche per n sorgenti e che possiamo scrivere: $\sum_i \frac{Q_i}{T_i} = 0$ per una trasformazione ciclica reversibile.
Non dimostriamo, ma ci crediamo ..che vale,in generale, $\sum_i \frac{Q_i}{T_i} \leq 0$, con l'uguale se la trasf. è reversibile. Passiamo al continuo, scriviamo l'integrale sul ciclo e ricordiamo che, come già visto in meccanica, se l' integrale sul ciclo è nullo la funzione dipende solo dagli stati iniziali e finali. Ossia l' entropia, definita come $dS = \frac{\delta Q}{T}$ e $\Delta S_{A,B} = \int_{rev\ A}^{B} \frac{\delta Q}{T}$, è una funzione di stato.

(b) Def. 1: energia scambiata sotto forma di calore e temperatura alla quale avviene lo scambio. Def.2: (utile in meccanica statistica),numero di disposizioni microscopiche con le quali si può realizzare uno stesso stato macroscopico. Vedremo la Def.3..

(c) C' è un legame molto stretto fra variazione di energia interna e variazione di entropia in un sistema. Infatti l' entropia è (Def. 3) una misura della quantità di energia di un sistema che non può essere usata per compiere un lavoro.

(d) $\Delta S_{A,B} = \int_A^B \frac{\delta Q}{T}$, attenzione: integrale calcolato sempre su una trasformazione reversibile.

(e) Vale la disuguaglianza di Clausius: $\Delta S_{A,B} = S(B) - S(A) >= \int_A^B \frac{\delta Q}{T}$, l'= vale se l' integrale è calcolato lungo una trasformazione reversibile.

(f) Altro modo di formulare il secondo principio della termodinamica: l' entropia totale di un sistema isolato aumenta con il tempo, fino ad un valore massimo.
Infatti, se il sistema è isolato si ha che δQ=0 e viene, dalla dis. di Clausius, che S(B) ¿ S(A).
Ossia per una qualunque trasformazione che avviene su un sistema isolato, l' entropia dello stato finale non può essere mai inferiore a quella dello stato iniziale. Due conseguenze di questo sono: a) il calore non può fluire spontaneamente da un corpo a temperatura più bassa verso uno a temperatura più alta; b) è impossibile per una macchina ciclica ricevere calore da una sola sorgente e trasformarlo in lavoro, senza che ci siano altre conseguenze nella trasformazione. Ossia seguono i 2 enunciati di Clausius e Kelvin. Infatti:

(g) a) se ho 2 sorgenti A_1 a T_1 e A_2 a T_2, con $T_2 > T_1$ allora il calore Q_2 fluisce da A_2 verso A_1 e la variazione di entropia dell' universo (il sistema costituito da A_1 e A_2) è: $\frac{Q_2}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2}$, dove il primo termine è $\Delta S(A_1)$ e il secondo $\Delta S(A_2)$. Il segno - appare perchè A_2 cede calore. Poichè $T_2 > T_1$ la variazione di entropia è positiva.

(h) b) una parte del calore assorbito dal sistema va in aumento di entropia e dunque non può essere usato per compiere lavoro. Ovviamente quella stessa quantità di calore va a modificare l' energia interna.

(i) Ricordate che l' entropia non è una energia.

(j) La produzione di calore per attrito è un processo irreversibile che porta ad aumento di entropia. Infatti il calore viene dal lavoro e questo aumento di entropia non è compensato da diminuzione di entropia da un' altra parte del sistema.

(k) definita a meno di una costante additiva. Per fissare lo zero può aiutarci il terzo principio della termodinamica (Nerst): l' entropia di un sistema allo zero assoluto può essere sempre posta a zero.

Esercitazione

(a) Esempio dell' espansione libera nel vuoto, di un gas prima in un recipiente e poi lasciato libero di espandere in un secondo recipiente. Il sistema è isolato, ossia $\delta Q = 0$, ma non è vero che la variazione di entropia è nulla ! Bisogna calcolarla lungo una trasf. reversibile che lasci inalterati i 2 stati iniziali e finali e dunque tutte le funzioni di stato (ossia $p_i, V_i, T_i, p_f, V_f, T_f, \delta U$).
Poichè la temperatura non cambia si prende una isoterma e si calcola δQ che avrei avuto sull' isoterma. Si trova facilmente che è $\delta Q = L$, perchè la variazione di energia interna è nulla. Dunque si calcola il lavoro sull' isoterma e lo si divide per T. Questo dà la variazione di entropia che non è nulla ed è, come aspettato, maggiore di zero.

53. **Mercoledi 29/3, 13:00-14:00**

Esercitazione

(a) Svolto esercizio di esonero (recupero) del 5/06/2002: fluidi e termodinamica

(b) Svolti esercizi n. 52 e 53 pag. 659 Serway. Il primo chiede il calcolo di variazione di entropia in una trasformazione isobara (A-B), il secondo chiede il calcolo di variazione di entropia in una trasformazione prima isoterma poi adiabatica (A-B-C). Gli stati iniziali e finali nei due problemi sono gli stessi ($p_A = p_B, V_B = 3V_A$ nel primo e $p_A = p_C, V_C = 3V_A$ nel secondo) e dunque notiamo che il calcolo "semplice" che si fa nel primo problema sulla trasformazione isobara porta allo stesso risultato al quale si arriva invece in modo più complicato nel secondo problema. Infatti la variazione di entropia dipende solo dagli stati iniziali e finali, come già detto. Notiamo anche che lungo una adiabatica reversobile la variazione di entropia è nulla. Invece lungo una adiabatica irreversibile è maggiore di zero (come visto nel problema della volta scorsa).
Primo problema: noti c_p e il rapporto $\frac{V_B}{V_A} = 3$. $\Delta S_{AB} = \int_A^B \frac{\delta Q}{T} = nc_p ln \frac{V_B}{V_A}$, avendo sostituito $\delta Q = nc_p \delta T$ e poi $\frac{T_B}{T_A} = \frac{V_B}{V_A}$. Secondo problema: noti c_p e il rapporto $\frac{V_C}{V_A} = 3$. Ora lo stato finale è lo stato C, dopo l' isoterma e l' adiabatica. Dunque lo stato C di ora è uguale allo stato B di prima.

La trasformazione isoterma è fra A e B. Dello stato B non conosciamo nulla. Procediamo con il calcolare la varizione di entropia lungo l' isoterma, come farebbe chi non si accorge di quanto notato sopra, con lo scopo di "esercitarci" ma anche di mostrare quanto sia più semplice la prima via. $\Delta S_{AB} = \int_A^B \frac{\delta Q}{T} = nRln\frac{V_B}{V_A}$, essendo isoterma. Ora dobbiamo calcolare V_B. Utilizziamo le equazioni dell' isoterma fra A e B e dell' adiabatica fra B e C: $p_B V_B = p_A V_A$ e $p_B V_B^\gamma = p_C V_C^\gamma$. Ma $p_C = p_A$ e $V_C = 3V_A$. Dividendo le 2 equazioni fra loro: $V_B^{\gamma-1} = \frac{V_C^\gamma}{V_A} = 3^\gamma V_A^{\gamma-1}$ e dunque $V_B = 3^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}\ V_A$. Ma $\gamma = c_p/c_v$ e $\frac{\gamma}{\gamma-1} = \frac{c_p}{R}$. Si arriva così a : $\Delta S_{AB} = nRln\frac{V_B}{V_A} = nR\frac{\gamma}{\gamma-1}ln3 = nc_p ln3$, esattamente come nel primo esercizio.

54. **Giovedi 30/3, 15:00-17:00**

Teoria cinetica dei gas: cenni

(a) Modello del gas perfetto.

(b) Calcolo della pressione esercitata dalle molecole del gas sulle pareti del recipiente. Calcolo della velocità quadratica media e sua relazione con T.

(c) calcolo dell' energia cinetica media e dell' energia interna. Ritroviamo che $c_v = \frac{3}{2}R$ in un gas monoatomico.

Trasmissione del calore: cenni

(a) Conduzione, convezione,irraggiamento.

(b) Sulla conduzione, vediamo un esempio: termalizzazione verso una temperatura T_f di un corpo di capacità termica 'infinita' (es. T_f ambiente costante).

Coefficiente di 'dispersione termica': la costante η che compare nella equazione seguente. Esso è dovuto a superficie di contatto A, spessore dello strato isolante Δx e *conducibilità termica* del materiale λ da

$$\eta = \lambda \frac{A}{\Delta x}\,.$$

Le dimensioni di η sono quindi cal/(grado · secondo), ovvero anche Watt/grado. Le dimensioni della conducibilità termica sono invece cal/(grado · metro · secondo). Dato η e lo sbalzo termico $(T_f - T)$ istantaneo fra la temperatura asintotica e quella del corpo che si sta termalizzando, il calore trasferito in dt vale

$$\mathrm{d}Q = \eta\,(T_f - T)\,\mathrm{d}t, \qquad (151)$$

ovvero

$$C\mathrm{d}T = \eta\,(T_f - T)\,\mathrm{d}t, \qquad (152)$$

$$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} = \frac{\eta}{c\,M}\,(T_f - T)\,. \qquad (153)$$

Si riottiene la stessa struttura della equazione trovata per la resistenza di un fluido.

Risolviamola per 'separazione di variabili', indicando con x generico la variabile incognita e con α il coefficente $\frac{\eta}{c\,M}$.
La scriviamo in modo più generale perchè ci sarà poi utile in seguito (es.: carica e scarica di un condensatore in elettrostatica).

$$\frac{\mathrm{d}x}{x - x_f} = -\alpha\,\mathrm{d}t \tag{154}$$

$$\int_{x_0=x(t=0)}^{x(t)} \frac{\mathrm{d}x}{x - x_f} = \int_{t=0}^{t} -\alpha\,\mathrm{d}t' \tag{155}$$

$$\log\frac{x(t) - x_f}{x_0 - x_f} = -\alpha\,t \tag{156}$$

$$x(t) - x_f = (x_0 - x_f)\,e^{-\alpha\,t} \tag{157}$$

$$x(t) = x_f + (x_0 - x_f)\,e^{-\alpha\,t} \tag{158}$$

$$x(t) = x_f + (x_0 - x_f)\,e^{-t/\tau}\,, \tag{159}$$

ove $\tau = 1/\alpha$, delle dimensioni di un tempo, è la *costante di tempo* del fenomeno. Quando $t = \tau$,

$$(x(\tau) - x_f) = \frac{(x_0 - x_f)}{e} \approx 0.37\,(x_0 - x_f). \tag{160}$$

Applicazione all' esempio di un termometro da temperatura iniziale T_0 a temperatura ambiente T_A:

$$T(t) = T_A + (T_0 - T_A)\,e^{-t/\tau}\,. \tag{161}$$

ove $\tau = C/\eta$: maggiore è la capicità termica e minore la dispersione termica e maggiore è τ, ovvero minore è la velocità di raffreddamento/riscaldamento.

Esercitazione

(a) Dettato esercizio pag. 112 dispense Luci (macchina termica irreversibile).

55. $\boxed{\textbf{Venerdi 31/3, 16:00-18:00}}$

Introduzione all' elettrostatica :
esperimenti di Talete con l' ambra e pezzetti di carica. Elettroscopio (con l' osservazione del fenomeno di induzione ellettrostatica.
Quando abbiamo introdotto le forze abbiamo già visto la *Forza elettrostatica* (legge di Coulomb) fra due corpi carichi:

$$F = k_0 \frac{Q_1 Q_2}{d^2} \tag{162}$$

ove Q_1 e Q_2 sono le cariche espresse in Coulomb (C), d come sopra e k_0, altra costante, di valore $k_0 = 9 \times 10^9\,\mathrm{N\,m^2/C^2}$.
$k_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$, con $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$ SI Si noti come questa forza può essere repulsiva o attrattiva a seconda del segno relativo delle cariche. È diretta lungo la congiungente le cariche.
Facciamo ancora un passo indietro e ricordiamo che abbiamo incontrato il concetto di campi conservativi, dove il lavoro non dipende dal percorso: $\rightarrow$ energia potenziale dipende solo dalla posizione e non dal percorso e dalla 'storia' precedente. Esempio: piano inclinato $E_p = mgh$, dove h è l' altezza rispetto al riferimento.

