Fisica per Farmacia–Pia Astone. PARTE III

(A.A. 2010/2011, Canale C (studenti P-Z))

1. $\boxed{\textbf{Decima settimana, da Ma 3 maggio. Lez. 62-67}}$

   Introduzione all' elettrostatica :
   Quando abbiamo introdotto le forze abbiamo già visto la *Forza elettrostatica* (legge di Coulomb) fra due corpi carichi:

$$F = k_0 \frac{Q\,q}{d^2} \tag{1}$$

   ove Q e q sono le cariche espresse in Coulomb (C), Q genera il campo elettrico e q ne risente.

   d è la distanza fra le due cariche e k_0, costante, di valore $k_0 = 9 \times 10^9\,\mathrm{N\,m^2/C^2}$ nel vuoto.
   $k_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$, con $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}\ \ SI.$
   La costante è invece $k = k_0/\epsilon_r$ in presenza di un materiale isolante (dielettrico).
   ϵ_r è la costante dielettrica relativa, un numero maggiore di 1 ed adimensionale.
   ϵ_r è praticamente 1 nell' aria, 1.00059, mentre vale circa 80 nell' acqua. Vale fra 5 e 15 nel vetro.

   La forza elettrostatica può essere repulsiva o attrattiva a seconda del segno relativo delle cariche. È diretta lungo la congiungente le cariche. Forza centrale.

   Schema comparativo con la forza gravitazionale. Forza, campo, energia potenziale, potenziale. Il campo è la forza diviso la massa o la carica che ne risente (N/kg il campo gravitazionale; N/C quello elettrico).

   $F = -\mathrm{d}E_p/\mathrm{d}x$. Grafici per en. potenziale vs. la distanza nel caso gravitazionale $-GMm/r$ ed elettrostatico k_0Qq/r. Punti di equilibrio: la forza si annulla, ovvero $\mathrm{d}E_p/\mathrm{d}x$ si annulla. Componenti della forza, in funzione degli assi cartesiani: $F_x = -\mathrm{d}E_p/\mathrm{d}x$, $F_y = -\mathrm{d}E_p/\mathrm{d}y$, $F_z = -\mathrm{d}E_p/\mathrm{d}z$. In funzione della coordinata radiale:
   $F_r = -\mathrm{d}E_p/\mathrm{d}r$ (quando la forza ha una simmetria radiale la forza radiale è di maggior interesse delle componenti cartesiane della forza).

$$E_p(\vec{r}) = -\frac{GMm}{r} = -\frac{GMm}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} \tag{2}$$

$$F_r = -\frac{\mathrm{d}E_p}{\mathrm{d}r} = -\frac{GMm}{r^2} \tag{3}$$

$$\tag{4}$$

Da queste otteniamo:

$$\begin{aligned} \vec{F} &= -\frac{GMm}{r^3}\,\vec{r} && (5)\\ &= -\frac{GMm}{r^2}\,\frac{\vec{r}}{r} && (6)\\ &= -\frac{GMm}{r^2}\,\hat{r} && (7) \end{aligned}$$

Ovviamente le (5) e (7) sono assolutamente equivalenti e il cubo al denominatore nella (5) non deve trarre in inganno.
La forza elettrostatica di Coulomb può essere scritta in modo analogo:

$$\begin{aligned} \vec{F} &= \frac{k_0\,Q\,q}{r^3}\,\vec{r} && (8)\\ &= \frac{k_0\,Q\,q}{r^2}\,\hat{r}\,. && (9)\\ & && (10) \end{aligned}$$

(Si ricorda che $k_0 = 9 \times 10^9\,\mathrm{N\,m^2/C^2}$.)

Lavoro compiuto dalla forza di Coulomb Energia potenziale (con riferimento rispetto $E_p(\infty) = 0$):

$$E_p = \frac{k_0\,Q\,q}{r} \qquad (11)$$

Grafici di E_p nei casi $Q\,q > 0$ (forza repulsiva) e $Q\,q < 0$ (attrattiva) (quest'ultimo ha stessa forma di quello gravitazionale; il primo è invece ribaltato rispetto all'asse r, perchè è positivo).

Riepilogo confronto forza gravitazionale e coulombiana:

	Gravità	Coulomb
F	$-\frac{G\,M\,m}{r^2}$	$\frac{k_0\,Q\,q}{r^2}$
$\vec{F}$	$-\frac{G\,M\,m\,\vec{r}}{r^3}$	$\frac{k_0\,Q\,q\,\vec{r}}{r^3}$
campo	$\vec{g} = -\frac{G\,M\,\vec{r}}{r^3}$	$\vec{E} = \frac{k_0\,Q\,\vec{r}}{r^3}$
E_p	$-\frac{G\,M\,m}{r}$	$\frac{k_0\,Q\,q}{r}$
potenziale	$-\frac{G\,M}{r}$	$V = \frac{k_0\,Q}{r}$

Potenziale elettrostatico: "energia potenziale per unità di carica", ovvero

$$V = \frac{k_0 Q}{r} \tag{12}$$

Comodo in quanto, se si conosce la differenza di potenziale fra due punti, $\Delta V_{AB} = V_B - V_A$, si calcola facilmente variazione di energia potenziale e quindi lavoro compiuto dalla forza elettrostatica quando una carica q è spostata dal punto A al punto B:

$$\Delta E_p|_A^B = q\,\Delta V_{AB} = -\,L|_A^B \tag{13}$$

Se da A a B il potenziale decresce, ovvero $\Delta V_{AB} < 0$ la forza elettrostatica compie lavoro positivo. Unità di misura del potenziale elettrostatico: Volt (V): 1 Joule = 1 Volt × 1 Coulomb

Il potenziale elettrostatico si usa moltissimo, a differenza del potenziale gravitazionale. Il motivo è che ora esiste il concetto di conduttore, le cariche elettriche possono muoversi se sottoposte ad una differenza di potenziale.

Ancora sul campo elettrico generato da una carica puntiforme

Linee di forza (carica positiva: linee di forza uscenti dalla carica,carica negativa: linee di forza entranti sulla carica.). Non si intersecano mai, se non sulla sorgente del campo. Significato di campo vettoriale. Dove l' intensità del campo è maggiore le linee di forza sono più dense. Il campo è tangente alle linee di forza. Unità di misura del campo elettrico (N/C, o più comunemente V/m).

Si noti che, essendo il campo elettrico pari alla forza elettrica per unità di carica ed essendo il potenziale elettrico pari all'energia potenziale per unià di carica, campo e potenziale elettrici sono legati dalle stesse relazioni che legano forza ed energia potenziale:

$$\Delta E_p|_A^B = -\int_A^B \vec{F}\cdot \mathrm{d}\vec{s} \iff \Delta V|_A^B = -\int_A^B \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{s}, \tag{14}$$

che diventano, se forza o campo elettrico sono <u>costanti</u>

$$\Delta E_p|_A^B = -F\cdot \Delta s \iff \Delta V|_A^B = -E\cdot \Delta s\,. \tag{15}$$

Analogalmente, il campo elettrico può essere ottenuto come derivata della funzione potenziale

$$F_x = -\frac{\mathrm{d}E_p}{\mathrm{d}x} \iff E_x = -\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}x} \tag{16}$$

$$\text{(etc. per le altre componenti)} \tag{17}$$

che in caso di forza o campo uniforme in Δx diventano

$$F_x = -\frac{\Delta\,E_p}{\Delta\,x} \iff E_x = -\frac{\Delta\,V}{\Delta\,x} \tag{18}$$

Forza elettrostatica e campo elettrostatico dovuto a più cariche:
Vale il principio di sovrapposizione degli effetti. Forza che un certo numero di cariche q_i esercitano su una carica q

$$\vec{F}_q(r) = \sum_i F_q^{Q_i}(r) = \frac{k_0\, Q_i\, q}{|\vec{r}-\vec{r}_i|^3}\,(\vec{r}-\vec{r}_i) \qquad (19)$$

$$\vec{E}(r) = \sum_i E_i(r) = \frac{k_0\, Q_i}{|\vec{r}-\vec{r}_i|^3}\,(\vec{r}-\vec{r}_i)\,, \qquad (20)$$

ove $\vec{r}_i$ è la posizione nello spazio della carica i-ma e $\vec{r}$ è la posizione nello spazio della carica q (rispetto al sistema di riferimento scelto)

Linee di forza del campo elettrico generate da 2 cariche uguali in modulo e opposte in carica, che formano un dipolo elettrico;
Linee di forza del campo elettrico generate da 2 cariche uguali anche nel segno (entrambe positive ad esempio).

Atomo di idrogeno. Confronto fra forza di Coulomb e forza gravitazionale fra un elettrone e un protone. Numeri importanti: $e_{e,p} = \pm 1.6 \cdot 10^{-19}$ C, $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31}$ kg, $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27}$ kg, $r = 5.3 \cdot 10^{-11}$ m

Il campo elettrico è un campo **conservativo**: Il lavoro fatto dal campo per portare una carica da r_2 a r_1 non dipende dal percorso. Il lavoro su un ciclo (percorso chiuso) è nullo.

Energia potenziale-lavoro fatto dal campo
Calcolato il lavoro svolto dal campo elettrico per portare una carica q da r_2 a r_1, con r_2, r_1 distanze iniziale e finali da una carica puntiforme che genera un campo elettrico. Discusso anche il caso in cui r_2 sia infinito, che corrisponde allo zero dell' en. potenziale elettrostatica (analogia con il caso gravitazionale). Commenti sul segno del lavoro e dell' en. potenziale nei vari casi possibili: cariche di stesso segno avvicinate o allontanate, cariche di segno opposto avvicinate o allontanate. Esempio:se $r_2 > r_1$ (distanza iniziale maggiore di quella finale) e le cariche hanno stesso segno, il lavoro fatto dal campo è negativo. Infatti le cariche tendono a respingersi e noi le forziamo ad avvicinarsi. Il campo fa un lavoro resistente, tipo attrito).

Notiamo che dunque, essendo $E_p(\infty) = 0$, l' energia potenziale di un sistema di cariche in una certa configurazione corrisponde al lavoro, **cambiato di segno** fatto dal campo per portare le cariche dall' infinito in quella configurazione. Il lavoro fatto dal campo per avvicinare le cariche è positivo se le cariche hanno segno opposto, e negativo nel caso in cui abbiano stesso segno e sempre.
Espressione matematica:
supponiamo le due cariche di stesso segno. Il lavoro fatto dal campo , è $L = -\Delta E_p = \int_\infty^a q_2\, E\, \mathrm{d}r$, è negativo (ossia resistente) e $E_p(a) = \frac{q_1\, q_2}{4\pi\epsilon_0 a}$ positiva, avendo posto $E_p(\infty) = 0$. Ossia: il lavoro fatto “da noi” per portare q_2 dall'

infinito ad a è positivo, il sistema acquista energia potenziale che chiamiamo "energia elettrostatica". Rappresenta il lavoro che abbiamo dovuto fare per creare quella configurazione elettrostatica. È una energia che ad es. viene restituita quando q_2 torna all' infinito, cosa che tende a fare spontaneamente. Il lavoro fatto dal campo è negativo, perchè il campo si oppone all' avvicinamento delle 2 cariche di stesso segno. Si comporta come la forza di attrito, che fa sempre un lavoro resistente.