Ancora studio della energia potenziale E_p. Caso unidimensionale (x è la generica variabile e non rappresenta necessariamente la coordinata spaziale 'x'): $F = -\mathrm{d}E_p/\mathrm{d}x$. Grafici per en. potenziale mgz, $1/2\,kx^2$ e $-GMm/r$. Punti di equilibrio (forza si annulla, ovvero $\mathrm{d}E_p/\mathrm{d}x$ si annulla).
In generale $E_p(\vec{r})$. Componenti della forza: $F_x = -\mathrm{d}E_p/\mathrm{d}x$, $F_y = -\mathrm{d}E_p/\mathrm{d}y$, $F_z = -\mathrm{d}E_p/\mathrm{d}z$ e $F_r = -\mathrm{d}E_p/\mathrm{d}r$ (quando la forza ha una simmetria radiale la forza radiale è di maggior interesse delle componenti cartesiane della forza).
Esempio gravitazionale (conti lasciati come esercizio):

$$E_p(\vec{r}) = -\frac{GMm}{r} = -\frac{GMm}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} \tag{163}$$

$$F_r = -\frac{\mathrm{d}E_p}{\mathrm{d}r} = -\frac{GMm}{r^2} \tag{164}$$

$$F_x = -\frac{\mathrm{d}E_p}{\mathrm{d}x} = -\frac{GMm}{(\sqrt{x^2+y^2+z^2})^3}\,x = -\frac{GMm}{r^3}\,x \tag{165}$$

$$F_y = -\frac{\mathrm{d}E_p}{\mathrm{d}y} = -\frac{GMm}{(\sqrt{x^2+y^2+z^2})^3}\,y = -\frac{GMm}{r^3}\,y \tag{166}$$

$$F_z = -\frac{\mathrm{d}E_p}{\mathrm{d}z} = -\frac{GMm}{(\sqrt{x^2+y^2+z^2})^3}\,z = -\frac{GMm}{r^3}\,z \tag{167}$$

Dalle (165)-(167) otteniamo

$$\vec{F} = -\frac{GMm}{r^3}\,\vec{r} \tag{168}$$

$$= -\frac{GMm}{r^2}\frac{\vec{r}}{r} \quad (169)$$
$$= -\frac{GMm}{r^2}\,\hat{r} \quad (170)$$

Ovviamente le (168) e (170) sono assolutamente equivalenti e il cubo al denominatore nella (168) non deve trarre in inganno.

La forza elettrostatica ('di Coulomb') può essere scritta in modo analogo:

$$\vec{F} = \frac{k_0\,Q\,q}{r^3}\,\vec{r} \quad (171)$$
$$= \frac{k_0\,Q\,q}{r^2}\,\hat{r}\,. \quad (172)$$

(Si ricorda che $k_0 = 9 \times 10^9\,\mathrm{N\,m^2/C^2}$.)
Lavoro compiuto dalla forza di Coulomb: analogo di quanto visto a proposito della forza gravitazionale. Energia potenziale (con riferimento rispetto $E_p(\infty) = 0$):

$$E_p = \frac{k_0\,Q\,q}{r} \quad (173)$$

Grafici di E_p nei casi $Q\,q > 0$ (forza repulsiva) e $Q\,q < 0$ (attrattiva) (quest'ultimo ha stessa forma di quello gravitazionale; il primo è invece ribaltato rispetto all'asse r, perchè è positivo).

Campo elettrico 'generato' da una carica puntiforme: forza per unità di carica. analogia con il campo gravitazionale della Terra.

Riepilogo forza gravitazionale e coulombiana (il potenziale vedremo la prossima volta cosa è):

	Gravità	Coulomb
F	$-\frac{G\,M\,m}{r^2}$	$\frac{k_0\,Q\,q}{r^2}$
$\vec{F}$	$-\frac{G\,M\,m\,\vec{r}}{r^3}$	$\frac{k_0\,Q\,q\,\vec{r}}{r^3}$
campo	$\vec{g} = -\frac{G\,M\,\vec{r}}{r^3}$	$\vec{E} = \frac{k_0\,Q\,\vec{r}}{r^3}$
E_p	$-\frac{G\,M\,m}{r}$	$\frac{k_0\,Q\,q}{r}$
potenziale	$-\frac{G\,M}{r}$	$V = \frac{k_0\,Q}{r}$

Esercitazione

(a) Svolto esercizio pag. 112 dispense Luci (macchina termica irreversibile). Ricordiamo che in questo caso $\frac{Q_C}{Q_F}$ è diverso da $\frac{T_C}{T_F}$. Il rendimento reale si calcola usando $1 - \frac{Q_F}{Q_C}$, mentre quello della corrispondente macchina reversibile usando le temperature $1 - \frac{T_F}{T_C}$. Se i conti sono stati fatti bene deve venire che il rendimento rev. è maggiore di quello della macchina irrev. (ossia quello dato nel problema). Essendo una macchina termica irreversibile la variazione di entropia complessiva del sistema è maggiore di zero.

(b) Svolto es. sulle macchine termiche pag. 96 dispense Luci. Da calcolare la potenza, ossia $\frac{L}{s}$

(c) Ricordiamo la definizione di trasformazione irreversibile: quando non si può ritornare allo stato di partenza semplicemente invertendo il verso della trasformazione (dunque percorrendo il ciclo al contrario).

56. $\boxed{\textbf{Mercoledi 5/4, 14:00-15:00}}$

Potenziale elettrostatico: "energia potenziale per unità di carica", ovvero

$$V = \frac{k_0 Q}{r} \tag{174}$$

Comodo in quanto, se si conosce la differenza di potenziale fra due punti, $\Delta V_{AB} = V_B - V_A$, si calcola facilmente variazione di energia potenziale e quindi lavoro compiuto dalla forza elettrostatica quando una carica q è spostata dal punto A al punto B:

$$\Delta E_p|_A^B = q\,\Delta V_{AB} = -\,L|_A^B \tag{175}$$

(Nota: se da A a B il potenziale decresce, ovvero $\Delta V_{AB} < 0$ la forza elettrostatica compie lavoro positivo, ricordare analogia gravitazionale). Unità di misura del potenziale elettrostatico: Volt (V): 1 Joule = 1 Volt × 1 Coulomb

Il potenziale elettrostatico si usa moltissimo, a differenza del potenziale gravitazionale. Il motivo è che le cariche elettriche possono muoversi e vanno da punti di potenziale maggiore verso punti di potenziale minore. Dunque il concetto di differenza di potenziale è molto importante.

Campo elettrico 'generato' da una carica puntiforme: forza per unità di carica. Linee di forza (carica positiva: linee di forza uscenti dalla carica,carica negativa: linee di forza entranti sulla carica.). Non si intersecano mai, se non sulla sorgente del campo. Significato di campo vettoriale. Dove l' intensità del campo è maggiore le linee di forza sono più dense. Il campo è tangente alle linee di forza. Unità di misura del campo elettrico (N/C, o più comunemente V/m).

Si noti che, essendo il campo elettrico pari alla forza elettrica per unità di carica ed essendo il potenziale elettrico pari all'energia potenziale per unià di carica, campo e potenziale elettrici sono legati dalle stesse relazioni che legano forza e potenziale elettrici:

$$\Delta E_p|_A^B = -\int_A^B \vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{s} \iff \Delta V|_A^B = -\int_A^B \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{s}, \tag{176}$$

che diventano, se forza o campo elettrico sono <u>costanti</u>

$$\Delta E_p|_A^B = -F \cdot \Delta s \iff \Delta V|_A^B = -E \cdot \Delta s\,. \tag{177}$$

Analogalmente, il campo elettrico può essere ottenuto come derivata della funzione potenziale

$$F_x = -\frac{\mathrm{d}E_p}{\mathrm{d}x} \iff E_x = -\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}x} \tag{178}$$

$$\text{(etc. per le altre componenti)} \tag{179}$$

che in caso di forza o campo uniforme in Δx diventano

$$F_x = -\frac{\Delta\, E_p}{\Delta\, x} \iff E_x = -\frac{\Delta\, V}{\Delta\, x} \tag{180}$$

Definizione di eV (elettron-volt). Il potenziale elettrico si misura in volt=joule/coulomb. Carica dell' elettrone $= e = -1.6\ 10^{-19}$ C 1 eV= 1 V $\cdot$ 1.6 10^{-19} joule

Calcolato il lavoro svolto dal campo elettrico per portare una carica q da r_1 a r_2. Notare che il lavoro è positivo se $r_2 > r_1$ e negativo nel caso contrario.

Forza elettrostatica e campo elettrostatico dovuto a molte cariche: Vale il principio di sovrapposizione degli effetti. Forza che un certo numero di cariche q_i esercitano su una carica q

$$\vec{F}_q(r) = \sum_i F_q^{Q_i}(r) = \frac{k_0\, Q_i\, q}{|\vec{r} - \vec{r}_i|^3}\, (\vec{r} - \vec{r}_i) \tag{181}$$

$$\vec{E}(r) = \sum_i E_i(r) = \frac{k_0\, Q_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|^3}\, (\vec{r} - \vec{r}_i)\,, \tag{182}$$

ove $\vec{r}_i$ è la posizione nello spazio della carica i-ma e $\vec{r}$ è la posizione nello spazio della carica q (rispetto al sistema di riferimento scelto)
Esempio: cariche tutte positive ai vertici di un triangolo equilatero di lato l $\rightarrow$ calcoliamo e disegniamo la forza su ciascuna carica dovuta alle altre due. Notiamo che la situazione è "esplosiva", nel senso che le cariche non sono in equilibrio, su ciascuna di esse è applicata una forza repulsiva. Nel centro del triangolo equilatero la forza e quindi il campo è nulla.

57. **Mercoledi 5/4 Prima proposta di esercizi per chi deve recuperare**

...o per chi vuole esercitarsi e, se vuole, portarmi il compito per la correzione, così da avere un ' idea di "quanto avrebbe preso". Visto che non cè nessuna "penalizzazione" se si sbagliano gli esercizi, vi suggerisco di farli immaginando di "essere all' esame", con solo il vostro formulario, carta e penna..

Non svolgeremo questi esercizi a lezione.

Urti: Lasciamo rotolare una palla su un terreno (coeff. di attrito dinamico =0.8). Calcolare la velocità con cui ne urta un' altra di stessa massa e inizialmente ferma, tale che la seconda si fermi dopo 2 m dall' urto (supposto elastico).

Fluidi: Una fontana manda il getto di acqua verso l' alto. L' acqua esce dal tubo, di diametro 2 cm, alla velocità di 8 m/s. Calcolare il diametro del getto all' altezza di 2 m e la massima quota alla quale l' acqua arriva.

Moto circolare: Un ciclista percorre una pista circolare di raggio 100 m. La pista è inclinata verso l' interno e forma un angolo di 30^o con l' orizzontale. Non cè attrito. Quale è la velocità con la quale il ciclista può percorrere la pista senza sbandare ? Il valore trovato rappresenta un valore massimo di velocità, un valore minimo oppure un valore ben preciso, al variare del quale il ciclista scivolerebbe ?

forze Due blocchi collegati da una fune di massa trascurabile sono trascinati da una forza $\vec{F}$= 68 N. Le due masse sono: $m_1 = 12$ kg e $m_2 = 18$ kg. Il coefficente di attrito dinamico vale $\mu_D = 0.1$. Determinare la tensione $\vec{T}$ e l' accelerazione del sistema.

58. **Giovedi 6/4, 15:00-17:00**

Atomo di idrogeno. Confronto fra forza di Coulomb e forza gravitazionale fra un elettrone e un protone. Numeri importanti: $e_{e,p} = \pm 1.6 \cdot 10^{-19}$ C, $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31}$ kg, $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27}$ kg, $r = 5.3 \cdot 10^{-11}$ m

Linee di forza del campo elettrico generate da 2 cariche uguali e opposte in carica, che formano un dipolo elettrico (di cui domani calcoleremo il campo generato). Linee di forza del campo elettrico generate da 2 cariche uguali anche nel segno (entrambe positive ad es.). **Esercitazione**:

(a) esercizi di termodinamica e calorimetria:
svolto es. di esonero CTF, 5/06/2002 (macchine termiche)
dettato es. di esonero CTF, 10/06/2003 (termodinamica): 0.2 moli di gas perfetto monoatomico seguono un ciclo che nel testo è disegnato. A parole è così: il ciclo disegna un triangolo rettangolo di cui 2 lati sono una isobara AB e una isocora BC e il terzo è una retta che da C ritorna in A. I valori noti sono: $p_A = p_B = 4$ atm, $V_B = V_C = 3\,\mathrm{l}\; p_C = 2$ atm $V_A = 1\,\mathrm{l}$

(b) esercizi di elettrostatica:
Svolto esercizio pag. 675 Serway: 3 cariche sull' asse x, le 2 agli estremi positive $q_2 = 6\ \mu C, x = 0m$, $q_1 = 12\ \mu C, x = 2m$ e quella in centro q_3 negativa. Trovare la posizione della carica negativa tale che la forza risultante su essa sia nulla. Immaginiamo che q_3 si trovi ad una generica distanza d dall' origine delle coordinate e dobbiamo trovare d. Viene una equazione di secondo grado. Pensate al significato della radice negativa. Lo discuteremo domani.
Es. esonero CTF del 10/06/2003 (moto di un elettrone in un campo elettrico uniforme e parallelo alla velocità dell' elettrone). Fatto sia con la cinematica che con lavoro ed energia cinetica. Ricordiamo che si trova, da $F = ma$, che $a = \frac{Ee}{m}$. Calcolare lo spazio percorso e la d.d.p. Manca la risposta alla seconda domanda, che faremo domani.

59. **Venerdi 7/4, 16:00-18:00**

Il dipolo elettrico e il momento di dipolo.
Calcolo del campo in un punto sull' asse del dipolo a distanza $z_0 \gg \delta$ (δ è la distanza fra le 2 cariche).
Per fare questo: richiamo allo sviluppo in serie di Taylor e calcolo dello sviluppo in serie, fermandosi al primo ordine, di $\frac{1}{(1\pm x)^2}$, con $x << 1$. Notiamo che il campo va come $1/z_0^3$, ossia decresce più rapidamente del campo generato da una singola carica, che decresce come $1/z_0^2$.
Prendiamo z_0 sull' asse del dipolo, a distanza $z_0 - \delta/2$ dalla carica + e $z_0 + \delta/2$ dalla carica -. Si applica poi il principio di sovrapposizione degli effetti. Fin qui il conto è esatto, senza approssimazioni. Per fare invece il conto del campo

a distanza $z_0 \gg \delta$ si può "sviluppare in serie" la differenza delle funzioni $y = \frac{1}{(1-x)^2}$ (termine della carica +) e $y = \frac{1}{(1+x)^2}$ (termine della carica -), dove $x = \delta/(2z_0) << 1$, attorno a x=0. Lo sviluppo corrisponde a "linearizzare" la funzione attorno a x=0, ossia trovarne la sua approssimazione lineare. Regola per farlo: $y \simeq y(x=0) + \frac{dy}{dx}|_{x=0} \cdot x + \ldots$, dove $\ldots$ significa che si potrebbe andare avanti con "ordini superiori", ossia derivata seconda, terza ecc. Nel nostro caso basta fermarsi al primo ordine. Per fare questo conto occorre sapere fare la derivata di y rispetto ad x: $\frac{dy}{dx} = \frac{d(1/(1-x)^2)}{dx}$ e la derivata $\frac{dy}{dx} = \frac{d(1/(1+x)^2)}{dx}$. Ricordiamo che la derivata di x elevato ad una potenza n qualunque (positivo o negativo) è $n \cdot x^{n-1}$, ad es la derivata di $1/x^2$ è $-2 \cdot 1/x^{-3}$ (perchè qui n=-2 e -2-1=-3). Dunque nel nostro caso abbiamo: $\frac{dy}{dx} = \frac{d(1/(1-x)^2)}{dx} = -2 \cdot \frac{-1}{(1-x)^3}$ e $\frac{dy}{dx} = \frac{d(1/(1+x)^2)}{dx} = -2 \cdot \frac{1}{(1+x)^3}$ (ricordo che dobbiamo anche fare la derivata rispetto ad x del termine +x e -x che appare dentro la parentesi, e questo nel caso del +x dà semplicemente un 1 a numeratore, nel caso del -x dà un -1 a numeratore. Nello sviluppo va poi messo il valore della derivata in x=0 (indicato sopra con il simbolo $\frac{dy}{dx}|_{x=0}$). Risultato dello sviluppo è: $(1+2x) - (1-2x) = 4x$

Esercitazione:

(a) Svolto esercizio dettato ieri di termodinamica. Notiamo che: per calcolare il lavoro dobbiamo calcolare l' area del triangolo di base e altezza $\Delta p, \Delta V$. Il calore assorbito lungo la trasformazione isobara è $Q = nc_p\Delta T$, dove $c_p = 5/2\ R$, R va espresso il calorie/(mol K), se Q vogliamo darlo in calorie. Riprenderemo questo esercizio l' 11 aprile, per farci altri conti.

(b) svolto es. di esonero CTF, 5/06/2002 (calorimetria)

(c) Discusso il significato delle due radici del problema di elettrostatica di ieri: la soluzione positiva, ossia q_3 in mezzo alle 2 cariche corrisponde effettivamente a risultante $\vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} = 0$. Numericamente viene d=0.77 m, ossia q_3 più vicina alla carica più piccola, cosa ovvia perchè q_2 genera un campo e dunque una forza più piccolo di quello generato da $q_1 > q_2$. Se fossero state uguali q_3 sarebbe stata in equilibrio esattamente in mezzo alle 2. Notiamo anche che se fossero state uguali avremmo avuto solo una soluzione, il termine in d^2 sarebbe stato nullo. L' altra radice $d = -3.44$ m rappresenta ovviamente non una posizione di equilibrio, infatti q_3 - che viene a sinistra della carica q_2- viene attirata sia da q_2 che da q_1. Rappresenta comunque la situazione in cui il modulo delle 2 forze è uguale $F_{23} = F_{13}$. Anche qui vale il discorso di sopra: q_3 deve stare più vicino alla carica più piccola.

(d) Terminato esercizio dell' elettrone in campo elettrico uniforme. Trovato lo spazio percorso Δx, per calcolare la d.d.p. basta ricordare che $E = -\frac{dV}{dx}$, e poichè il campo è uniforme, $\Delta V = -E\ \Delta x = -2.85$ V. Se vogliamo anche calcolare l' energia potenziale acquistata dall' elettrone (che dopo Δx non ha più energia cinetica), basta ricordare che $E_p = e\,\Delta V = 1.6\ 10^{-19} \cdot 2.85$ J=2.85 eV (notate: 2.85 eV, ossia numericamente è il valore della d.d.p. ma è una energia. Rivedete la definizione di eV, se non è chiaro !

60. **Mercoledi 12/4, 13:00-14:00**

Scrivo tutto in dettaglio perchè molti studenti assenti per elezioni prima e Pasqua imminente subito dopo...contattatemi se non è chiaro qualcosa !
Esercitazione:

(a) **Es. di termodinamica**: riprendiamo l' esercizio dettato il 6 aprile e svolto il 7 aprile. Possiamo calcolare: 1) la variazione di entropia fra C ed A; 2) la variazione di en. interna fra C ed A; 3) il lavoro svolto fra C ed A.
1) ΔS_{CA} la possiamo calcolare come somma di $\Delta S_{CB}\,\Delta S_{BA}$. Ci si arriva con 2 ragionamenti equivalenti: a)la var. di entropia sul ciclo è nulla e dunque ΔS_{CA}=- $\Delta S_{AB} \Delta S_{BC}$; b)l' entropia è una variabile di stato, posso calcolarne la var. su una qualunque trasf. reversibile che connetta gli stati C ed A. Dunque: ΔS_{CA}=ΔS isocora$_{CB}$+ isobara$_{BA}$=$n\,c_v\,ln\frac{T_B}{T_C}+ n\,c_p\,ln\frac{T_A}{T_B}$. Notate i segni, che dipendono dal verso con cui sto percorrendo le trasformazioni. Le temperature si calcolano tutte utilizzando l' eq. dei gas perfetti. c_p e c_v sono noti perchè sappiamo che si tratta di un gas monoatomico. 2) Analogo discorso vale per la var. di energia interna. Fate voi i calcoli. 3) Per il lavoro: abbiamo notato che il modo semplice di calcolare il lavoro totale è fare l' area del ciclo $L = 1/2\ \Delta p\ \Delta V$= 2 l atm. Per calcolare il lavoro fra C ed A possiamo ancora seguire 2 vie:
a) L_{ABC} = area triangolo= 2 l atm=$L_{AB} + L_{BC} + L_{CA}$, dunque $L_{CA} = L_{ABC} - L_{AB} - L_{BC}$=$2 - p_A(V_B - V_A) - 0$=$2 - 4 \cdot 2$ = -6 l atm.
b) Scrivere l' equazione della retta CA e calcolare il lavoro direttamente sulla trasformazione CA (il lavoro non è una variabile di stato ! Dipende dal percorso, che fra C ed A è una retta). L' eq. di una retta, passante per 2 punti noti, non è difficile da trovare ...: scriviamo ad es.: $p - p_C = m(V - V_C)$, dove m=$\frac{p_C - p_A}{V_C - V_A} = -1$ atm/l e, sostituendo $p_C = 2$ atm e $V_C = 3$ l, si ha $p = 5 - V$.

$$L\,|_{V_C}^{V_A} = \int_{V_C}^{V_A} p\,\mathrm{d}V\ = \int_{V_C}^{V_A} (5 - V)\,\mathrm{d}V\ = \tag{183}$$

$= 5\,(V_A - V_C) - 1/2\,(V_A^2 - V_C^2) = 5\,(1-3) - 1/2\,(1-9) = -6$ l atm
esattamente come sopra. Nota: è chiaro che va sempre seguita la via più semplice, dunque non complicatevi la vita inutilmente, ma è bene avere chiaro che spesso ci sono più vie che si possono seguire e, laddove possibile, verificare un risultato con più metodi può essere di grande aiuto.

(b) **Es. di calorimetria**: Pentola di rame di massa m = 500 g, a T_{cu}=20^{o}C. Un litro di piombo fuso alla temp. di fusione T^{pb}_{fus}=327.3^{o}C, viene versato

nella pentola. il sistema (isolato) piombo-rame raggiunge l' equilibrio termodinamico a T_{fin}=327.3^{o}C. Calcolare: 1) la quantità di calore scambiata dalla pentola di rame e dire se è calore assorbito o ceduto dal rame. 2) la massa di piombo solido e liquido nello stato finale. Dati: $\rho_{pb} = 11.3\ 10^3$ kg/m^3, $c_{pb} = 128$ J/(kg K), $c_{cu} = 387$ J/(kg K), $\lambda_{pb}^{fus} = 2.45\ 10^4$ J/(kg), T_{fus}^{cu}=1083^{o}C
Soluzione:
1) $Q_{cu} = m_r\, c_{cu}(T_{fin} - T_{cu})$=$0.5 \cdot 387 \cdot 307.3 = 59.4$ kJ. Positivo=calore assorbito dal rame, che infatti si riscalda (è molto lontano dalla sua temperatura di fusione, dunque tutto il calore assorbito lo riscalda.)
2)$Q_{cu} = m_{pb}^{sol}\ \lambda_{pb}^{fus} + m_{pb}\, c_{pb}(T_{fin} - T_{fus}^{pb})$. Dove: Q_{cu} il calore assorbito dal rame viene preso dal piombo che, cedendo calore, fa, in parte, la transizione di stato da liquido a solido. La sua temperatura non cambia, dunque il secondo termine nella somma a destra è nullo. Attenzione: se non fosse stato nullo, ossia se la temperatura del piombo fosse diminuita avremmo avuto che tutto il piombo era diventato solido, non solo una sua frazione. Infatti il calore (in questo caso ceduto dal piombo) viene prima utilizzato per far fare il passaggio di stato a tutta la massa a disposizione e solo dopo che tutta la massa ha cambiato stato viene utilizzato per variarne il valore di temperatura. Ma qui la temperatura del piombo resta costante e dunque è possibile che solo una parte del piombo abbia fatto il cambiamento di stato. m_{pb}^{sol} è la parte di massa del piombo che diventa solida, $m_{pb} = \rho_{pb}\, V$=11.3 kg è la massa totale del piombo. Dunque: $m_{pb}^{sol} = Q_{cu}/\lambda_{pb}^{fus}$=2.42 kg, solida e la parte che resta liquida è 11.3 - 2.42=8.88 kg.