Moto di un elettrone/protone in un campo elettrico uniforme e parallelo alla velocità iniziale dell' elettrone/protone. Accelerazione. Variazione di en. cinetica e potenziale durante il moto. È un problema classico, come quelli che abbiamo nel caso di moto decelerato in presenza di attrito, ad esempio.
Fatto sia con la cinematica che con lavoro ed energia cinetica. Ricordiamo che si trova, da $F = ma$, che $a = \frac{Ee}{m}$. Calcolare lo spazio percorso e la d.d.p. Calcolare anche l' en. potenziale (acquistata o persa ?) dall' elettrone. Trovato lo spazio percorso Δx, per calcolare la d.d.p. basta ricordare che $E = -\frac{dV}{dx}$, e poichè il campo è uniforme, $\Delta V = -E\ \Delta x = -2.85$ V. Se vogliamo anche calcolare l' energia potenziale **acquistata** dall' elettrone (che dopo Δx non ha più energia cinetica), basta ricordare che $E_p = e\ \Delta V = 1.6\ 10^{-19} \cdot 2.85$ J=2.85 eV (notate: 2.85 eV, ossia numericamente è il valore della d.d.p. ma è una energia.
Domande aggiunte: a) calcolare la velocità con cui l' elettrone ripassa per $x = 0$. Come è rispetto a v_i ? b) Calcolare quanto tempo l' elettrone ci mette a tornare in x=0.

Esempio di 4 cariche portate dall' infinito sui vertici di un quadrato. Calcoliamo il lavoro fatto dal campo; l' en. potenziale del sistema. Il campo elettrico nel centro e su uno dei vertici. Considerazioni sul calcolo del **vettore** campo elettrico in vari casi.

Il dipolo elettrico: linee di forza.

Definizione di eV (elettron-volt). Il potenziale elettrico si misura in volt, che sono joule/coulomb. Carica dell' elettrone $= e = -1.6 \times 10^{-19}$ C. Da cui: 1 eV= 1 V $\cdot\ 1.6 \times 10^{-19}$ J.

Dato un quadrato di vertici A,B,C,D e lato 100 cm. Sul vertice C viene messa una carica $q_2 = -3.3\,\mu$C e sul vertice D una carica $q_1 = 1.5\,\mu$C. Calcolare la differenza di potenziale fra i due vertici A e B.
Metto il vertice A in alto a destra (guardando il disegno), B in basso a destra, C in basso a sinistra, D in alto a sinistra.
La diagonale del quadrato è $d = l\sqrt{2}$, dove $l = 0.1$ m. Dunque $d = 0.144$ m. Si applica il principio di sovrapposizione degli effetti. Va calcolato direttamente il potenziale, il campo è un vettore, andrebbe proiettato correttamente, scritto in forma generale sulla coordinata fra A e B e bisognerebbe poi fare l' integrale.
$V_B = k_0(\frac{q_1}{d} + \frac{q_2}{l})$ = -203 kV;

$V_A = k_0(\frac{q_1}{l} + \frac{q_2}{d})$ = -71 kV;
$V_A - V_B$ = (-71 + 203) kV=132 kV.
Dunque la d.d.p. fra A e B è 1.32×10^5 V.

Elettrone, posto molto lontano da un protone. 1) Trovare la sua velocità v_d quando si trova a d = 2 nm dal protone, dopo essere stato lasciato libero di muoversi con velocità iniziale nulla. 2) Il protone viene allontanato e l' elettrone, che si muove con v_d entra in una regione dove c'è un campo elettrico uniforme e parallelo alla velocità v_d. Trovare il valore del campo tale che l' elettrone si fermi dopo d_1 = 1.44 mm. 3) Trovare la d.d.p. (differenza di potenziale) fra x=0 e x=d_1. Dato il valore di e=-1.6 10^{-19} C , $e_p = -e$ positiva e $m_e = 9.1\ 10^{-31}$ kg. Sol. da guardare solo dopo avere provato a farlo:
1) il modo più semplice è utilizzare

$$L = \Delta E_c \ = - \ \Delta E_p.$$

Dunque: ΔE_c=$E_c(finale)-E_C(iniziale) = 1/2\, m_e v_d^2 - 0 = -\Delta E_p = E_p(iniziale) - E_p(finale) = 0 - e\, k_0\, e_p/d$ da cui $\rightarrow$ $v_d = |e|\ \sqrt{2k_0/(d\, m_e)} = 5.032\ 19^5$ m/s
2) come sopra, con variazione di en. cinetica e potenziale.
ΔE_c=0 $- 1/2\ m_e v_d^2$=$-\Delta E_p$=0 $- e\ (V)$, con $V = -E\ d_1$ (dalla definizione E=-dV/dx,) potenziale. Ricordiamo che e elettrone è negativa. Dunque si ha: $\rightarrow$ E = 500 V/m. Positivo, ossia diretto nello stesso verso della velocità dell' elettrone (in questo modo l' accelerazione è negativa e l' elettrone può essere frenato).
In sintesi: l' elettrone perde energia cinetica e acquista en. potenziale. Dunque non può che essere: $1/2 m_e v_d^2 = |e|\, E\, d$ Entrambe si possono risolvere anche con la cinematica, nel caso 1) fate attenzione al fatto che d è la distanza dal protone. 3) $V = -E\ d_1$=-0.7 V. L' en. potenziale *acquistata* dall' elettrone in eV è 0.7 eV.

Quattro cariche puntiformi si trovano ai vertici di un quadrato di lato l=30 cm. Il loro valore è,in senso orario, rispettivamente di q_1 =2 nC, q_2 =6 nC, q_3 =-2 nC, q_4=6 nC. Determinare il valore del campo elettrico (mod.,dir.,verso) e il potenziale nel centro del quadrato.
Suggerimento per risolverlo:
Ponete, ad es., q_1 in alto a destra nel quadrato e le altre di conseguenza. Asse x: da q_4 a q_2, Asse y: da q_1 a q_3. d=diagonale/2=$l/\sqrt(2)$ (Sol: $\vec{E} = (0, 800)$ V/m; V= 509 V) Sol:
Posto q_1 in alto a destra nel quadrato e le altre di conseguenza. Asse x: da q_4 a q_2, Asse y: da q_1 a q_3. d=diagonale/2=$l/\sqrt(2)$ E_x viene nullo nel centro del quadrato. $E_y = k_0\,(\frac{q_1}{d^2} + \frac{|q_3|}{d^2})$ (si sommano, perchè i due campi sono diretti nello stesso verso, entrambi nel verso delle y positive con la scelta fatta. viene $\vec{E} = (E_x, E_y) = (0, 800)$ V/m.
Il modulo è $|E| = \sqrt{E_x^2 + E_y^2}$ e la fase (angolo con l' asse delle x) è: $\phi =$

$arctan\frac{E_y}{E_x}$ che, per come è stato scelto il riferimento, dà 90^o.

2. $\boxed{\textbf{Undicesima settimana, da Lu 9 maggio. Lez. 68-75}}$

Esercitazione Esercizio pag. 675 Serway: 3 cariche sull' asse x, le 2 agli estremi positive $q_2 = 6\ \mu C, x = 0m$, $q_1 = 15\ \mu C, x = 2m$ e quella in centro q_3 negativa. Trovare la posizione della carica negativa tale che la forza risultante su essa sia nulla. Immaginiamo che q_3 si trovi ad una generica distanza d dall' origine delle coordinate e dobbiamo trovare d. Viene una equazione di secondo grado.
Discusso il significato delle due radici del polinomio:
la soluzione positiva, ossia q_3 in mezzo alle 2 cariche corrisponde effettivamente a risultante $\vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} = 0$. Numericamente viene d=0.77 m, ossia q_3 più vicina alla carica più piccola, cosa ovvia perchè q_2 genera un campo e dunque una forza più piccolo di quello generato da $q_1 > q_2$. Se fossero state uguali q_3 sarebbe stata in equilibrio esattamente in mezzo alle 2. Notiamo anche che se fossero state uguali avremmo avuto solo una soluzione, il termine in d^2 sarebbe stato nullo. L' altra radice $d = -3.44$ m rappresenta ovviamente non una posizione di equilibrio, infatti q_3 - che viene a sinistra della carica q_2- viene attirata sia da q_2 che da q_1. Rappresenta comunque la situazione in cui il modulo delle 2 forze è uguale $F_{23} = F_{13}$. Anche qui vale il discorso di sopra: q_3 deve stare più vicino alla carica più piccola.

Dipolo elettrico
Due cariche uguali in modulo e opposte in segno, a distanza δ fra loro. Impostiamo il calcolo del campo in un generico punto sull' asse delle due cariche. Si applica il principio di sovrapposizione degli effetti. L' approssimazione di dipolo interviene quando calcoliamo il campo in un punto, che per semplicità noi prendiamo sull' asse del dipolo, a distanza $z_0 \gg \delta$ dal dipolo. Il campo va come $1/z_0^3$, ossia decresce più rapidamente del campo generato da una singola carica, che decresce come $1/z_0^2$. Questo è quello che ci aspettiamo, se ci riflettiamo. Questo risultato vale anche se z_0 non si trova sull' asse del dipolo.
Prendiamo z_0 sull' asse del dipolo, a distanza $z_0 - \delta/2$ dalla carica + e $z_0 + \delta/2$ dalla carica -. Si applica poi il principio di sovrapposizione degli effetti. Fin qui il conto è esatto, senza approssimazioni. Per fare invece il conto del campo a distanza $z_0 \gg \delta$ si può "sviluppare in serie" la differenza delle funzioni $y = \frac{1}{(1-x)^2}$ (termine della carica +, per come abbiamo scleto il riferimento) e $y = -\frac{1}{(1+x)^2}$ (termine della carica -: il segno - è dovuto al fatto che è la carica negativa, il segno + è invece solo dovuto a come abbiamo scelto il riferimento), dove $x = \delta/(2z_0) << 1$, attorno a x=0. Lo sviluppo corrisponde a "linearizzare" la funzione attorno a x=0, ossia trovarne la sua approssimazione lineare

Il risultato della linearizzazione attorno ad x=0 è:

$$y = \frac{1}{(1-x)^2} \simeq (1+2x),$$

$$y = \frac{1}{(1+x)^2} \simeq (1-2x).$$

Il risultato complessivo è: $(1+2x) - (1-2x) = 4x$.
Per coloro che seguono matematica, ecco come si fa:

$$y \simeq y(x=0) + \frac{dy}{dx}|_{x=0} \cdot x + \dots$$

, dove ... significa che si potrebbe andare avanti con "ordini superiori", ossia derivata seconda, terza ecc. Nel nostro caso basta fermarsi al primo ordine. Per fare questo conto occorre sapere fare la derivata di y rispetto ad x: $\frac{dy}{dx} = \frac{d(1/(1-x)^2)}{dx}$ e la derivata $\frac{dy}{dx} = \frac{d(1/(1+x)^2)}{dx}$. Ricordiamo che la derivata di x elevato ad una potenza n qualunque (positivo o negativo) è $n \cdot x^{n-1}$, ad es la derivata di $1/x^2$ è $-2 \cdot 1/x^{-3}$ (perchè qui n=-2 e -2-1=-3). Dunque nel nostro caso abbiamo: $\frac{dy}{dx} = \frac{d(1/(1-x)^2)}{dx} = -2 \cdot \frac{-1}{(1-x)^3}$ e $\frac{dy}{dx} = \frac{d(1/(1+x)^2)}{dx} = -2 \cdot \frac{1}{(1+x)^3}$ (ricordo che dobbiamo anche fare la derivata rispetto ad x del termine +x e -x che appare dentro la parentesi, e questo nel caso del +x dà semplicemente un 1 a numeratore, nel caso del -x dà un -1 a numeratore. Nello sviluppo va poi messo il valore della derivata in x=0 (indicato sopra con il simbolo $\frac{dy}{dx}|_{x=0}$).
Il risultato dello sviluppo è: $(1+2x) - (1-2x) = 4x$

Flusso del campo.
Il **teorema di Gauss**, partendo dal calcolo del campo generato da una carica puntiforme posta nel centro di una sfera. Generalizzazione al calcolo del flusso attraverso una superficie qualsiasi, carica non nel centro, piu' cariche all' interno della superficie considerata.
$\Phi(\vec{(E)}) = \frac{Q_{int}}{\epsilon}$
Il punto importante è che il teorema di Gauss viene fuori perchè il campo varia con legge $1/r^2$.
In pratica, se vogliamo usarlo per calcolare il valore del campo bisogna avere problemi con opportune simmetrie, tali che il campo sia costante, in modulo, direzione e verso, sulla superficie gaussiana scelta, per poterlo portare fuori dall' integrale di superficie di $\vec{E} \cdot \hat{n} dS$ e avere così separati i due contributi del campo e della superficie. Le simmetrie tipiche sulle quali è utile applicare Gauss per calcolare il campo sono: sferica, cilindrica e piana.

Applicazioni del teorema di Gauss:
Campo elettrico generato da una distribuzione sferica di carica di raggio R, con densità di carica $\rho = Q/V$ (V=volume della sfera). Lo facciamo e ricordiamo che lo stesso si può fare per una distribuzione sferica di

massa. Iniziamo con il calcolo del campo generato all' esterno della sfera. troviamo che il campo elettrico generato da una distribuzione sferica di cariche all' esterno della sfera è uguale al campo che avrebbe generato una carica puntiforme, di pari valore di carica, posta al centro della sfera stessa

Continuiamo con il calcolo del campo generato da una distribuzione sferica di cariche. Calcolo del campo all' interno. Notiamo che il campo aumenta con r, finchè $r < R$: infatti in questa situazione aumentare r significa "abbracciare più carica", carica che aumenta con il cubo del raggio. Il campo, se la carica fosse costante, diminuirebbe con $1/r^2$, e il risultato è un campo che aumenta con r. Quando $r > R$ la carica ormai l' ho presa tutta, non aumenta più, e dunque resta solo la diminuizione del campo con $1/r^2$.
Fatto il grafico di $|E(r)|$ per r variabile da 0 all' infinito.

Impostazione del calcolo del campo generato da un filo di lunghezza finita L e carico con densità lineare di carica $\lambda = Q/l$ (l=lunghezza del filo): allo scopo di capire come si procede nel caso in cui non ci siano particolari simmetrie che ci aiutano.
Considerazioni su modulo, direzione e verso del campo elettrico nel punto di mezzo del filo (a distanza r dall' asse del filo) e ragionamento su cosa avviene quando il filo è "infinitamente lungo", ossia $L >> r$.
Campo elettrico generato da un filo di lunghezza "infinita", carico con densità lineare di carica λ (C/m).
Campo elettrico generato da un piano di dimensioni "infinite", carico con densità superficiale di carica $\sigma = Q/A$, (A= area della superficie piana).

Sommario: Notiamo che, nel caso della sfera, il campo all' esterno va come $1/r^2$, nel caso del filo indefinito come $1/r$, nel caso del piano infinito non dipende da r.

Campo elettrico di un doppio strato 2 superfici piane, separate da distanza d, cariche una positiva e una negativa con stessa densità di carica in modulo.
Importanza di fare il disegno, con direzione e verso del campo generato da ogni piano, e ricordarsi che si applica il principio di sovrapposizione degli degli effetti.
Esercitazione, sul teorema di Gauss e elettrostatica:

(a) Es. n. 37 pag. 706 Serway: cilindro molto lungo, raggio R noto ($L >> R$), carico con densità di volume ρ nota. Calcolare il campo per r (distanza dall' asse) fra 0 e infinito.
Sol: Anche qui, come nel filo rettilineo indefinito, per motivi di simmetria il campo è ortogonale all' asse del cilindro e ha lo stesso valore in tutti i punti a distanza r dall' asse. Dunque si applica Gauss per calcolare il campo, visto che lo si può portare fuori dall' integrale che dà il flusso. Viene un campo che aumenta con r, finchè $r < R$ e diminuisce come $1/r$, per $r > R$, ossia all' esterno è esattamente come il campo di un filo

rettilineo indefinito. $Q_{tot} = \rho \times \pi R^2 L$ carica totale, con L lunghezza del cilindro; la carica contenuta invece in un cilindro di raggio $r < R$ è invece: $Q_r = \rho \times \pi r^2 L$. Il flusso del campo elettrico, a cui contribuisce solo il flusso attraverso la superficie laterale del cilindro è $E\ 2\pi r\ L$. Mettendo insieme si ha il risultato descritto sopra.

(b) Svolto es. pag. 157 dispense Luci: cavo sottile rettilineo molto lungo, carico con densità lineare λ=-3.6 nC/m, circondato da un cilindro di raggio d=1.5 cm, carico con densità di carica superficiale σ. Trovare σ tale che il campo all' esterno del cilindro sia nullo.
Sol: si applica il principio di sovrapposizione degli effetti e il teorema di Gauss sia al filo che alla superficie cilindrica. Attenzione: ora il campo generato del cilindro è dovuto ad una carica superficiale, non di volume ! Dunque il campo generato dal cilindro al suo interno, ossia per $r < d$ è nullo (per Gauss), mentre per $r > d$ è dato da (sempre Gauss, dopo avere visto come è diretto il campo): $E 2\pi r L = (\sigma 2\pi d L)/\epsilon_0$, da cui $E = \sigma \frac{d}{r\ \epsilon_0}$ (che per $r = d$ diventa σ/ϵ_0, notatelo). Per direzione e verso valgono le stesse considerazioni fatte per il filo rettilineo indefinito.

(c) Fate es. di esonero: campo elettrico uniforme noto= 2 kN/C, diretto come x. Una carica q= 3 μC viene lasciata libera all' interno del campo con vel. iniziale $v_i = 0$. Percorre Δx=4 m. Calcolo di variazione di en. cinetica, en. potenziale e del potenziale in $x = 4$ m.
Soluzione: $L = qE\Delta x = \Delta E_c = -\Delta E_p$. Da cui ΔE_c = 24 mJ. ΔE_p = -24 mJ. $\Delta V = \Delta E_p$/q = - E Δx =-8 kV.

I conduttori: le cariche elettriche possono muoversi all' interno dei conduttori, sotto l' azione di un campo elettrico applicato (ad esempio connettendo una batteria che generi una d.d.p.). Negli isolanti le cariche elettriche non possono muoversi. Riassumiamo qui i punti importanti:

(a) Se il conduttore non e' connesso a dei cavetti nei quali possa circolare una corrente, l' equilibrio elettrostatico (cariche tutte ferme) è la situazione che spontaneamente si raggiunge.

(b) il campo elettrico è sempre nullo all' interno di un conduttore (se non fosse nullo le cariche si muoverebbero).

(c) le cariche elettriche -meglio:l' eccesso di cariche elettriche- si distribuiscono solo sulla superficie di un conduttore. Se non fosse così, applicando Gauss ad una qualunque superficie interna al conduttore, troverei un campo non nullo, in contraddizione con il punto precedente. Attenzione: le cariche non si distribuiscono in modo necessariamente uniforme ! Come si distribuiscono dipende dalla geometria del conduttore. Infatti si devono distribuire in modo tale che il potenziale sulla superficie del conduttore sia sempre lo stesso. Il potenziale deve essere lo stesso per il punto seguente.

(d) Il campo elettrico deve essere normale (ed esterno) ad ogni punto della superficie. Se non lo fosse ci sarebbe una componente tangenziale alla superficie che metterebbe in moto le cariche. Come conseguenza il valore del potenziale V sulla superficie, poichè le sue variazioni danno il campo elettrico tangenziale, deve essere costante su tutti i punti della superficie del conduttore. Ma non basta ...

(e) Poichè il campo elettrico è nullo all' interno del conduttore, la variazione di potenziale fra due punti qualunque del conduttore è sempre nulla. Ossia: il potenziale è lo stesso dappertutto in un conduttore.
Gabbia di Faraday.
Il campo elettrico è nullo all' interno del conduttore e sulla superficie può variare e il suo valore dipende dalla densità di carica locale che in generale, come già detto, non è uniforme. Anzi, precisiamo ...

(f) Le cariche si accumulano dove il raggio di curvatura è più piccolo, ossia sulle "punte". Come conseguenza, laddove c ' è maggiore densità di carica il campo elettrico è maggiore. Dimostreremo entrambe le cose. Iniziamo dalla seconda:

(g) Il campo sulla superficie di un conduttore è proporzionale alla densità di carica, ossia il teorema di Coulomb: il campo vicino alla superficie di un conduttore (ortogonale e esterno) è in modulo pari a σ/ϵ_0. Si dimostra con Gauss, ricordando che le cariche sono solo sulla superficie esterna del conduttore e che il campo è ortogonale alla superficie del conduttore.
Es. su una sfera conduttrice, carica con carica totale Q: $E(a) = \sigma/\epsilon_0 = \frac{Q}{4\pi a^2 \epsilon_0}$ (ritroviamo ciò che avevamo visto con Gauss, ossia il fatto che il campo elettrico generato da una sfera carica -sia conduttrice che isolante- è uguale al campo che genererebbe una carica puntiforme Q posta nel centro della sfera).
All' esterno della sfera conduttrice $r > a$ il campo è ancora $E(r) = \frac{Q}{4\pi r^2 \epsilon_0}$.