(c) Es. di esonero del 18/05/2001. Un blocchetto di ghiaccio di massa m_G =100 g a 0^{o}C è mescolato a m_V =20 g di vapore a 100^{o}C. Trovare T_{equil} e dire se è acqua, ghiaccio o vapore. Dati: λ_{ev} = 539 cal/g= 22.6 10^5 J/kg; λ_{fus} = 80 cal/g= 3.33 10^5 J/kg. Sol:
$Q_{tot} = 0$, sistema isolato. Allora scriviamo l' equazione corrispondente:
$m_G\, \lambda_{fus} + c_a\, m_G\, (T_{equil} - 0) - m_V\, \lambda_{ev} + c_a\, m_V\, (T_{equil} - 100) = 0$ dove il segno meno davanti al termine $m_V\, \lambda_{ev}$ indica che il vapore cede calore. Infatti il vapore cede calore, mentre il ghiaccio acquista calore prima per il cambiamento di fase e poi per riscaldarsi. Il vapore cedendo calore cambia stato e poi si raffredda. Dunque alla fine avremo acqua. Risolvendo l' equazione abbiamo:
$T_{equil} = \frac{m_V\, (\lambda_{ev} + c_a\, 100) - \lambda_{fus} m_G}{c_a\, (m_G + m_V)}$= (20 (539+100·1)−(80·100))/(120·1)=39.8^{o}C.
Notiamo come qui usare i valori i calorie e grammi semplifica di molto il conto numerico.

(d) **Es. di elettrostatica**: es. di recupero esonero CTF 2001-2002:
Elettrone, posto molto lontano da un protone. 1) Trovare la sua velocità v_d quando si trova a $d = 2$ nm dal protone, dopo essere stato lasciato libero di muoversi con velocità iniziale nulla. 2) Il protone viene allontanato e

l' elettrone, che si muove con v_d entra in una regione dove c'è un campo elettrico uniforme e parallelo alla velocità v_d. Trovare il valore del campo tale che l' elettrone si fermi dopo $d_1 = 1.44$ mm. 3) Trovare la d.d.p. (differenza di potenziale) fra x=0 e x=d_1. Dato il valore di e=-1.6 10^{-19} C , $e_p = -e$ positiva e $m_e = 9.1\ 10^{-31}$ kg. Sol:
1) il modo più semplice è utilizzare $L = \Delta E_c = -\Delta E_p$. ΔE_c=finale - iniziale=1/2 $m_e v_d^2 - 0$=$-\Delta E_p$=iniziale - finale=$0 - e\, k_0\, e_p/d \quad \rightarrow \quad v_d = |e|\ \sqrt{2k_0/(d\, m_e)} = 5.032\ 19^5$ m/s
2) come sopra, con variazione di en. cinetica e potenziale.
ΔE_c=finale-iniziale=$0 - 1/2\ m_e v_d^2$=$-\Delta E_p$=iniziale-finale=$0 - e\ (-E\ d_1)$, (il secondo segno - viene perchè eE=-dE_p/dx, inoltre ricordiamo che e è negativo.) $\quad \rightarrow \quad E = 500$ V/m. diretto nello stesso verso della velocità dell' elettrone
Entrambe si possono risolvere anche con la cinematica, nel caso 1) però attenzione al fatto che d è la distanza dal protone. 3) $V = -E\ d_1$=-0.7 V. En. potenziale acquistata dall' elettrone in eV è 0.7 eV.

(e) Sbarra sottile di lunghezza a, possiede una carica totale positiva Q distribuita uniformemente. 1) Calcolare il valore del campo ad una distanza x^* da una estremità della barra, lungo la direzione della barra stessa. 2) Calcolare il valore per $x^* >> a$ e commentarlo.
Nota: si applica il principio di sovrapposizione degli effetti anche ad una distribuzione continua di carica come questa. Bisogna "affettare" la barretta in elementini di larghezza dx, ciascuno con carica $(Q/a)dx$.

61. **Mercoledi 19/4, 13:00-14:00**

Flusso del campo.
Il teorema di Gauss.
(ricordiamo che l' abbiamo già visto e applicato per una distribuzione sferica di masse nel caso gravitazionale. Andate a rivedere quello che abbiamo fatto, esercizi compresi ! Lezioni dell' 11 gennaio e es. del 16 gennaio.)
Il punto importante da avere chiaro è che il teorema di Gauss viene fuori perchè il campo varia con legge $1/r^2$ (campo gravitazionale e campo elettrico sono gli esempi che abbiamo visto). Importante: il teorema di Gauss vale sempre ! In pratica, se vogliamo usarlo per calcolare il valore del campo bisogna avere problemi con opportune simmetrie, tali che il campo sia costante, in modulo, direzione e verso, sulla superficie gaussiana scelta, per poterlo portare fuori dall' integrale di superficie di $\vec{E} \cdot dS$ e avere così separati i due contributi del campo e della superficie. Le simmetrie tipiche sulle quali è utile applicare Gauss per calcolare il campo sono: sferica, cilindrica e piana.

62. **Giovedi 20/4, 15:00-17:00**

Applicazioni del teorema di Gauss:
Campo elettrico generato da una distribuzione sferica di carica, di raggio R, con densità di carica $\rho = Q/V$ (V=volume della sfera). Lo facciamo e ricordiamo che lo stesso es. lo abbiamo già fatto per una distribuzione sferica di massa. Anche nel caso di una corona sferica. (Ri-)notiamo che il campo aumenta con r, finchè $r < R$: infatti in questa situazione aumentare r significa "abbracciare più carica", carica che aumenta con il cubo del raggio, il campo, se la carica fosse costante, diminuirebbe con $1/r^2$, e il risultato è un campo che aumenta con r. Quando $r > R$ la carica ormai l' ho presa tutta, non aumenta più e resta solo la diminuizione del campo con $1/r^2$.
Impostato il conto del calcolo del campo generato da un filo di lunghezza finita L e carico con densità lineare di carica $\lambda = Q/l$ (l=lunghezza del filo): allo scopo di capire come si procede nel caso in cui non ci siano particolari simmetrie che ci aiutano.
Considerazioni su modulo, direzione e verso del campo elettrico nel punto di mezzo del filo (a distanza r dall' asse del filo) e ragionamento su cosa avviene quando il filo è "infinitamente lungo", ossia $L >> r$.
Campo elettrico generato da un filo di lunghezza "infinita", carico con densità lineare di carica λ.
Campo elettrico generato da un piano di dimensioni "infinite", carico con densità superficiale di carica $\sigma = Q/A$, (A= area della superficie piana).
Campo elettrico di un doppio strato (2 superfici piane, separate da distanza d, cariche una positiva e una negativa con stessa densità di carica in modulo.
Notiamo che, nel caso della sfera, il campo all' esterno va come $1/r^2$, nel caso del filo come $1/r$, nel caso del piano non dipende da r. **Esercitazione**:

(a) Dettato esercizio: sfera di raggio R_1 con densità di carica uniforme ρ nota. Posta all' interno di una corona sferica di raggi R_2, R_3. La corona sferica è anch' essa carica con densità uniforme ρ. Disegnare e calcolare il campo elettrico per r variabile da 0 a $r > R_3$.

63. **Venerdi 21/4, 15:00-17:00**

Esercitazione, sul teorema di Gauss e elettrostatica:

(a) Svolto es. pag. 157 dispense Luci: cavo sottile rettilineo molto lungo, carico con densità lineare λ nota e negativa, circondato da un cilindro di raggio d noto, carico con σ. Trovare σ tale che il campo all' esterno del cilindro sia nullo. Si applica il principio di sovrapposizione degli effetti e il teorema di Gauss.

(b) Es. n. 37 pag. 706 Serway: cilindro molto lungo, raggio R noto ($L >> R$), carico con densità di volume ρ nota. Calcolare il campo per r (distanza dall' asse) fra 0 e infinito. Anche qui per motivi di simmetria il campo è ortogonale all' asse del cilindro e ha lo stesso valore in tutti i punti a distanza r dall' asse. Dunque si applica Gauss per calcolare il campo, visto che lo si può portare fuori dall' integrale che dà il flusso. Viene un campo che aumenta con r, finchè $r < R$ e diminuisce come $1/r$, per $r > R$, ossia all' esterno è esattamente come il campo di un filo rettilineo indefinito.

(c) Svolto es. pag. 167 dispense Luci (esonero): campo elettrico uniforme noto, diretto come x e una carica q al suo interno, con $v_i = 0$. Percorre x=4 m. Calcolo di variazione di en. cinetica, en. potenziale e del potenziale in $x = 4$ m.

(d) Es. pag. 172 dispense di Luci: 2 cariche positive uguali q,poste in $x = a$ e in $x = -a$. Disegnare il potenziale del sistema complessivo, trovarne il minimo e spiegare a che situazione corrisponde. Il potenziale è dato da iperboli equilatere con assi uno in $x = a$ e l' altro in $x = -a$. Il minimo è in x=0 (e viene proprio V=0, ma questo non è importante) e corrisponde alla situazione di equilibrio, ossia una carica qualunque posta nel minimo del potenziale ci resta, poichè la forza agente su di ess è nulla. Abbiamo anche disegnato la forza agente su q_1 posta in x=0. Matematicamente: la derivata prima del potenziale, cambiata di segno, dà il campo e dunque la forza agente su una carica. Se ho un minimo la derivata prima deve essere nulla, ossia il campo deve essere nullo.

(e) Dettato esercizio: sbarra sottile di lunghezza a, possiede carica Q positiva, distribuita uniformemente. Calcolare $\vec{E}$ ad una distanza x^* da una estremità della sbarra, lungo la direzione della sbarra stessa. Trovare poi il risultato per $x^* >> a$ e discuterlo.

I conduttori: le cariche elettriche possono muoversi all' interno dei conduttori. Negli isolanti le cariche elettriche non possono muoversi. Riassumiamo qui i punti importanti:

(a) L' equilibrio elettrostatico (cariche tutte ferme) è la situazione che spontaneamente si raggiunge.

(b) il campo elettrico è sempre nullo all' interno di un conduttore (se non fosse nullo le cariche si muoverebbero).

(c) le cariche elettriche -meglio:l' eccesso di cariche elettriche- si distribuiscono solo sulla superficie di un conduttore. Se non fosse così, applicando Gauss ad una qualunque superficie interna al conduttore, troverei un campo non nullo, in contraddizione con il punto precedente. Attenzione: le cariche non si distribuiscono in modo necessariamente uniforme ! Come si distribuiscono dipende dalla geometria del conduttore. Infatti si devono distribuire in modo tale che il potenziale sulla superficie del conduttore sia sempre lo stesso. Il potenziale deve essere lo stesso per il punto seguente.

(d) Il campo elettrico deve essere normale (ed esterno) ad ogni punto della superficie. Se non lo fosse ci sarebbe una componente tangenziale alla superficie che metterebbe in moto le cariche. Come conseguenza il valore del potenziale V sulla superficie, poichè le sue variazioni danno il campo elettrico tangenziale, deve essere costante su tutti i punti della superficie del conduttore. Ma non basta ...