Ancora sui conduttori: potenziale, campo, induzione

(a) Notiamo che il concetto di potenziale nel caso del cariche elettriche è molto importante, ed è questa l' unica differenza nella analogia con il campo gravitazionale. Il potenziale gravitazionale (gh, nel caso di un corpo a quota h sulla superficie della Terra) non è così usato perchè viene a mancare il concetto di "conduttore". Nel caso del campo elettrico, nei conduttori le cariche possono essere in moto e perchè non lo siano dobbiamo avere a che fare con "superfici equipotenziali". Il potenziale inoltre si può "trasportare": se attacco due fili fra 2 morsetti di una batteria che sono ad una certa d.d.p. (differenza di potenziale), posso trasportare questa stessa d.d.p. dove voglio .... Vedremo fra poche lezioni il concetto di corrente elettrica (variazione di carica nel tempo, ossia movimento di cariche elettriche).

(b) Ricordiamo ancora che il campo elettrico è un campo conservativo.

(c) Calcolo del potenziale su una sfera conduttrice di raggio a. Si trova: $V(a) = \frac{Q}{(4\pi\,\epsilon_0\,a)}$, con $V(\infty) = 0$. Disegniamo il campo e il potenziale.

Il potenziale è costante dappertutto sul conduttore e decresce come $1/r$ all' esterno. Il campo è nullo all' interno, costante sulla superficie (vedi il valore scritto sopra) e decresce come $1/r^2$ all' esterno.

(d) La distribuzione delle cariche deve essere tale che la superficie sia "equipotenziale" (ossia non ci siano variazioni di potenziale da un punto all' altro). Come conseguenza si ha che si avrà una σ maggiore laddove il raggio di curvatura è più piccolo. Vedi l' espressione del potenziale sulla sfera conduttrice carica: funzione della carica e del raggio, ossia della carica e della geometria del conduttore. Faremo un esempio connettendo fra loro due sfere conduttrici carcihe di raggio diverso.

(e) Induzione e induzione completa. Esempio di una sfera carica (isolante o conduttrice) circondata da una corona sferica conduttrice scarica. Vediamo come si distribuiscono le cariche, per l' induzione.

Esercitazione

Svolto esercizio su Gauss e induzione (pag. 708 n. 59 Serway) su geometrie sferiche: calcolo del campo elettrico nel caso di una sfera isolante di raggio r_1 e densità di carica uniforme ρ, è concentrica ad una sfera cava conduttrice di raggi r_2, r_3. Calcolare $\vec{E}$ per r fra 0 e infinito. Grafico del campo elettrico nei 2 casi in cui la sferetta interna sia isolante. Notiamo che nel caso in cui sia essa sia conduttrice, ovviamente, l' unica differenza la si ha per $r < r_1$.

Se due conduttori vengono portati a contatto la carica si ridistribuisce in modo che i due si portino allo stesso potenziale. Notiamo che **la carica è una grandezza che si conserva**. Dunque se i 2 conduttori hanno la stessa geometria e dimensione (es. 2 sfere uguali o 2 cariche puntiformi) la carica complessiva, somma delle 2 di partenza, si distribuirà in parti uguali sui 2 conduttori. Se la geometria e/o le dimensioni sono diverse ovviamente no, sarà solo il potenziale ad essere lo stesso (e la carica totale= alla somma delle cariche di prima).

Riprendiamo il punto "come si distribuiscono le cariche sulla superficie del conduttore" ? La loro distribuzione deve essere tale che la superficie sia "equipotenziale" (ossia non ci siano variazioni di potenziale da un punto all' altro, già detto). Come conseguenza si ha che si avrà una σ maggiore laddove il raggio di curvatura è più piccolo. Ora lo dimostriamo, ma prima notiamo che, da questo e dal teorema di Coulomb, segue che il campo elettrico è maggiore sulle punte.

Prendiamo 2 sfere conduttrici cariche, con raggi $r_1 > r_2$ (distanti in modo che il campo di una non influenzi quello dell' altra). siano Q_a e Q_b le loro cariche all' inizio. Importante: in un conduttore sferico la carica si distribuisce in modo uniforme. I potenziali sulle 2 sfere saranno: $V_1 = \frac{Q_a}{(4\pi\,\epsilon_0\,r_1)}$ e $V_2 = \frac{Q_b}{(4\pi\,\epsilon_0\,r_2)}$. Se ora le collego con un cavo (lungo, per il motivo detto sopra), formeranno un unico conduttore e dunque si portano allo stesso potenziale. Le cariche elettriche si devono ridistribuire sulla superficie del nuovo conduttore (trascu-

riamo il cavo). Inanzitutto la conservazione della carica elettrica ci dice che: $Q_a + Q_b$= $Q_1 + Q_2$, dove Q_1 e Q_2 sono le loro cariche sulle due sfere dopo la connessione.
Possiamo scrivere: $\frac{Q_1}{(4\pi\,\epsilon_0\,r_1)} = \frac{Q_2}{(4\pi\,\epsilon_0\,r_2)}$, ossia $\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{r_1}{r_2}$, ossia la carica totale sulla sfera più grande è maggiore. Ma la densità di carica ? Dobbiamo calcolare $\frac{\sigma_1}{\sigma_2}$, dove $\sigma_{1,2} = \frac{Q_{1,2}}{4\pi r_{1,2}^2}$. Combinando le equazioni scritte si ha che: $\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{Q_1\,r_2^2}{Q_2\,r_1^2}$ ossia $\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{r_2}{r_1}$, che è quello che volevamo dimostrare: la densità di carica, e di conseguenza il campo, è maggiore dove il raggio (di curvatura, in generle) è minore.

Esercitazione: svolti esercizi vari su richiesta degli studenti, soprattutto di calorimetri e termodinamica

Capacità di un conduttore $C = Q/V$, si misura in farad. Ricordiamo l' analogia già fatta con la capacità termica. Capacità di una sfera conduttrice carica: $C = 4\pi\epsilon_0 R$, dove R è il rqggio della sfera.

Notiamo che $C = Q/V$, ma alla fine non dipende dal valore di Q e di V,ma solo dalla geometria e dal materiale con cui è fatta (vedremo i dielettrici). Le capacità sono "componenti elettronici" che si comprano (es. C=1nF, C=5 pF...)

(a) **Condensatori e capacità di un condensatore**

(b) Capacità di un condensatore piano, $C = \epsilon_0 S/d$. Aumenta con la superficie delle armature, S, e diminuisce all' aumentare della distanza fra esse, d. capacità di un condensatore cilindrico, con i raggi dei cilindri molto minori della lunghezza $r_1, r_2 << l$. $C = 2\pi\epsilon_0/ln(r_2/r_1)$
Notiamo che nel condensatore piano il campo elettrico è uniforme, ortogonale alle armature e diretto dalla armatura positiva verso la negativa. Se la distanza fra le 2 armature è δ, si ha che la differenza di potenziale fra le armature è $V_p - V_m = E\,\delta$, $Q = \sigma\,S$, se S è la superficie di una armatura, ed $E = \sigma/\epsilon_0$. Il potenziale cresce linearmente dall' armatura negativa verso la positiva, dunque, ad una distanza generica x^* dalla armatura negativa vale $V = E\,x^*$.

(c) Energia elettrostatica immaganizzata in un condensatore. Dal lavoro elementare $V dq = \frac{qdq}{C}$ *fatto sul sistema* per portare la carica dq sul condensatore, integrando poi per trovare il lavoro complessivo, ossia l' energia elettrostatica immagazzinata nel sistema, da 0 a Q;

(d) Densità di energia elettrostatica $w = E_p/volume$ J/m^3. Lo dimostriamo per il condensatore piano, ma il risultato vale sempre. La densità di energia elettrostatica è sempre $w = \frac{\epsilon_0\,E_0^2}{2}$ (nel vuoto).

(e) Condensatori in serie e in parallelo. Calcolo della capacità "equivalente".
In serie: la carica Q sulle armature dei condensatori è la stessa.
In parallelo: la d.d.p. V fra le armature dei condensatori è la stessa.

Dielettrici, cenni Sono isolanti, che modificano il valore del campo elettrico. Campo in un dielettrico, confrontato con il campo E_0 nel vuoto: $E_d = E_0/\epsilon_r$. Il campo diminuisce per la presenza del dielettrico (le molecole del dielettrico si polarizzano, formano dei dipoli il cui campo si oppone al campo E_0). ϵ_r, costante dielettrica del materiale, è sempre maggiore di 1. È adimensionale.
La capacità se fra le 2 armature c' è un dielettrico aumenta $C_d = \epsilon_0 \epsilon_r C_0$.

Dunque, se c' è un dielettrico dobbiamo sostituire ϵ_0 con $\epsilon = \epsilon_0\, \epsilon_r$. Esempio della velocità della luce nel vuoto e in un mezzo: $v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r\, \mu_r}} \approx \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}}$.

Esercitazione
Es. di esonero sui condensatori: un condensatore $C_1 = 150$ pF che si trova a $\Delta V_i = 285$ V, viene messo in parallelo ad un altro condensatore $C_2 = 250$ pF inizialmente scarico. Calcolare ΔV finale e la carica su entrambi i condensatori.
Sol:
La carica si conserva, dunque $Q_f = Q_1 + Q_2 = Q_i$, con $Q_i = C_1\, \Delta V_i = 42.7$ nC. Inoltre $C_{eq} = C_1 + C_2 = 400$ pF; dunque $V_f = Q_f/C_{eq} = 107$ V. La carica su ciascun condensatore vale: $Q_{1f} = C_1 \Delta V_f = 16$ nC; $Q_{2f} = C_2 \Delta V_f = 26.7$ nC;

- Dettato es. di esonero sui condensatori: condensatore di $C_1 = 2\ \mu$F viene collegato ad una batteria di 12 V e poi scollegato. Se si collega un secondo condensatore C_2 inizialmente scarico in parallelo al primo si trova che la d.d.p. scende a 4 V. Trovare C_2.
  Sempre in questa configurazione, nel primo condensatore si inserisce un dielettrico con $\epsilon_r = 2$. Trovare la nuova d.d.p. ai capi dei condensatori. Sol numerica: $C_2 = 4\mu F$. $V_f = 3$ V.