(e) Poichè il campo elettrico è nullo all' interno del conduttore, la variazione di potenziale fra due punti qualunque del conduttore è sempre nulla. Ossia: il potenziale è lo stesso dappertutto in un conduttore. Il campo elettrico no, è nullo all' interno e sulla superficie può variare e il suo valore dipende dalla densità di carica locale che in generale, come già detto, non è uniforme. Anzi, precisiamo ...

(f) Le cariche si accumulano dove il raggio di curvatura è più piccolo, ossia sulle "punte". Come conseguenza, laddove c ' è maggiore densità di carica il campo elettrico è maggiore. Dimostreremo entrambe le cose la prossima volta.

64. **Mercoledi 26/4, 14:00-15:00**

Ancora sui conduttori: potenziale, campo, induzione

(a) Notiamo che il concetto di potenziale nel caso del cariche elettriche è molto importante, ed è questa l' unica differenza nella analogia con il campo gravitazionale. Il potenziale gravitazionale (gh, nel caso di un corpo a quota h sulla superficie della Terra) non è così usato perchè viene a mancare il concetto di "conduttore". Nel caso del campo elettrico, nei conduttori le cariche possono essere in moto e perchè non lo siano dobbiamo avere a che fare con "superfici equipotenziali". Il potenziale inoltre si può "trasportare": se attacco due fili fra 2 morsetti di una batteria che sono ad una certa d.d.p. (differenza di potenziale), posso trasportare questa stessa d.d.p. dove voglio .... Vedremo fra poche lezioni il concetto di corrente elettrica (variazione di carica nel tempo, ossia movimento di cariche elettriche).

(b) Il teorema di Coulomb: il campo vicino alla superficie di un conduttore (ortogonale e esterno) è in modulo pari a σ/ϵ_0. Si dimostra con Gauss, ricordando che le cariche sono solo sulla superficie esterna del conduttore e che il campo è ortogonale alla superficie del conduttore. Es. su una sfera conduttrice, carica con carica totale Q: $E(a) = \sigma/\epsilon_0 = \frac{Q}{4\pi a^2 \epsilon_0}$.

(c) Calcolo del potenziale su una sfera conduttrice di raggio a. Si trova: $V(a) = \frac{Q}{(4\pi\,\epsilon_0\, a)}$, con $V(\infty) = 0$. Disegniamo il campo e il potenziale. Il potenziale è costante dappertutto sul conduttore e decresce come $1/r$ all' esterno. Il campo è nullo all' interno, costante sulla superficie (vedi il valore scritto sopra) e decresce come $1/r^2$ all' esterno.

(d) Calcoliamo il lavoro fatto dal campo $\vec{E}$ per portare una carica positiva q_2 dall' infinito ad una distanza a da una carica puntiforme q_1, oppure sulla superficie di una sfera conduttrice di raggio a carica con q_1. Si trova che il lavoro fatto dal campo , che è -ricordiamo- $L = -\Delta E_p = \int_\infty^a q_2\, E\, \mathrm{d}r$, è negativo e $E_p(a) = \frac{q_1\, q_2}{4\pi\epsilon_0 a}$ positiva, avendo posto $E_p(\infty) = 0$. Ossia: il lavoro fatto “da noi” per portare q_2 dall’ infinito ad a è positivo, il sistema acquista energia potenziale che chiamiamo “energia elettrostatica”. Rappresenta il lavoro che abbiamo dovuto fare per creare quella configurazione elettrostatica. È una energia che ad es. viene restituita quando q_2 torna all’ infinito, cosa che tende a fare spontaneamente. Il lavoro fatto dal campo è negativo, perchè il campo si oppone all’ avvicinamento delle 2 cariche di stesso segno. Si comporta come la forza di attrito, che fa sempre un lavoro resistente.

(e) Riprendiamo il punto “come si distribuiscono le cariche sulla superficie del conduttore” ? La loro distribuzione deve essere tale che la superficie sia “equipotenziale” (ossia non ci siano variazioni di potenziale da un punto all’ altro, già detto). Come conseguenza si ha che si avrà una σ maggiore laddove il raggio di curvatura è più piccolo. Ora lo dimostriamo, ma prima notiamo che, da questo e dal teorema di Coulomb, segue che il campo elettrico è maggiore sulle punte.
Prendiamo 2 sfere conduttrici cariche, con raggi $r_1 > r_2$ (distanti in modo che il campo di una non influenzi quello dell’ altra). Importante: in un conduttore sferico la carica si distribuisce in modo uniforme. I potenziali sulle 2 sfere saranno: $V_1 = \frac{Q_a}{(4\pi\,\epsilon_0\, r_1)}$ e $V_2 = \frac{Q_b}{(4\pi\,\epsilon_0\, r_2)}$. Se ora le collego con un cavo (lungo, per il motivo detto sopra), formeranno un unico conduttore e dunque si portano allo stesso potenziale. Le cariche elettriche si devono ridistribuire sulla superficie del nuovo conduttore (trascuriamo il cavo). Avremo: $\frac{Q_1}{(4\pi\,\epsilon_0\, r_1)} = \frac{Q_2}{(4\pi\,\epsilon_0\, r_2)}$, ossia $\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{r_1}{r_2}$, ossia la carica totale sulla sfera più grande è maggiore. Ma la densità di carica ? Dobbiamo calcolare $\frac{\sigma_1}{\sigma_2}$, dove $\sigma_{1,2} = \frac{Q_{1,2}}{4\pi r_{1,2}^2}$. Combinando le equazioni scritte si ha che: $\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{Q_1\, r_2^2}{Q_2\, r_1^2}$ ossia $\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{r_2}{r_1}$, che è quello che volevamo dimostrare: la densità di carica, e di conseguenza il campo, è maggiore dove il raggio (di curvatura, in generle) è minore.

(f) Se due conduttori vengono portati a contatto la carica si ridistribuisce in modo che i due si portino allo stesso potenziale. Notiamo che **la carica è una grandezza che si conserva**. Dunque se i 2 conduttori hanno la stessa geometria e dimensione (es. 2 sfere uguali o 2 cariche puntiformi) la carica complessiva, somma delle 2 di partenza, si distribuirà in parti uguali sui 2 conduttori. Se la geometria e/o le dimensioni sono diverse ovviamente no, sarà solo il potenziale ad essere lo stesso (e la carica totale= alla somma delle cariche di prima).

(g) Induzione e induzione completa. Esempio di una sfera carica (isolante o conduttrice) circondata da una corona sferica conduttrice scarica. Vediamo come si distribuiscono le cariche, per l’ induzione.

Esercitazione

Es. pag. 708 n. 59 Serway: calcolo del campo elettrico nel caso di sopra: sfera isolante di raggio r_1 e densità di carica uniforme ρ, è concentrica ad una sfera cava conduttrice di raggi r_2, r_3. Calcolare $\vec{E}$ per r fra 0 e infinito. Grafico del campo elettrico nei 2 casi in cui la sferetta interna sia isolante, ma anche nel caso in cui sia conduttrice. Ovviamente, l' unica differenza la si ha per $r < r_1$.

65. **Giovedi 27/4, 15:00-17:00**

Ancora sui conduttori.

(a) Capacità di un conduttore. Condensatore. $C = Q/V$, si misura in farad. Ricordiamo l' analogia già fatta con la capacità termica.

(b) Capacità di una sfera conduttrice carica, capacità di un condensatore piano, capacità di un condensatore cilindrico. Notiamo che nel condensatore piano il campo elettrico è uniforme,ortogonale alle armature e diretto dalla armatura positiva verso la negativa. Se la distanza fra le 2 armature è δ, si ha che la differenza di potenziale fra le armature è $V_p - V_m = E\,\delta$, $Q = \sigma\,S$, se S è la superficie di una armatura, ed $E0\sigma/\epsilon_0$. Il potenziale cresce linearmente dall' armatura negativa verso la positiva, dunque, ad una distanza generica x^* dalla armatura negativa vale $V = E\,x^*$.

(c) Notiamo che $C = Q/V$, ma alla fine non dipende dal valore di Q e di V,ma solo dalla geometria e dal materiale con cui è fatta (vedremo i dielettrici). Le capacità sono "componenti elettronici" che si comprano (es. C=1nF, C=5 pF...)

(d) Energia elettrostatica immaganizzata in un condensatore.

(e) Densità di energia elettrostatica $w = E_p/volume$ J/m^3. Lo dimostriamo per il condensatore piano, ma il risultato vale sempre. La densità di energia elettrostatica è sempre $w = \frac{\epsilon_0\,E_0^2}{2}$ (nel vuoto).

(f) Condensatori in serie e in parallelo. Calcolo della capacità "equivalente".

Esercitazione, elettrostatica e conduttori:

(a) Svolto esercizio pag 189 dispense Luci: sfera conduttrice di raggio r_1 e q_1, è concentrica ad una sfera cava conduttrice di raggi r_2, r_3, carica con q_2. Calcolare σ, densità di carica, sulla superficie 2 (sup. interna della corona sferica) e la d.d.p. fra la superficie 1 e la superficie 2.

(b) Svolto esercizio n. 41 pag. 706 Serway. Notiamo che, data una lastra conduttrice in un campo elettrico esterno $\vec{E}$, si ha che sulla superficie della lastra si producono cariche indotte tali da creare all' interno del conduttore un campo elettrico complessivo nullo.

(c) Dettato esercizio esonero (5/06/2002) Un elettrone entra fra le armature di un condensatore piano, a metà distanza fra le armature, con velocità iniziale 10^6 m/s, parallela alle armature. Urta una armatura (dire quale) a distanza 6 cm dal bordo. La distanza fra le armature $d = 10$ cm. La carica dell' elettrone è $1.6\,10^{-19}$ C e la sua massa $m_p = 9.1\,10^{-31}$ kg. Calcolare la d.d.p. fra le armature e l' energia cinetica dell' elettrone nell' istante dell' urto.

(d) Dettato es. di esonero sui condensatori: un condensatore $C_1 = 150$ pF che si trova a $\Delta V = 285$ V, viene messo in parallelo ad un altro condensatore $C_2 = 250$ pF inizialmente scarico. Calcolare $\Delta V =$ finale e la carica su entrambi i condensatori.

66. **Giovedi 27/4 Seconda proposta di esercizi per chi deve recuperare**

...o per chi vuole esercitarsi
Non svolgeremo questi esercizi a lezione.

Energia:
Due carrellini, di massa 100 kg e 200 kg sono connessi ad una molla di costante elastica K=100 N/cm. Inizialmente la molla è compressa, rispetto alla sua posizione di riposo, di 20 cm e i carrelli sono tenuti fermi. Si rilascia la molla e i carrelli si staccano da essa. La molla si riporta nella condizione di riposo. Non c' è attrito. Calcolare le velocità finale dei due carrellini. In quale situazione le due velocità finali sarebbero state uguali in modulo ?

Fluidi:
La pressione dell' acqua nel tubo dell' acquedotto all' ingresso di un appartamento alla altezza di 2 m è 31 N/cm^2. Calcolare la pressione di un rubinetto chiuso in un appartamento che si trova 6 m più in alto. Calcolare la quota massima alla quale può ancora arrivare l' acqua, supponendo il tubo aperto in fondo.

Moto circolare:
Un ciclista percorre una pista circolare alla velocità di 40.8 m/s. La pista è inclinata verso l' interno e forma un angolo di 45^o con l' orizzontale. Non cè attrito. Quale è il raggio della curva (distanza fra il ciclista e il centro della curva) sulla quale il ciclista sta percorrendo la pista, supposto che non sbandi ? Se ad un certo punto rallenta e, a velocità più bassa, continua a percorrere la curva senza sbandare, si troverà alla stessa distanza dal centro della curva o ad una distanza diversa (e, nel caso, maggiore o minore di prima) ?

Cinematica
Al tempo t_1=2 s un corpo ha velocità 2 m/s. Sapendo che è soggetto ad una accelerazione costante di 3 m/s^2, calcolare la velocità al tempo t_2=6 s.

Energia
Una pallina di massa 100 g cade da una altezza di 1 m. Ad ogni rimbalzo perde il 20% di energia. Determinare la velocità subito dopo il secondo rimbalzo, la quota alla quale arriva dopo il secondo rimbalzo e l' energia persa (sempre dopo il secondo rimbalzo). Dare l' espressione algebrica della velocità subito dopo l' ennesimo rimbalzo.

Cinematica + elettrostatica
Un protone entra fra le armature di un condensatore piano, vicino alla armatura positiva, con velocità iniziale 10^5 m/s, parallela alle armature. La d.d.p. fra le armature è 2 V, la distanza fra le armature $d = 2$ cm. La carica del protone è $1.6\,10^{-19}$ C e la sua massa $m_p = 1.67\,10^{-27}$ kg. Calcolare: a) dopo quanto tempo t^* arriva sulla armatura negativa. b) con quale velocità (dare entrambe la componenti x e y). c) Supponendo le armature quadrate di lato $l = 0.1$ m, dire se il problema posto avrebbe avuto senso o no, spiegandone il motivo.

67. **Mercoledi 3/5, 13:00-14:00–da completare**

Ancora elettrostatica

(a) Dielettrici (cenni). Sono isolanti, che modificano il valore del campo elettrico. Campo in un dielettrico, confrontato con il campo E_0 nel vuoto: $E_d = E_0/\epsilon_r$. Il campo diminuisce per la presenza del dielettrico (le molecole del dielettrico si polarizzano, formano dei dipoli il cui campo si oppone al campo E_0). ϵ_r, costante dielettrica del materiale, è sempre maggiore di 1. È adimensionale.
Capacità se fra le 2 armature c' è un dielettrico: aumenta $C_d = \epsilon_0\epsilon_r C_0$.

(b) Dunque, se c' è un dielettrico dobbiamo sostituire ϵ_0 con $\epsilon = \epsilon_0\,\epsilon_r$. Esempio della velocità della luce nel vuoto e in un mezzo.

Esercitazione:

(a) Svolto es. dettato la volta scorsa (elettrone che entra nel condensatore piano)

(b) Svolto es. dettato la volta scorsa sui 2 condensatori in parallelo.

(c) Dettato es. di esonero sui condensatori: condensatore di $C_1 = 2\ \mu$F viene collegato ad una batteria di 12 V e poi scollegato. Se si collega un secondo condensatore C_2 inizialmente scarico in parallelo al primo si trova che la d.d.p. scende a 4 V. Trovare C_2.
Sempre in questa configurazione, nel primo condensatore si inserisce un dielettrico con $\epsilon_r = 2$. Trovare la nuova d.d.p. ai capi dei condensatori.

68. **Giovedi' 4/5, 15:00-17:00**

La corrente elettrica:

(a) Moto nei conduttori, generalità.
Calcolo del numero di elettroni di conduzione per unità di volume, supponendo un el. di conduzione per atomo, nel rame (densità=8.9 g/cm^3, peso molecolare PM=63.5 g/mol. Si calcola prima la massa di un atomo, $m_a = PM/N_a \simeq 10^{-25}$ kg e poi il numero di atomi/V è dato da $\rho/m_a \simeq 8\,10^{28}$ atomi/m^3

(b) Densità di corrente $i = \frac{dq}{dt}$, ampere. Verso della corrente (moto dei portatori positivi, dal potenziale più alto verso il più basso).

(c) Densità di corrente $\vec{J}$. Sua relazione con l' intensità di corrente i.

(d) Conservazione della carica elettrica: flusso di J attraverso una superficie chiusa è uguale a zero.

(e) Modello della conduzione elettrica. Urti. Confronto e significato fra $v_T \simeq 10^5$ m/s, $v_D \simeq 10^{-6}$ m/s (vel. di agitazione termica e vel. dei portatori di carica). $\vec{v_D} \simeq e\,\vec{E}\,\tau/m$ m/s, dove τ=tempo medio fra 2 urti è dell' ordine di 10^{-14} s.

(f) Prima e seconda legge di Ohm. Resistenza R=$\rho\, l/S$ e suo significato. Resistività ρ. Ohm. Range di valori della resistività (10^{-8} nei buoni conduttori, 10^{17} negli isolanti, 10^{5} nella pelle umana). Dipende dalla temperatura.

(g) Cenno ai superconduttori: è possibile fare una circolare una corrente senza la spinta di una forza elettromottrice.

(h) forma locale della legge di Ohm: relazione fra $\vec{E}$ e $\vec{J}$.

Esercitazione:

(a) Svolto es. dettato la volta scorsa sui 2 condensatori.

(b) Svolto esercizio assegnato venerdì 21/04 (campo della sbarretta).

(c) Dettato esercizio: Data una corrente i=10 A che scorre in un conduttore di sezione A=10^{-4} m^2, calcolare la velocità con cui si muovono i portatori di carica. Troverete un valore bassissimo: per percorrere un metro un elettrone ci mette, rozzamente, 40 ore..considerazioni sul significato di questa velocità rispetto alla velocità con la quale viaggia l' "informazione"

(d) Dettato esercizio: filo di rame di diametro 2 mm, saldato con un filo di acciaio dello stesso diametro. Passa una corrente i=10 A. dimostrare che sulla superficie di saldatura c' è una densità superficiale di carica σ e determinarne il valore. Dati: $\rho_{Cu} = 1.7\, 10^{-8}\, \Omega$ m, $\rho_{acc} = 7.2\, 10^{-7}\, \Omega$ m. Notiamo che il rame è un conduttore migliore dell' acciaio. Spunti per la sol: bisogna applicare Gauss al campo elettrico e la legge di Ohm $\vec{E} = \rho\vec{J}$ ai due conduttori.

(e) dettato es. di esonero: 4 cariche poste ai vertici di un quadrato di lato 50 cm. Trovare il campo (modulo, dir. e verso) nel centro del quadrato. Le cariche valgono: $q_1 = 2\,\mu$C, $q_2 = 4\,\mu$C, $q_3 = -6\,\mu$C, $q_4 = 8\,\mu$C.

69. **Venerdi 5/5 Terza proposta di esercizi, ma non solo per chi deve recuperare**

Non svolgeremo questi esercizi a lezione.

Calorimetria:
Quanta energia deve sottrarre un frigorifero a 1.5 kg di acqua a 20 ^{o}C per trasformarla in ghiaccio a -12 ^{o}C ?

Macchine termiche:
il motore di una macchina termica ha rendimento del 20% e produce in media 23kJ di lavoro meccanico al secondo. Quanto calore al secondo deve essere fornito alla macchina termica ? Quanto calore al secondo viene invece scaricato dal motore della macchina termica ?

Macchine termiche:
Un freezer ha coefficiente di prestazione (rendimento) COP=3.8 e utilizza una potenza di 200 W. quanto tempo ci mette a congelare 600 g di acqua e farne ghiaccio a 0 ^{o}C ?

Elettrostatica:
Un condensatore piano $C_1 = 1$ pF è carico a Q= 4 μC. La distanza fra le armature è d=1 mm. Si aumenta la distanza fra le armature, portandola a $2\,d$. Calcolare la variazione di energia immaganizzata nel condensatore, il valore finale di energia immagazzinata e il valore finale del potenziale ai capi del condensatore. Giustificare, con argomenti "fisici" e non puramente "matematici" il segno della variazione di energia (ossia il fatto che sia aumentata o diminuita).

Elettrostatica:
Dato un quadrato di vertici A,B,C,D e lato 100 cm. Sul vertice C viene messa una carica $q_2 = -3.3\,\mu$C e sul vertice D una carica $q_1 = 1.5\,\mu$C. Calcolare la differenza di potenziale fra i due vertici A e B.

Elettrostatica+recupero:
Un campo elettrico uniforme diretto e orientato come l' asse x, vale in modulo 2 kN/C. Una carica puntiforme positiva $q_1 = 3\,\mu$C viene lasciata dallo stato di quiete nell' origine (x=0). Calcolare: 1) l' energia cinetica della carica in x=4 m; 2) la variazione di en. potenziale della carica da x=0 a x=4 m; 3) la differenza di potenziale fra x=4 m e x=0 m.

70. **Venerdi' 5/5, 16:00-18:00**

Ancora su corrente elettrica e circuiti:

(a) Legge di (o effetto) Joule. Energia persa che va in riscaldamento.

(b) Concetto di forza elettromotrice: i portatori di carica + vanno dal potenziale più alto verso il più basso e nel percorso perdono energia (vd. legge e effetto Joule). Arrivati al morsetto negativo del circuito hanno bisogno di una forza che li riporti verso il potenziale più alto. Questa forza non può essere data dal campo elettrico, perchè va nel verso opposto. Esattamente come una sciatore che, partito dalla sommità di una pista scende giù e,per tornare su, ha bisogno di un impianto di risalita. Il lvoro necessario a portare la carica dal potenziale - verso il + lo fa il campo elettromotore. La d.d.p. fra i morsetti della batteria si chiama f.e.m.
Campo elettrico (circuitazione nulla, conservativo) e campo elettromotore (circuitazione non nulla, non conservativo). Legge di Ohm in forma locale generalizzata ad un circuito chiuso con generatore.

(c) Leggi di Kirchoff per i nodi di un circuito e per le maglie. La prima segue dalla conservazione della carica elettrica, la seconda dalla legge di Ohm generalizzata.

(d) Un generatore di tensione è caratterizzato dalla f.e.m. (d.d.p. a circuito aperto fra i morsetti) e dalla resistenza interna. Generatore ideale di tensione:V(R) costante, indipendentemente dal valore del carico R e dunque della corrente erogata dal generatore. Generatore reale.

(e) Resistenze in serie e parallelo.

(f) Partitore di tensione. Partitore di corrente. Resistenza di shunt.

Esercitazione sui circuiti:

(a) Svolto es. pag. 216 dispense di Luci. Circuito con un generatore, poi R_1 in serie, poi R_2, R_3 in parallelo e R_4 di nuovo in serie che si chiude verso il generatore. Nota f.e.m. e i valori delle resistenze, calcolare le correnti in R_1, R_2, R_3.

71. **Mercoledi' 10/5, 13:00-14:00**

Ancora su corrente elettrica e circuiti:

(a) circuito RC. Carica e scarica del condensatore. Commenti da mettere. Costante di tempo della carica e della scarica $\tau = RC$.

(b) Verificate che faradΩ=secondi

Esercitazione sui circuiti e elettrostatica:

(a) Impostato e svolto in parte es. delle 4 cariche sul quadrato dettato gi 4/05.

(b) Svolto es. dello scritto 21/02/97: fornello elettrico riscalda 2 l di acqua che passano in 5 min da 20^{o}C a T_{eboll}. La d.d.p. ai capi del fornello è 200 V. 1kwh di potenza elettrica costa 0.15 euro. Calcolare: la potenza W consumata; il costo; la resistenza del fornello ($R = V^2/W$); la corrente che passa nella resistenza ($V = R\,i$).

(c) Fatelo !: Es. di esonero del 5/06/2002: 2 lampade elettriche di 110 V hanno resistenze R_1 =240 Ω e R_2 =360 Ω. a) Quale è la più luminosa ? b)Calcolare il rapporto fra le potenze assorbite dalle 2. c) Calcolare la potenza assorbita più luminosa se sono connesse in serie o in parallelo. Sol: a) Poichè P=V^2/R la più luminosa è R_1. b) $P_1/P_2 = (V^2/R_1)\,/\,(V^2/R_2) = R_2/R_1 = 1.5$ c) se sono connesse in parallelo V non cambia e dunque P è identica a prima $P = V^2/R_1 = 50.4$ W, se sono in serie invece nel circuito circola $i = V/(R_1 + R_2)$ e $P = R_1\,i^2 = 8.1$ W.