3. $\boxed{\textbf{Proposta di esercizi}}$

- **CONSIGLI** Provate a farli immaginando di essere all' esame, con solo il vostro formulario. Anzi, approfittatene per completare/controllare il formulario.
Non affrettatevi a guardare le soluzioni. Pensateci bene prima di arrendervi. Anche se questo volesse dire doverci tornare su il giorno dopo, ristudiare un o più capitoli del libro (auspicabile che lo facciate se non riuscite a risolvere il problema), discuterne con i compagni.
Anche coloro che faranno lo scritto, dove si possono consultare libri ed appunti, dovrebbero farli seguendo la stessa filosofia, ossia ristudiare i capitoli necessari e non usare nulla se non il formulario nel momento in cui si ripassa a risolvere l' esercizio. *Non* svolgeremo tutti questi esercizi a lezione.
Li passerò in rassegna nelle ultime lezioni. Dunque chiedete se avete difficoltà di qualunque tipo.
Tenete sempre presente che si tratta di "appunti", dunque potrebbero esserci errori. A maggior ragione, in caso di dubbi, chiedete !
Ovviamente, gli esercizi che io vi suggerisco non esauriscono l' insieme degli esercizi da fare !! Mi raccomando, dovete esercitarvi parecchio, come ho ripetuto tante volte ...

- **Termodinamica** (esame)
Una macchina termica usa come fluido una mole di gas perfetto monoatomico. Il gas compie un ciclo reversibile costituito da una espansione isobara fra uno stato A e uno stato B seguita da una trasformazione isocora dallo stato B allo stato C, e da una isoterma che riporta il gas nello stato A. Sapendo che $p_A = 5$ atm, $V_A = 6$ l e il lavoro fatto dal gas nell' espansione isobara è 3030 J, calcolare:
a) volume e temperatura del gas in C; b) il calore scambiato nelle tre trasformazioni; c) il rendimento del ciclo.
Sol:$V_C = V_B = 0.012$ m^3; $T_C = T_A = 364.6$ K; $Q_t = 939$ J; $Q_t = L_t$ (totale); $\eta = \frac{L_t}{Q_{AB}}$ =12.3 % (Q_{AB} è l' unico calore dato al sistema).
- **Compito di esame CTF febbraio 2007**
(Notate che è piuttosto "semplice", dunque dovreste saperlo fare senza problemi...)
Una quantità di 1.5 moli di un gas biatomico, in condizioni di gas perfetto, compie un ciclo termodinamico, composto di tre trasformazioni reversibili:
- dallo stato A allo stato B con una trasformazione isoterma alla temperatura di 320 K;
- dallo stato B allo stato C con una trasformazione isobara alla pressione di 2 atmosfere;
- dallo stato C allo stato A iniziale con una trasformazione isocora al volume di 10 litri.
Si calcolino :

- la pressione dello stato A, il volume dello stato B e la temperatura dello stato C;
- il lavoro della trasformazione isoterma AB, la variazione di energia interna della trasformazione isocora CA (2720 J; 4920 J);
- il lavoro totale del ciclo (761 J).

- Un corpo di massa m scivola lungo un piano inclinato liscio partendo dall' estremo più alto con vel. iniziale nulla. Contemporaneamente dall' estremo inferiore si lancia lungo il piano inclinato un altro corpo di ugulae massa con vel. iniziale $v_0 = 10$ m/s. Il piano forma un angolo di 30^o con l' orizzontale ed è lungo $L = 10$ m. Calcolare:
  a) dopo quanto tempo si urtano; b) in che punto sul piano si urtano; c) supponendo l' urto completamente anelastico, la vel. dei due corpi dopo l' urto; d) in quale verso si muovono dopo l' urto.
  Sol: 1 s; 7.55 m; 0.1 m/s; verso . . . riflettetecì.

- **Termodinamica** Esame 3 luglio 2006 –Termodinamica 10 punti
  Un gas perfetto descrive un ciclo reversibile costituito da una compressione adiabatica, da un raffreddamento isocoro e da una espansione isoterma a $T =$ 0°C. Sapendo che il lavoro fatto dal gas nella trasformazione isoterma è 4200 J e che durante il ciclo il gas cede complessivamente una quantità di calore pari a 6700 J, calcolare:
  a) il lavoro compiuto dal gas nella trasformazione adiabatica; $L_{AB} =$
  b) la variazione di entropia nella trasformazione isoterma; $\Delta S_{CA} =$
  c) la variazione di entropia nella trasformazione isocora. $\Delta S_{BC} =$
  Soluzione:
  a) Il lavoro totale fatto nel ciclo è uguale al calore scambiato nel ciclo, poichè la var. di energia interna sul ciclo è nulla. Il lavoro sull' isocora BC è nullo. Il lavoro sull 'isoterma L_{CA} è noto. Dunque $L_{tot} = Q_{tot} = L_{AB} + L_{CA}$. Da cui sull' adiabatica AB si ha:
  $L_{AB} = L_{tot} - L_{CA}$=$Q_{tot} - L_{CA}$=-6700-4200=-10400 J (6700 J sono calore ceduto dal gas, dunque negativo).
  b) sull'isoterma il calore assorbito è uguale al lavoro fatto ($\Delta U_{isoterma} = 0$), la temperatura è costante $T_0 = 273.15$ K (ricordate di convertire !!). Dunque: $\Delta S_{isoterma}= \frac{Q_{CA}}{T_0}=\frac{L_{CA}}{T_0}=\frac{4200}{273.15}=$ 15.4 J/K.
  c) L' entropia è una funzione di stato, dunque la sua variazione in un ciclo è nulla. Inoltre la variazione di entropia in una adiabatica **reversibile** è nulla. Dunque $\Delta S_{isocora}$=ΔS_{BC}= =$-\Delta S_{CA}$=-15.4 J/K.

- **Urti** Lasciamo rotolare una palla su un terreno (coeff. di attrito dinamico =0.8). Calcolare la velocità con cui ne urta un' altra di stessa massa e inizialmente ferma, tale che la seconda si fermi dopo s= 2 m dall' urto (supposto elastico).
  Sol: i due corpi subiscono un urto elastico centrale e si scambiano le velocità.

Essendo di stessa massa ed essendo la seconda palla ferma inizialmente si ha che $v_1' = v_2 = 0$, mentre $v_2' = v_1$ vel. iniziale della prima palla, da calcolare (con il ' indico le grandezze dopo l' urto). Poi: lavoro = variazione di en. cinetica. Ossia: $\mu_D\, m\, g\, s = \frac{1}{2} m (v_2')^2$, da cui $(v_2')^2 = 2\mu_D g s$ e $v_2' = v_1$.

- **Moto circolare**: Un ciclista percorre una pista circolare di raggio R= 100 m. La pista è inclinata verso l' interno e forma un angolo di ϕ =30^o con l' orizzontale. Non cè attrito. Quale è la velocità con la quale il ciclista può percorrere la pista senza sbandare ? Il valore trovato rappresenta un valore massimo di velocità, un valore minimo oppure un valore ben preciso, al variare del quale il ciclista scivolerebbe ?
Sol: vedi il problema di automobile in curva su strada inclinata. Il moto non è sul piano inclinato. Bisogna scegliere il sistema di rif. corretto (non x parallela al piano inclinato!), proiettare le forze correttamente (peso, reazione del piano = forza centripeta.). Viene: $v = \sqrt{Rg \tan\phi}$=23.8 m/s. Valore preciso per avere equilibrio.

- **Forze** Due blocchi collegati da una fune di massa trascurabile sono trascinati da una forza $\vec{F}$= 68 N. Le due masse sono: $m_1 = 12$ kg e $m_2 = 18$ kg. Il coefficente di attrito dinamico vale $\mu_D = 0.1$. Determinare la tensione $\vec{T}$ e l' accelerazione del sistema.
Sol: fare il disegno dei due blocchi e delle forze su essi. Sull' asse x (quello del moto) si ha:
$T - f_{a1} = m_1 a$, $F - T - f_{a2} = m_2 a$, dove $f_{a1} = \mu_D m_1 g$ e $f_{a2} = \mu_D m_2 g$. Si ricava: a=1.29 m/s^2; T=27.2 N.

- **Macchine termiche**:
il motore di una macchina termica ha rendimento del 20% e produce in media 23kJ di lavoro meccanico al secondo. Quanto calore al secondo deve essere fornito alla macchina termica ? Quanto calore al secondo viene invece scaricato dal motore della macchina termica ?
Sol: $\eta = 0.2 = \frac{L}{Q_C}$; $\frac{Q_C}{s} = \frac{L}{s\,\eta}$ = (23/0.2) kJ/s = 115 kJ/s; $\frac{Q_F}{s}$ =$\frac{Q_C}{s}$ - $\frac{L}{s}$ = (115-23) kJ/s = 92 kJ/s.

- **Macchine termiche**:
Un freezer ha coefficiente di prestazione (rendimento) COP=3.8 e utilizza una potenza di 200 W. quanto tempo ci mette a congelare 600 g di acqua e farne ghiaccio a 0 ^{o}C ?

COP = 3.8 = $\frac{Q_F}{L} = \frac{Q_F}{Q_C - Q_F}$ (Q_F in modulo). $\frac{L}{s}$ = potenza P = 200 W (ossia J/s).
$Q_F = -m_a\, \lambda_{fus}$ = - 600 $\times$ 80 = -48 kcal = - 200 kJ (energia da sottrarre all' acqua). Ma la quantità di calore al secondo che la macchina estrae dalla

sorgente fredda è

$$Q_F/s = \frac{L}{s} \cdot COP =$$

200×3.8 =760 J/s. Dunque, per avere il tempo necessario dobbiamo dividere il Q_F totale che serve per il $\frac{Q_F}{s}$ che la macchina riesce a togliere all' acqua ogni secondo. Da cui $t = \frac{200 \times 10^3}{760} = 264.3$ s.
(Sol: 264.3 s)

- **Per chi sa fare integrali semplici ..provate..**: Sbarra sottile di lunghezza a, possiede una carica totale positiva Q distribuita uniformemente. 1) Calcolare il valore del campo ad una distanza x^* da una estremità della barra, lungo la direzione della barra stessa. 2) Calcolare il valore per $x^* >> a$ e commentarlo. Nota: si applica il principio di sovrapposizione degli effetti anche ad una distribuzione continua di carica come questa. Bisogna "affettare" la barretta in elementini di larghezza dx, ciascuno con carica $(Q/a)dx$.
- **Termodinamica** Supponete che, sempre valido il primo principio della termodinamica ma non il secondo, succede qualcosa di strano e mentre un nuotatore è in piscina l' acqua improvvisamente congela. Come muore il nuotatore ??

  Potenziale nel centro del quadrato= $V_0 = k_0 \, (\frac{q_1}{d} + \frac{q_2}{d} + \frac{q_3}{d} + \frac{q_4}{d})$=509 V (ciascuna carica il suo segno)
- **Macchine termiche** Una macchina di Carnot assorbe in un ciclo un calore di 2000 J dalla sorgente a temperatura più alta e compie un lavoro di 1500 J. Se la temperatura della sorgente più fredda è 200 K, calcolare la temperatura della sorgente calda.
  Sol: Q_C =2000 J, L=$Q_C - |Q_F|$=1500 J. Dunque Q_F=500 J. Ricordando che, essendo una macchina ideale, possiamo scrivere $Q_C/Q_F = T_C/T_F$, troviamo $T_C = 800$ K.
- **Calorimetria, energia** Un lago contiene circa $4\,10^{11}$ m^3 di acqua. Determinare:
  a) la quantità di calore necessaria per aumentare la T dell' acqua da 11 ^{o}C a 12 ^{o}C.
  b) Supponendo che il calore venga fornito da una centrale idroelettrica alimentata da un condotto con portata di 1000 l/s) che pesca acqua da un laghetto a h=250 m di quota rispetto alla centrale e supponendo un rendimento della centrale del 50%, trovare la potenza della centrale e per quanti anni circa dovrebbe funzionare questa centrale (si ricorda che un giorno solare medio ha 86400 s).
  a) $Q = m_a \, c_a \Delta T = 16.7\,10^{17}$ J ($\Delta T = 1$ K).
  b) $E/s = m\,g\,h/s = \rho_a\,V_a\,g\,h$, con $V_a = 10^3\,10^{-3}\,m^3/s$. Viene: $E/s \simeq 2.5$ MW. Poichè il rendimento è 0.5 si ha che la potenza erogata dalla centrale è P=1.25 MW.

c) Se ora divido Q per P trovo quanti secondi ci vogliono alla centrale per fornire la quantità di calore Q che innalza di un grado la T del laghetto. Da qui si fa facilmente il conto su quanti anni ci vogliono (basta dividere i secondi trovati per 365 86400).
(Sol: $Q = 16.7 \times 10^{17}$ J; $t = \frac{Q}{P}$ in secondi, con P=1.25 MW)

- **Es. di esame 3 luglio 2006 CTF**:
Un uomo di 60 kg corre a velocità v=3.8 m/s e salta su una slitta di massa 12 kg, inizialmente ferma. La slitta con l' uomo sopra si ferma dopo aver percorso 30 m sulla neve. Si calcoli: a) il coeff. di attrito dinamico slitta-neve. b) il lavoro compiuto dalle forze di attrito nei primi 20 m di percorso.

  Dati: M= 60 kg; m= 12 kg; v=3.8 m/s, s= 20 m
Soluzione, traccia:
"Urto" fra uomo e slitta anelastico. Cons. quantità di moto. Calcolo la vel. v' con la quale il sistema uomo-slitta parte. $Mv = (m+M)v'$. Viene $v' = 3.17$ m/s. Il lavoro delle forze di attrito è $L_{fa} = \mu_D \,(m+M)\, g\, s$ =240.67 J.

- **Es. di esame 3 luglio 2006 CTF**:
3 kg di ghiaccio, inizialmente a 0 ^{o}C, vengono fatti liquefare, poi riscaldare alla temperatura di 100 ^{o}C e infine fatti evaporare. Conoscendo il calore latente ghiaccio-acqua ($\lambda_{fus} = 3.35 \times 10^5$ J/kg) e acqua-vapore ($\lambda_{ev} = 22.6 \times 10^5$ J/kg) si calcolino: a) la variazione di entropia del ghiaccio nella liquefazione; b) la variazione di entropia dell' acqua nel riscaldamento a 100 ^{o}C; c) la variazione di entropia dell' acqua nella vaporizzazione.
Dati: $m_G = 3$ kg, $T_i = 273.15$ K, $T_f = 373.15$ K. $\Delta S_{ghiaccio} = \frac{m_G \lambda_{liq}}{T_i} = 3679$ J/K;
$\Delta S_{acqua} = m_G\, c_a \ln \frac{T_f}{T_i} = 3912$ J/K; (c_a cal. spec. acqua)
$\Delta S_{vapore} = \frac{m_G \lambda_{ev}}{T_f} = 1.817\ 10^4$ J/K ..ma verificate;
(Sol: 3679 J/K , 3912 J/K, 1817 J/K ;)

- **Es. di esame 3 luglio 2006 Farmacia**:
Un blocco di massa m_1= 2 kg viene lanciato su un piano orizzontale liscio con velocità v_1= 4.5 m/s da una molla inizialmente compressa di x= 20 cm. Successivamente il blocco urta un altro blocco di massa $m_2 = 2\ m_1$. Dopo l' urto i 2 blocchi rimangono attaccati e scivolano su un piano orizzontale scabro. Si fermano dopo aver percorso 2 m. Calcolare: a) la costante elastica della molla; b) la velocità dei due blocchi dopo l' urto; c) il coeff. di attrito dinamico fra i blocchi e il piano scabro.
(Sol: K=1012.5 N/m ; v=1.5 m/s;0.057)

- **Es. di esame 2006 Farmacia**:
Una sfera di materiale isolante e raggio $R = 10$ cm è carica con carica complessiva Q_x, uniformemente distribuita. Sapendo che la forza con la quale la sfera attrae una carica puntiforme q= -1 μC, posta a distanza d=2 m dal centro

della sfera, è, in modulo, pari a $F_a = 4.5\,10^{-3}$ N, determinare: a) il valore, con segno, della carica della sfera Q_x b) il valore del campo elettrico, in modulo, direzione e verso, che la sfera produce a distanza $r = 5$ cm dal suo centro $\vec{E}$.
Supponendo ora che la stessa sfera sia conduttrice, ed eserciti la stessa forza sulla carica puntiforme (ignorando effetti di induzione di carica), rispondere di nuovo alle domande precedenti: c) il valore, con segno, della carica della sfera conduttrice Q_c d) il valore del campo elettrico, in modulo, direzione e verso, che la sfera produce a distanza $r = 5$ cm dal suo centro $\vec{E}_c$.
Soluzione: a) La forza su q è attrattiva, dunque la carica Q_x deve positiva. La forza che la sfera di carica Q_x esercita su una carica q a distanza d dal centro della sfera è data, in modulo, da: $F = \frac{k_0\,Q_x\,q}{d^2}$= 4.5 mN, con $k_0 = 1/(4\pi\epsilon_0) = 9.1 \cdot 10^9$ m/F. Si ha: $Q_x = \frac{F\,d^2}{k_0\,|q|} = \frac{4.5 \cdot 10^{-3} \cdot 2^2}{9.1 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6}} = 1.98\mu$C.

b) La carica è distribuita uniformemente sul volume della sfera. Dunque, per il teorema di Gauss, ho che il modulo del campo, a distanza $r \leq R$ dal centro della sfera, vale $E_r = k_0\,Q_r/r^2$, dove $Q_r = Q_x\,r^3/R^3 = 0.25\,\mu$C è la carica contenuta nel volume V_r. Sostituendo: $E_r = k_0\,Q_x \frac{r^3}{R^3}\frac{1}{r^2} = k_0\,Q_x \frac{r}{R^3} = 9.1 \cdot 10^9 \cdot 1.98 \cdot 10^{-6} \cdot 0.05/0.1^3 = 9 \cdot 10^5$ N/C. Il campo è radiale e diretto verso l' esterno della sfera.

c) La risposta è la stessa del caso a), perchè il campo, e dunque la forza, all' esterno della sfera non dipendono da come la carica è distribuita sulla sfera, ma solo dal valore della carica stessa (vd. teorema di Gauss).

d) Il campo è nullo ovunque all' interno del conduttore.

(Sol: $Q_x = 1.98\mu$C ;$\vec{E} = 9 \cdot 10^5$ N/C; $Q_c = 1.98\mu$C ;$\vec{E}_c = 0$ N/C)

- Trovare il lavoro fatto per portare 3 cariche uguali, di valore q=1μ C sui vertici di un triangolo equilatero di lato $l = 10$ cm. Ricordiamo che il lavoro fatto dall' esterno per realizzare una configurazione è pari all' energia elettrostatica di quella configurazione. Infatti, il lavoro fatto dal campo è $L = -\Delta E_p = E_p(iniziale) - E_p(finale)$ e il lavoro fatto dall' esterno è $L_{est} = \Delta E_p = E_p(finale) - E_p(iniziale)$. $E_p(iniziale) = 0$ perchè è il valore all' infinito, che per convenzione è preso a 0. Dunque, in questo caso, $L = \Delta E_p = 3\,k_0\,q\,q/l$=0.27 J, dove il 3 dovuto al fatto che ho la somma di 3 termini uguali.
  Ovviamente il calcolo lo si può fare direttamente dal lavoro, supponendo inizialmente le 3 cariche all' infinito e non interagenti fra loro. Per portare la prima q_1 sul primo vertice del triangolo il lavoro è nullo, perchè non c'è nessun campo, per portare la seconda q_2 a distanza l dalla prima il lavoro è $L = \int_\infty^l q_2\,E_1\,\mathrm{d}r$, dove $\vec{E}$ è il campo generato da q_1, ossia $\vec{E}_1 = \frac{q_1\,vecr}{4\pi\epsilon_0 r^3}$. Poi, per portare q_3 il lavoro è la somma di due termini $\int_\infty^l q_3\,E_1\,\mathrm{d}r$ e $\int_\infty^l q_3\,E_2\,\mathrm{d}r$.
- Un blocchetto di ghiaccio di massa 100 g a 0 ^{o}C è mescolato a 200 g di vapore

a 100 ^oC. All' equilibrio, quale è la temperatura della miscela ? Si tratta di acqua, ghiaccio o vapore ? Calcolare anche la variazione di entropia. Attenzione, nel calcolo dell' entropia, a come farlo durante il passaggio di stato, dove T è costante, e a come farlo quando il calore viene ceduto o assorbito per variare la temperatura. Sol:
Sia il ghiaccio che il vapore devono fare un passaggio di stato e poi raggiungere la temperatura di equilibrio. Dunque: $Q = -\lambda_{ev} m_v + m_v c_a (T_e - T_{100}) + \lambda_{fus} m_G + m_G c_a (T_e - T_0)$; Il vapore cede calore al ghiaccio, diventando acqua, e il ghiaccio si riscalda e si trasforma in acqua anche lui. Esplicitando rispetto a T_e si ricava T_e=40.3 ^oC.
La variazione di entropia ha 4 termini: $\Delta S_{vapore-acqua}$; $\Delta S_{ghiaccio-acqua}$; $\Delta S_{acqua_v\ T_e}$; $\Delta S_{acqua_G\ T_e}$. I primi due termini sono del tipo $\frac{\lambda m}{T}$, i secondi due del tipo $\int_{T_i}^{T_f} m\, c_a \frac{dT}{T}$. Attenzione a mettere le temperature in kelvin.