72. **Giovedi' 11/5, 15:00-17:00**

Generalità sul magnetismo. Magneti permanenti e circuiti percorsi da corrente

(a) Linee di forza del campo magnetico. $\Phi_S(\vec{B}) = 0$ sempre (solenoidale). Da confrontare con $\Phi_S(\vec{E}) = Q/\epsilon_0$. S qui indica una superficie chiusa. Possiamo dire che questo è il "teorema di Gauss" per il campo magnetico.

(b) forza esercitata da un campo magnetico su un circuito percorso da corrente. Prodotto vettoriale (vd. considerazioni sotto), di solito indicato con $\times$ o con $\wedge$. Regola della mano destra. Convenzione per indicare vettori uscenti o entranti dal piano del disegno. $\vec{F} = i\vec{L} \times \vec{B}$ (seconda formula di Laplace), se il filo è rettilineo, altrimenti si parte da $d\vec{F} = id\vec{L} \times \vec{B}$ e si integra.

(c) dimensioni e unità di misura di $\vec{B}$. Tesla e gauss

(d) Linee di forza di $\vec{B}$ per un filo indefinito percorso da corrente. Disegnate sia nel caso in cui il filo sia sul piano della lavagna che nel caso in cui il filo buchi il piano della lavagna. Convenzione per il verso di percorrenza delle linee di forza.

(e) Da $\vec{F} = i\vec{L} \times B$ ricaviamo la forza di Lorentz, su una carica in moto in un campo magnetico.

(f) Esercizio della carica con velocità $\vec{v}$ che entra in una regione con un campo magnetico ortogonale a $\vec{v}$. La $\vec{F}_L$ è ortogonale alla traiettoria, dunque c'è accelerazione centripeta. La traiettoria piega e la carica percorre una traiettoria circolare di raggio di curvatura $r = mv/(qB)$. $mv^2/r = qvB$. Periodo e frequenza di ciclotrone. Importante: la frequenza di ciclotrone non dipende nè dalla carica nè dalla velocità della particella, ma solo dal valore del campo magnetico e dalla massa della particella: $\nu_c = qB/(2\pi m)$.

Altre considerazioni sulla forza di Lorentz dovuta a campi magnetici ($\vec{B}$, Tesla, T) su particelle cariche (carica q) in movimento (velocità $\vec{v}$):

$$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B} \tag{184}$$

ove il simbolo "$\wedge$" (anche indicato con "$\times$") indica il *prodotto vettoriale* (a differenza del prodotto scalare, il risultato è un vettore).
Proprietà del prodotto vettoriale: dato $\vec{a} \wedge \vec{b} = \vec{c}$:

- $\vec{c}$ è ortogonale sia ad $\vec{a}$ che a $\vec{b}$, e quindi ortogonale al piano definito da $\vec{a}$ e $\vec{b}$;
- il modulo di $\vec{c}$ è dato dal prodotto dei moduli di $\vec{a}$ e $\vec{b}$ per il seno dell'angolo fra loro compreso: $c = a \cdot b \cdot \sin\theta$;
- il verso è tale che, se $\vec{a}$ e $\vec{b}$ sono diretti rispettivamente lungo i versori $\hat{x}$ e $\hat{y}$ (ovvero $\hat{\imath}$ e $\hat{\jmath}$), $\vec{c}$ è diretto lungo $\hat{z}$ (ovvero $\hat{k}$);
- il prodotto vettoriale anticommuta: $\vec{b} \wedge \vec{a} = -\vec{a} \wedge \vec{b}$ (quindi bisogna fare attenzione all'ordine di $\vec{v}$ e $\vec{B}$ nell'espressione della forza).
- NON fatto a lezione, ma può esservi utile: note le componenti di $\vec{a}$ e di $\vec{b}$ le componenti di $\vec{c}$ sono ottenute dal determinante di

$$\begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} \tag{185}$$

ovvero

$$\vec{c} \;=\; (a_y b_z - a_z b_y) \cdot \hat{\imath} + (a_z b_x - a_x b_z) \cdot \hat{\jmath} + (a_x b_y - a_y b_z) \cdot \hat{k}\,. \tag{186}$$

La forza di Lorentz è più complicata di quelle viste finora in quanto dipende da carica, velocità, campo magnetico, direzioni e versi di $\vec{v}$ e $\vec{B}$.

Esempio: moto di una particella carica in campo magnetico $\vec{B}$ uniforme ortogonale a $\vec{v}$:

$$F \;=\; q\,v\,B\,, \tag{187}$$

costante e sempre ortogonale a $\vec{v}$: $\rightarrow$ moto circolare uniforme, con forza centripeta $q\,v\,B$:

$$m\,\frac{v^2}{R} \;=\; q\,v\,B \tag{188}$$

$$R \;=\; \frac{m\,v}{q\,B} \tag{189}$$

$$T \;=\; \frac{2\pi\,m}{q\,B} \tag{190}$$

Il raggio varia linearmente con v, mentre il periodo (e quindi la frequenza) non dipendono da essa (!): principio del ciclotrone ($\nu = 1/T$ è la 'frequenza di ciclotrone'). Si noti invece la dipendenza del raggio dall'energia cinetica:

$$R \;=\; \frac{2\,m\,E_c}{q\,B} \tag{191}$$

$$E_c \;=\; \frac{q^2 B^2 R^2}{2\,m}\,. \tag{192}$$

Esercitazione sulla forza di Lorentz:

(a) Es esonero, pag. 243 dispense di Luci. "Selettore di velocità": dato il modulo di B, ortogonale ad E, di cui anche è noto il modulo e data una carica con velocità ortogonale sia ad E che a B, trovare il valore di v tale che la carica prosegua il suo moto rettilineo uniforme. $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$, valida in generale se siamo in presenza di entrambi i campi elettrico e magnetico.

73. **Venerdi' 12/5, 16:00-18:00**

Campo magnetico:

(a) Linee di forza di una spira circolare percorsa da corrente. Confronto con le linee di forza del dipolo elettrico. Principio di equivalenza di Ampere (cenni).

(b) Campo generato da un filo indefinito percorso da corrente (legge di Biot-Savart). Permeabilità magnetica del vuoto $\mu_0 = 4\pi\, 10^{-7}$ henry/m. Trovate le dimensioni, in unità SI, dell' henry. Verificate che henry/Ω=secondi

(c) Campo generato da un circuito di forma qualsiasi, ottenuto come integrale da $d\vec{B}$ (prima formula di Laplace)

(d) Calcolo del campo magnetico al centro di una spira circolare percorsa da corrente. Il campo è sempre ortogonale al piano della spira. Notiamo che, se la corrente circola antioraria, il campo è uscente. Se oraria, entrante.

(e) Forza fra 2 fili rettilinei indefiniti percorsi da corrente. Calcoliamo la forza che uno dei due esercita sull' altro. Notiamo che è attrattiva se le due correnti sono concordi, repulsiva se sono discordi. Definizione di ampere.

(f) Teorema della circuitazione di Ampere. Applicazione al calcolo del campo generato da un filo indefinito percorso da corrente (ritroviamo Biot-Savart).

(g) Solenoide e toroide. Disegno delle linee di forza del campo $\vec{B}$ nei 2 casi. Calcolo del campo nel solenoide indefinito, utilizzando il teorema della circuitazione. $N_{tot} = n\,L$ è il numero totale di spire, n il numero di spire/lunghezza.

(h) IMPORTANTE: avere capito e tenere bene a mente le 2+2 equazioni di flusso e circuitazione per il campo elettrico e per il campo magnetico.

Esercitazione sul campo magnetico:

(a) Dettato es.: calcolare il campo magnetico all'interno di un filo di sezione circolare percorso da corrente i nota. Sia R il raggio del filo, anch' esso noto. Sugg.: utilizzare il teorema della circuitazione.

(b) Calcolate il campo $\vec{B}$ nel toro, avendo già commentato a lezione come sono le linee di forza di $\vec{B}$ e con il suggerimento di prendere come linea su cui fare la circuitazione proprio una linea di forza (circonferenza di raggio r).

74. **Mercoledi' 17/5, 13:00-14:00**

Campo magnetico

(a) Correnti indotte. Legge di Faraday-Neumann-Lenz. Importanza del segno - nella formula: rappresenta la conservazione dell' energia.

Esercitazione sul campo magnetico:

(a) Finito il calcolo del campo magnetico nel toro (si usa sempre il teorema della circuitazione di Ampere. Come linea su cui calcolare la circuitazione di $\vec{B}$ si prende una sua linea di forza (circonferenza di raggio r).

(b) Svolto es. assegnato la volta scorsa (calcolo del campo magnetico all' interno di un filo di sezione circolare nota percorso da corrente nota).

(c) Spira quadrata di lato a e resistenza R che entra con velocità $\vec{v}$ in una regione con campo magnetico ortogonale al piano della spira e uscente dal piano. Calcolo della corrente indotta in modulo e verso. Spiegazione: finchè la spira sta entrando il flusso di B aumenta. Si crea una corrente indotta nella spira, che deve circolare in verso tale da opporsi alla variazione di flusso che l' ha generata. Dunque la corrente indotta dovrà produrre un campo magnetico che fa diminuire il flusso e dunque fa diminuire B. Pertanto il $\vec{B}_{ind}$ sarà entrante nel piano e dunque la corrente indotta nella spira circola in verso orario. Quando la spira è entrata completamente il flusso del campo non varia più e la corrente indotta diventa zero. Quando la spira inizia ad uscire dalla regione dove c' è il campo il flusso di B diminuisce e dunque avviene il contrario di quello che è avvenuto quando entrava: il campo indotto deve sommarsi a quello inducente, dunque deve essere uscente dal piano e la corrente indotta deve circolare in verso orario.

(d) ...continueremo domani e dopodomani con solo (tanti..) esercizi.
Il programma è terminato !

75. **Giovedi' 18/5, 15:00-17:00**

Esercitazione: Svolti e/o discussi i seguenti esercizi:

(a) Trovare il lavoro fatto per portare 3 cariche uguali, di valore q=1μ C sui vertici di un triangolo equilatero di lato $l = 10$ cm. Ricordiamo che il lavoro fatto dall' esterno per realizzare una configurazione è pari all' energia elettrostatica di quella configurazione. Infatti, il lavoro fatto dal campo è $L = -\Delta E_p = E_p(iniziale) - E_p(finale)$ e il lavoro fatto dall' esterno è $L_{est} = \Delta E_p = E_p(finale) - E_p(iniziale)$. $E_p(iniziale) = 0$ perchè è il valore all' infinito, che per convenzione è preso a 0. Dunque, in questo caso, $L = \Delta E_p = 3\, k_0\, q\, q/l$=0.27 J, dove il 3 ̀dovuto al fatto che ho la somma di 3 termini uguali.
Ovviamente il calcolo lo si può fare direttamente dal lavoro, supponendo inizialmente le 3 cariche all' infinito e non interagenti fra loro. Per portare la prima q_1 sul primo vertice del triangolo il lavoro è nullo, perchè non c'è nessun campo, per portare la seconda q_2 a distanza l dalla prima il lavoro è $L = \int_\infty^l q_2\, E_1\, \mathrm{d}r$, dove $\vec{E}$ è il campo generato da q_1, ossia $\vec{E}_1 = \frac{q_1\, vecr}{4\pi\epsilon_0 r^3}$. Poi, per portare q_3 il lavoro è la somma di due termini $\int_\infty^l q_3\, E_1\, \mathrm{d}r$ e $\int_\infty^l q_3\, E_2\, \mathrm{d}r$.

(b) Un blocchetto di ghiaccio di massa 100 g a 0 ^{o}C è mescolato a 200 g di vapore a 100 ^{o}C. All' equilibrio, quale è la temperatura della miscela ? Si tratta di acqua, ghiaccio o vapore ? Calcolare anche la variazione di entropia. Attenzione, nel calcolo dell' entropia, a come farlo durante il passaggio di stato, dove T è costante, e a come farlo quando il calore viene ceduto o assorbito per variare la temperatura.