- In una trasformazione isobara a $p_0 = 5\, 10^5$ Pa, 2 moli di gas perfetto monoatomico raddoppiano il volume. Se T_i=20 ^oC si calcoli: 1) la temperatura finale; 2) il lavoro compiuto nella trasformazione 3) la variazione di entropia. Sol:
$T_f = 2T_i = 586.3$ K; $L = p_0(V_f - V_i)$=4875 J (con $V_f = 2V_i$ e $V_i = \frac{nRT_i}{p_0}$=0.0974 m^3). La var. di entropia è data da: $\Delta S = \int_{T_i}^{T_f} n\, c_p \frac{dT}{T}$= 28.8 J/K.

- 2 cariche positive uguali q,poste in $x = a$ e in $x = -a$. Disegnare il potenziale del sistema complessivo, trovarne il minimo e spiegare a che situazione corrisponde. Il potenziale è dato da iperboli equilatere con assi uno in $x = a$ e l' altro in $x = -a$. Il minimo è in x=0 (e viene proprio V=0, ma questo non è importante) e corrisponde alla situazione di equilibrio, ossia una carica qualunque posta nel minimo del potenziale ci resta, poichè la forza agente su di ess è nulla. Abbiamo anche disegnato la forza agente su q_1 posta in x=0. Matematicamente: la derivata prima del potenziale, cambiata di segno, dà il campo e dunque la forza agente su una carica. Se ho un minimo la derivata prima deve essere nulla, ossia il campo deve essere nullo.

- Una caldaia ha una potenza termica di 20000 kcal/h. Calcolare quanto vale il flusso massimo di acqua (in litri/minuto) a 50 gradi che essa riesce a fornire se l' acqua entra nella caldaia ad una temperatura di 15 gradi.
Soluzione: La caldaia deve portare, in un minuto, una certa quantità di acqua da T_i =15 gradi a T_f = 50 gradi, utilizzando una potenza P = 20000 kcal/h= 333 kcal/min $P = c_a\,(m_a/minuto)(T_f - T_i)$, da cui $m_a/minuto = \phi_{massa}$= $\frac{P}{c_a(T_f - T_i)}$= $\frac{333\times10^3}{35}$= 9.5 kg/minuto. Per calcolare il flusso in volume dobbiamo dividere per la densità dell' acqua: $\phi_{volume} = \phi_{massa/\rho_{acqua}}$= 9.5 m^3/minuto= 9.5 l/minuto.

Esercitazione, elettrostatica e conduttori:

(a) Esercizio n. 41 pag. 706 Serway: Lamina quadrata di rame (ossia, di materiale conduttore) di lato l=0.5 m è in un campo elettrico uniforme $E = 80$ kN/C, perpendicolare alla lamina (ossia, se la lamina buca il piano del foglio, il campo è parallelo al piano del foglio). Determinare: 1) σ su ogni faccia della lamina; 2) la carica q totale su ogni faccia della lamina.
Sol:
1) Il campo sulla superficie del conduttore deve essere in modulo pari a $E = \sigma/\epsilon_0$, dunque la densità di carica che viene indotta su ciascuna superficie del conduttore deve essere $\sigma = E\ \epsilon_0 = 80 \times 10^3 \times 8.85 \times 10^{-12}$ $= 7.1 \times 10^{-7}$ C/m^2. Positiva da una parte e negativa dall' altra.
2) Il modulo della carica elettrica è $q = \sigma\ l^2 \simeq 175$ nC.
Notiamo che, data una lastra conduttrice in un campo elettrico esterno $\vec{E}$, si ha che sulla superficie della lastra si producono cariche indotte tali da creare all' interno del conduttore un campo elettrico complessivo nullo.

(b) Sfera conduttrice di raggio r_1=5 cm e $q_1 = 1\ \mu$ C, è concentrica ad una sfera cava conduttrice di raggi r_2=10 cm e r_3=15 cm, carica con $q_2 = 10\ \mu$C, Calcolare σ, densità di carica, sulla superficie 2 (sup. interna della corona sferica) e la d.d.p. fra la superficie 1 e la superficie 2. Calcolare il campo per r maggiore di r_3. Sol:
$\sigma = \frac{-q_1}{4\pi r_2^2}$=- 8 $\mu C/m^2$.
$V_2 - V_1 = k_0 q_1 (\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}($= -90kV (ossia V_1 è maggiore di V_2).
$E = k_0 \frac{q_1+q_2}{r^2}$, per r maggiore di r_3.

(c) Esercizio esonero + recupero 5/06/2002: Un elettrone entra fra le armature di un condensatore piano, a metà distanza fra le armature, con velocità iniziale $v_i = 10^6$ m/s, parallela alle armature. Urta una armatura (dire quale) a distanza x_0=6 cm dal bordo. La distanza fra le armature $d = 10$ cm. La carica dell' elettrone è $e = -1.6\,10^{-19}$ C e la sua massa $m_e = 9.1\,10^{-31}$ kg. Calcolare la d.d.p. fra le armature e l' energia cinetica dell' elettrone nell' istante dell' urto.
Sol: Prendendo l' asse x parallelo alle armature del condensatore e l' asse y ortogonale, abbiamo che l' el. segue un moto rettilineo uniforme su x e uniform. accel. su y, con accelerazione in modulo $|a| = |e|\,E/m$, negativa. L' el. viene attirato verso l' armatura positiva (la forza sull' elettrone ha verso opposto al campo). Dunque al tempo $t^* = x_0/v_i = 2 \times 10^{-7}$ s l' elettrone urta l' armatura. Al tempo t^* su y l' elettrone è a quota 0, dunque $y = 0 = \frac{d}{2} - \frac{1}{2}|a|t^{*2}$, da cui si ricava $|a| = \frac{d}{t^{*2}} = 2.5 \times 10^{12}$ m/s^2. Si ricava poi il campo $E = (m_e\,a)/e = 14.2$ V/m; la d.d.p. $\Delta V = Ed =$ 1.42 V.
L' energia dell' elettrone, elettrostatica + cinetica si conserva (il campo elettrico è un campo conservativo). Dunque ricaviamo la velocità finale dalla relazione $\frac{1}{2}m_e v_i^2 - |e|\frac{\Delta V}{2} = \frac{1}{2}m_e v_f^2 - |e|\Delta V$.

(d) Un condensatore piano $C_1 = 1$ pF è carico a Q= 4 μC. La distanza fra le armature è d=1 mm. Si aumenta la distanza fra le armature, portandola a $2\,d$. Calcolare la variazione di energia immaganizzata nel condensatore, il valore finale di energia immagazzinata e il valore finale del potenziale ai capi del condensatore. Sol:
$C_1 = \epsilon_0\, \frac{S}{d}$, dunque $V_1 = \frac{Q}{C_1}$. $E_{p1} = \frac{1}{2} C_1 V_1^2$.
Poi: $C_2 = C_1/2$. $V_2 = \frac{Q}{C_2} = 2\ V_1$, $E_{p2} = 2\ E_{p1}$.

4. **Dodicesima settimana, da Ma 17 maggio. Lez. 76-81**

La corrente elettrica

(a) Moto nei conduttori, generalità.
Non fatto a lezione, ma interessante da sapere: calcolo del numero di elettroni di conduzione per unità di volume, supponendo un el. di conduzione per atomo, nel rame (densità=8.9 g/cm^3, peso molecolare PM=63.5 g/mol. Si calcola prima la massa di un atomo, $m_a = PM/N_a \simeq 10^{-25}$ kg e poi il numero di atomi/V è dato da $\rho/m_a \simeq 8\,10^{28}$ atomi/m^3

(b) Densità di corrente $i = \frac{dq}{dt}$, ampere. Verso della corrente (moto dei portatori positivi, dal potenziale più alto verso il più basso). La corrente è uno scalare.

(c) Densità di corrente $\vec{J}$. Sua relazione con l' intensità di corrente i.

(d) Conservazione della carica elettrica: flusso di J attraverso una superficie chiusa è uguale a zero.

(e) Modello della conduzione elettrica. Urti. Confronto e significato fra $v_T \simeq 10^5$ m/s, $v_D \simeq 10^{-6}$ m/s (vel. di agitazione termica e vel. dei portatori di carica). $\vec{v_D} \simeq e\,\vec{E}\,\tau/m$ m/s, dove τ=tempo medio fra 2 urti è dell' ordine di 10^{-14} s.

(f) Prima e seconda legge di Ohm. Resistenza R=$\rho\, l/S$ e suo significato. Resistività ρ. Ohm. Range di valori della resistività (10^{-8} nei buoni conduttori, 10^{17} negli isolanti, 10^5 nella pelle umana). Dipende dalla temperatura.

(g) Cenno ai superconduttori: è possibile fare una circolare una corrente senza la spinta di una forza elettromotrice.

Esercitazione:

(a) Provate a fare questo conto: Data una corrente i=10 A che scorre in un conduttore di sezione A=10^{-4} m^2, calcolare la velocità con cui si muovono i portatori di carica. Troverete un valore bassissimo: per percorrere un metro un elettrone ci mette, rozzamente, 40 ore..considerazioni sul significato di questa velocità rispetto alla velocità con la quale viaggia l' "informazione". Sol:
$v_D = \frac{J}{Nq}$ (N= numero di portatori di carica per unità di volume). $J = \frac{i}{S} = 10^5$ A/m^2. Viene $v_D \approx 7 \times 10^{-7}$ m/s.

Ancora su corrente elettrica e circuiti:

(a) **Generatore ideale e reale di tensione**. Resistenza interna. Un generatore di tensione è caratterizzato dalla f.e.m. (d.d.p. a circuito aperto fra i morsetti) e dalla resistenza interna. Generatore ideale di tensione: V(R) costante, indipendentemente dal valore del carico R e dunque della corrente erogata dal generatore. Generatore reale. Ancora sul partitore di tensione.

(b) **Legge di (o effetto) Joule**. Energia potenziale persa quando una corrente percorre una resistenza, che va in riscaldamento.

(c) **Concetto di forza elettromotrice** i portatori di carica + vanno dal potenziale più alto verso il più basso e nel percorso perdono energia (vd. legge e effetto Joule). Arrivati al morsetto negativo del circuito hanno bisogno di una forza che li riporti verso il potenziale più alto. Questa forza non può essere data dal campo elettrico, perchè va nel verso opposto. Esattamente come una sciatore che, partito dalla sommità di una pista scende giù e,per tornare su, ha bisogno di un impianto di risalita. Il lavoro necessario a portare la carica dal potenziale - verso il + lo fa il campo elettromotore. La d.d.p. fra i morsetti della batteria si chiama f.e.m.
Campo elettrico (circuitazione nulla, conservativo) e campo elettromotore (circuitazione non nulla, non conservativo). Legge di Ohm in forma locale generalizzata ad un circuito chiuso con generatore.

(d) **Leggi di Kirchoff** per i nodi di un circuito e per le maglie. La prima segue dalla conservazione della carica elettrica, la seconda dalla legge di Ohm generalizzata.

(e) forma locale della legge di Ohm: relazione fra $\vec{E}$ e $\vec{J}$. Resistività e conducibilità.