(c) In una trasformazione isobara a $p_0 = 5\, 10^5$ Pa, 2 moli di gas perfetto monoatomico raddoppiano il volume. Se T_{in}=20 ^{o}C si calcoli: 1) la temperatura finale; 2) il lavoro compiuto nella trasformazione 3) la variazione di entropia.

(d) Due conduttori sono costituiti da gusci cilindrici coassiali indefiniti, di spessore trascurabile e raggio rispettivamente di 3 cm e 5 cm. Sono percorsi da correnti in senso inverso, di 2 A nel conduttore interno e di 4 A in quello esterno. Si calcoli il campo magnetico (modulo,dir. e verso) alle seguenti distanze dall' asse: 0 cm, 1 cm, 4 cm, 8 cm. Attenzione a specificare bene il verso del campo, entrante o uscente dal piano del foglio, a seconda di dove è r rispetto all' asse ...: aiuta, per dare correttamente la soluzione, un disegno chiaro.

(e) Trovare il diametro della traiettoria circolare compiuta in uno spettrografo di massa di campo magnetico costante 0.15 T, delle seguenti particelle, tutte accelerate ad una en. cinetica di 1keV: 1) atomo di idrogeno, ionizzato 2) atomo di elio, ionizzato, 3) atomo di elio, doppio ionizzato.

(f) Un fornello elettrico è alimentato da una batteria che eroga una d.d.p. continua. Il fornello è costituito da una resistenza di 50 Ω e porta ad ebollizione, in 10 min, 2 litri di acqua, inizialmente alla temperatura di 10 ^oC. Si calcoli la corrente che passa nella resistenza.

(g) Due condensatori, di capacità 300 nF e 500 nF, sono collegati in parallelo. Sono caricati con una carica totale di 1 mC. Determinare: 1) la d.d.p. ai capi dei condensatori; 2) la carica su ciascun condensatore; 3) l' energia elettrostatica totale immagazzinata nel sistema.

76. $\boxed{\textbf{Venerdi' 19/5, 15:00-17:00}}$

Esercitazione: Scritte le spiegazioni in fretta..devo ricontrollare e finire.

(a) Discussione su calorimetria: es. del problema in cui solo una frazione molto piccola di acqua evapora, dopo che un corpo a T molto alta è stato gettato nell' acqua. Pensate a cosa avviene se getto un ferro da stiro caldo nel mare: localmente e in un tempo brevissimo l' acqua attorno al ferro aumenta di molto la sua T e può evaporare. Poi, ristabilito l' equilibrio termico, il sistema mare+ferro si trova alla stessa temperatura. Questo è un caso "estremo" per spiegare il problema seguente:
Massa di rame $m_r = 100$ g a T alta incognita, viene messo in un calorimetro di rame di massa $m_{cal} = 150$ g contenente acqua $m_a = 200$ g. Il calorimetro e l' acqua all' inizio erano a $T_i = 16\,^o$C. All' equilibrio il sistema acqua+rame+calorimetro raggiunge la temperatura $T_f = 38\,^o$C, ma si nota che una massa di acqua $m_v = 1.2$ g è evaporata (ossia non cè più). Bisogna trovare la T iniziale del rame. Noti il $c_r = 387$ J/(kg K) e il λ^a_{ev}=2.26 10^6 J/kg (e il calore specifico dell' acqua c_a).
Notiamo che, di tutto quello che avviene mentre si raggiunge l' equilibrio termico, l' unica cosa che va esplicitata è solo ciò che riguarda la massa m_v che si perde, perchè evapora. Se altra acqua salisse di temperatura oltre la temp. finale, ma senza evaporare, all' equilibrio il calore che si era preso me lo avrebbe restituito e dunque: per tutto ciò la cui massa si conserva devo solo occuparmi degli stati iniziali e finali. Equazione per risolvere il problema: $c_r\, m_r(T_f - T) + c_r\, m_{cal}(T_f - T_i)+$
$c_a\, m_v(100 - T_i) + \lambda^a_{ev}\, m_v+$
$c_a\,(m_a - m_v)(T_f - T_i) = 0.$
Risolvendo ricavo T.

(b) A proposito...: supponete che, sempre valido il primo principio della termodinamica ma non il secondo, succede qualcosa di strano e mentre un nuotatore è in piscina l' acqua improvvisamente congela. Come muore il nuotatore ??

(c) Quattro cariche puntiformi si trovano ai vertici di un quadrato di lato l=30 cm. Il loro valore è,in senso orario, rispettivamente di q_1 =2 nC, q_2 =6 nC, q_3 =-2 nC, q_4=6 nC. Determinare il valore del campo elettrico (mod.,dir.,verso) e il potenziale nel centro del quadrato.
Sol: Ponete, ad es., q_1 in alto a destra nel quadrato e le altre di conseguenza. Asse x: da q_4 a q_2, Asse y: da q_1 a q_3. d=diagonale/2=$l/\sqrt(2)$ E_x viene nullo nel centro del quadrato. $E_y = k_0\,(\frac{q_1}{d^2} + \frac{|q_3|}{d^2})$ (si sommano, perchè i due campi sono diretti nello stesso verso, entrambi nel verso delle y positive con la scelta fatta. viene $\vec{E} = (0, 800)$ V/m. Potenziale nel centro= $V_0 = k_0\,(\frac{q_1}{d} + \frac{q_2}{d} + \frac{q_3}{d} + \frac{q_4}{d})$=509 V (ciascuna carica il suo segno)

(d) Un elettricista ha a disposizione 3 resistenze da 1 Ω, 2 Ω, 3 Ω. Deve collegarle con una pila da 12 V e r=1.45 Ω in modo da massimizzare la potenza dissipata sulle resistenze. Come le collega fra loro ? Quanto vale la potenza dissipata ?
Sol: La potenza è V^2/R_T, dunque massimizzo la potenza se le metto in parallelo: $R_p = 0.55\,\Omega$ Ottengo $R_T = r + R_p = 2\,\Omega$ e $P = 12^2/2 = 72$ W.

(e) Un protone si muove in un campo magnetico di 0.465 T lungo una traiettoria circolare di raggio 5.2 cm. Calcolare il valore (modulo, dir., verso) di un campo elettrostatico costante da aggiungere in modo che il protone si muova di moto rettilineo uniforme.
$\vec{F} = (q\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$. Poichè la traiettoria è circolare vuol dire che i due vettori $\vec{v}$ e $\vec{B}$ sono ortogonali. Conosciamo l' equazione che dà il raggio di curvatura r=mv/(qB) e possiamo calcolare la velocità (2.316 10^6 m/s). Il campo elettrico deve essere nella stessa direzione della forza di Lorentz ma in verso opposto. In modulo qE=qvB. Da cui $E = 1.1\,10^6$ V/m.

(f) Un interruttore in cui passa una corrente di 100 A si surriscalda, a causa di un contatto difettoso. Se la d.d.p. tra i capi dell' interruttore è 0.050 V, si calcoli la potenza dissipata in calore e la resistenza dell' interruttore.
Sol: $P = V\,i$=0.05*100=5 W. $R = P/i^2$=0.5 mΩ

(g) Es. di circuiti, scritto del 9/07/'99: generatore, resistenza R_1in serie + 3 resistenze (R_2, R_3, R_4) in parallelo fra loro e in serie con R_1. Data la max dissipazione di potenza sulla resistenza R_2, calcolare la max corrente nel circuito e la max fem del generatore. Le resistenze sono tutte note. Per svolgerlo ricordare che $W = R\,i^2_{max}$.
Soluzione sulle dispense di Luci.

(h) Es. sulla "lievitazione magnetica" (soluzione pag. 245 dispense Luci): se la forza su un conduttore percorso da corrente, dovuta ad un campo magnetico esterno è uguale (o maggiore) in modulo ma opposta in verso alla forza di gravità ho che il conduttore si solleva.

(i) Si deve progettare un solenoide che generi $\vec{B} = 0.314$ T senza che l' intensità di corrente superi 10 A. Il solenoide è lungo 20 cm. Si trovi il numero di spire necessarie.
Sol: $|B| = \mu_0\,n\,i$. $N_T = n\,l$, con l=0.2 m. si trova $n = 24.98\,10^3$ e $N_T = n\,l = 4998$ spire (viene 4997.5, ma approssimo ad un intero..non posso mettere mezza spira..).

(j) Una macchina di Carnot assorbe in un ciclo un calore di 2000 J dalla sorgente a temperatura più alta e compie un lavoro di 1500 J. Se la temperatura della sorgente più fredda è 200 K, calcolare la temperatura della sorgente calda.
Sol: Q_C =2000 J, L=$Q_C - |Q_F|$=1500 J. Dunque Q_F=500 J. Ricordando che, essendo una macchina ideale, possiamo scrivere $Q_C/Q_F = T_C/T_F$, troviamo $T_C = 800$ K.

(k) Una particella di carica $q = 2\,10^{-18}$ c e massa $m = 10^{-27}$ kg, viene accelerata da una d.d.p. ΔV. Entra poi, con l' en. cinetica così acquistata, tra le armature di un condensatore piano, a metà fra i due piani e con velocità parallela alle armature. La distanza fra le armature è $d = 10$ cm. Nel condensatore è presente un campo magnetico uniforme di 20 mT, ortogonale alla velocità della particella ed uscente dal piano del foglio. La particella viene deviata cal campo magnetico ed esce dall' armatura inferiore con velocità ortogonale all' armatura. Trovare:
a) la differenza di potenziale ΔV.
b) la differenza di potenziale che andrebbe applicata ai capi del condensatore tale che la particella non risulti deviata e prosegua in linea retta. Specificare quale armatura deve essere positiva e quale negativa.
Sol: a) Per trovare il ΔV che accelera la particella bisogna inanzitutto notare che il ΔV ci dà l' (en. cinetica della particella)/carica. Ci serve dunque determinare la velocità con cui entra nel condensatore (dove inizialmente cè solo il campo magnetico) che, poichè la particella esce dal condensatore con velocità ortogonale ad una armatura, percorre all' interno del condensatore un quarto di circonferenza, il cui raggio è, al solito, $r = mv/(qB)$ ed è dunque uguale a $d/2$. Fate un disegno e dovreste capirlo abbastanza facilmente. Da qui ricavo v=dqB/(2m)=$2\,10^6$ m/s, e poi $\Delta V = 1/2\, m\, v^2/q$=1kV.
b) $\vec{E}$ deve opporsi alla forza di Lorentz, dunque diretto dall' armatura verso cui la particella va verso l' altra. Questa deve essere l' armatura positiva, dunque. In modulo:$qE = qvB$, ricavo E e poi $V = E\, d$=4 kV

(l) Un lago contiene circa $4\,10^{11}$ m^3 di acqua. Determinare:
a) la quantità di calore necessaria per aumentare la T dell' acqua da 11 ^{o}C a 12 ^{o}C.
b) Supponendo che il calore venga fornito da una centrale idroelettrica alimentata da un condotto con portata di 1000 l/s) che pesca acqua da un laghetto a h=250 m di quota rispetto alla centrale e supponendo un rendimento della centrale del 50%, trovare la potenza della centrale e per quanti anni circa dovrebbe funzionare questa centrale (si ricorda che un giorno solare medio ha 86400 s).
a) $Q = m_a\, c_a \Delta T = 16.7\, 10^{17}$ J ($\Delta T = 1$ K).
b) $E/s = m\, g\, h/s = \rho_a\, V_a\, g\, h$, con $V_a = 10^3\, 10^{-3}\, m^3/s$. Viene: $E/s \simeq 2.5$ MW. Poichè il rendimento è 0.5 si ha che la potenza erogata dalla centrale è P=1.25 MW.
c) Se ora divido Q per P trovo quanti secondi ci vogliono alla centrale per fornire la quantità di calore Q che innalza di un grado la T del laghetto. Da qui si fa facilmente il conto su quanti anni ci vogliono (basta dividere i secondi trovati per 365 86400).

... non ci crederete ma abbiamo finito ... avendo passato insieme, nelle ore del

corso, esattamente 107 ore + tutte le discussioni di contorno ...
Forza ora e in bocca al lupo per gli esami !!