(f) Resistenze in serie e in parallelo. Resistenza equivalente.

(g) Partitore di tensione e di corrente

Esercitazione sui circuiti

(a) Es. dello scritto 21/02/97: fornello elettrico riscalda 2 l di acqua che passano in 5 min da 20^{o}C a T_{eboll}. La d.d.p. ai capi del fornello è 200 V. 1kWh di potenza elettrica costa 0.15 euro. Calcolare: la potenza W consumata; il costo; la resistenza del fornello ($R = V^2/W$); la corrente che passa nella resistenza ($V = Ri$). Sol, traccia : $Q = m_a c_a \Delta T$= 160 kcal=670 kJ. Tempo in secondi t=5 $\times$ 60= 300 s Potenza W = Q/t = 2.23 kW, con t=300 s; 1 kwattora=3.6 $\times$ 10^6 J (kwattora espresso in joule). Costo complessivo=$\frac{Q\ 0.15}{3.6\ 10^6} = 0.028$ euro; resistenza del fornello R=$\frac{200\ 200}{2.23\ 10^3} = 18\ \Omega$;

(b) Es. dello scritto CTF del 29/09/2006: un elettricista dispone di 3 resistenze da 4 Ω ciascuna e di una batteria da 24 V. La res. interna della batteria è trascurabile. L' elettricista collega le tre resistenze in tre modi diversi

(ce ne sono 4). Per ciascun modo: a) disegnare il circuito; b) calcolare la corrente totale erogata dalla batteria; c) calcolare la potenza totale dissipata.
Abbiamo disegnato tutte le 4 configurazioni e fatti i conti. In tutti i casi va calcolata la R_{eq}. Poi: $i_{tot} = \frac{V}{R_{eq}}$; $P_{tot} = \frac{V^2}{R_{eq}}$;
La situazione con tutte le resistenza in parallelo è quella che ha la massima dissipazione di potenza (432 W); quella con tutte le resistenze in serie ha la minima dissipazione di potenza (48 W). Una resistenza in serie e due in parallelo dà 96 W; Due resistenze in serie e una in parallelo alle due dà …calcolatelo;

(c) Es. di esonero del 5/06/2002: 2 lampade elettriche di 110 V hanno resistenze R_1 =240 Ω e R_2 =360 Ω. a) Quale è la più luminosa ? b)Calcolare il rapporto fra le potenze assorbite dalle 2. c) Calcolare la potenza assorbita più luminosa se sono connesse in serie o in parallelo. Sol:
a) Poichè P=V^2/R la più luminosa è R_1, ossia la più piccola. b) $P_1/P_2 = (V^2/R_1)\,/\,(V^2/R_2) = R_2/R_1 = 1.5$ c) se sono connesse in parallelo V non cambia e dunque P è identica a prima $P = V^2/R_1 = 50.4$ W, se sono in serie invece nel circuito circola $i = V/(R_1 + R_2)$ e $P = R_1\, i^2 = 8.1$ W.

(d) Un elettricista ha a disposizione 3 resistenze da 1 Ω, 2 Ω, 3 Ω. Deve collegarle con una pila da 12 V e r=1.45 Ω in modo da massimizzare la potenza dissipata sulle resistenze. Come le collega fra loro ? Quanto vale la potenza dissipata ?
Sol: La potenza è V^2/R_T, dunque massimizzo la potenza se le metto in parallelo: $R_p = 0.55\,\Omega$ Ottengo $R_T = r + R_p = 2\,\Omega$ e $P = 12^2/2 = 72$ W.
Calcolate anche: la corrente e la potenza dissipata se le tre resistenze sono in serie; nella configurazione parallelo calcolate la corrente in R_1 (la prima delle tre, verso il generatore), la caduta di tensione su R_1 ($V_1 = R_1\, i_1$) e la potenza dissipata su R_1 ($P_1 = V_1^2/R_1$, ad esempio).

Esercitazione sui circuiti + riepilogo Presi dalle prove di esonero anni passati
(che trovate seguendo dalle mie pagine il link sulla didattica anni passati).

(a) Una lampadina da 75 W alimentata a 110 V viene collegata in parallelo ad una da 40 W. Determinare: a) la resistenza complessiva del circuito; b) il rapporto delle correnti nelle due resistenze; c) la corrente nel circuito. Sol: Le resistenze si calcolano da $W = V^2/R$, W= nota per ciascuna e V=110 V.
a)$R_1 = 161\,\Omega$;$R_2 = 302\,\Omega$, dunque $R_e = 103.7\,\Omega$ (res. in parallelo). b) $\frac{i_1}{i_2} = \frac{R_2}{R_1} = 1.87$ (partitore di corrente); c) $i_{tot} = V/R_e$.

(b) Circuito con un condensatore C_1 in parallelo a due che sono in serie fra loro. D.d.p. nota (V= 1 V), capacità note $C_1 = 1$ nF, $C_2 = C_3 = 2$ nF Calcolare C_{eq},Q_T e Q_1, Q_2, Q_3 e V_2, V_3

(c) Un elettrone entra fra le armature di un condensatore piano, in prossimità dell' armatura negativa, con velocità iniziale $\vec{v}_i = 2\,10^5$ m/s, parallela alle due armature. Fra le armature del condensatore c' è una d.d.p. V=2 V. L' elettrone impiega un tempo $t^* =$ 1 ns per raggiungere l' armatura positiva. La carica dell' elettrone è $e = -1.6\,10^{-19}$ C e la sua massa $m_e = 9.1\,10^{-31}$ kg. Determinare:
a) la distanza percorsa dall' elettrone nella direzione parallela alle due armature;
b) la variazione di energia cinetica dell' elettrone fra l' istante in cui è entrato nel condensatore e l' istante in cui raggiunge l' armatura positiva, specificando se la sua energia cinetica è aumentata o diminuita
c) la distanza fra le armature del condensatore. Sol:
a) Nella direzione parallela alle armature (asse x ad esempio), l' elettrone prosegue il suo moto rettilineo uniforme. Dunque nel tempo t^* avrà percorso lo spazio $x^* = v_i\, t^* = 2\,10^5\,10^{-9} = 2\,10^{-4}$ m.
b) Si usa il teorema delle forze vive: $L = \Delta E_C$= $e\int_d^0 E\, dy\ = e\int_d^0 V/d\, dy =$ -eV=3.2 10^{-19} J positiva. L' energia cinetica dell' elettrone è aumentata.
c) Nella direzione ortogonale alle armature il moto è uniformemente accelerato con $a = e\,E/m_e$, dove $E = V/d$ e d è la distanza incognita da calcolare. L' elettrone parte da quota $y = d$ e si ferma in $y = 0$, con una scelta conveniente degli assi coordinati. Dunque: $y = d + \frac{1}{2}\,a\,t^2$ e dunque $d = \frac{1}{2}\,|a|\,(t^*)^2$. Sostituendo: $d = t^*\,\sqrt{|e|V/(2m_e)}$=0.42 mm.

5. **Dalla tredicesima settimana, fino alla fine: Lu 23-Ve 27 maggio 82-89 a Ma 31-Ve 3 g**

Il campo magnetico Generalità sul magnetismo. Magneti permanenti e circuiti percorsi da corrente

(a) Linee di forza del campo magnetico. $\Phi_S(\vec{B}) = 0$ Vettore ($\vec{B}$ solenoidale). Da confrontare con $\Phi_S(\vec{E}) = Q/\epsilon_0$. S qui indica una superficie chiusa. Possiamo dire che questo è il "teorema di Gauss" per il campo magnetico.
Importante: Queste equazioni, sono 2 delle quattro equazioni di Maxwell, equazioni fondamentali che racchiudono le proprietà del campo elettromagnetico. Le altre due riguadano la circuitazione dei due campi elettrico e magnetico.

(b) Linee di forza di $\vec{B}$ per un filo indefinito percorso da corrente. Disegnate sia nel caso in cui il filo sia sul piano della lavagna che nel caso in cui il filo buchi il piano della lavagna. Convenzione per il verso di percorrenza delle linee di forza. .

(c) Prodotto vettoriale, di solito indicato con $\times$ o con $\wedge$. A differenza del prodotto scalare, il risultato è un vettore).
Regola della mano destra e della mano sinistra (dovete sempre costruire una terna antioraria) Proprietà del prodotto vettoriale: dato $\vec{a} \wedge \vec{b} = \vec{c}$:

- $\vec{c}$ è ortogonale sia ad $\vec{a}$ che a $\vec{b}$, e quindi ortogonale al piano definito da $\vec{a}$ e $\vec{b}$;
- il modulo di $\vec{c}$ è dato dal prodotto dei moduli di $\vec{a}$ e $\vec{b}$ per il seno dell'angolo fra loro compreso: $c = a \cdot b \cdot \sin\theta$;
- il verso è tale che, se $\vec{a}$ e $\vec{b}$ sono diretti rispettivamente lungo i versori $\hat{x}$ e $\hat{y}$ (ovvero $\hat{i}$ e $\hat{j}$), $\vec{c}$ è diretto lungo $\hat{z}$ (ovvero $\hat{k}$);
- il prodotto vettoriale anticommuta: $\vec{b} \wedge \vec{a} = -\vec{a} \wedge \vec{b}$ (quindi bisogna fare attenzione all'ordine di $\vec{v}$ e $\vec{B}$ nell'espressione della forza).
- NON fatto a lezione, ma può esservi utile: note le componenti di $\vec{a}$ e di $\vec{b}$ le componenti di $\vec{c}$ sono ottenute dal determinante di

$$\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} \tag{21}$$

ovvero

$$\vec{c} \;=\; (a_y b_z - a_z b_y) \cdot \hat{i} + (a_z b_x - a_x b_z) \cdot \hat{j} + (a_x b_y - a_y b_x) \cdot \hat{k}\,. \tag{22}$$

(d) Convenzione per indicare vettori uscenti $\odot$ o entranti $\otimes$ dal piano del disegno.

(e) Forza esercitata da un campo magnetico su un circuito percorso da corrente $\vec{F} = i\vec{L} \times \vec{B}$ (seconda formula di Laplace), se il filo è rettilineo, altrimenti si parte da $d\vec{F} = id\vec{L} \times \vec{B}$ e si integra.

(f) Dimensioni e unità di misura di $\vec{B}$. Tesla e gauss. 1 Tesla=10^4 gauss.

(g) Campo magnetico terrestre ≈ 0.2 gauss

(h) Da $\vec{F} = i\vec{L} \times B$ ricaviamo la forza di Lorentz, su una carica in moto in un campo magnetico.

(i) **La forza di Lorentz** dovuta a campi magnetici ($\vec{B}$, Tesla, T) su particelle cariche (carica q) in movimento (velocità $\vec{v}$):

$$\vec{F} \;=\; q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B} \tag{23}$$

La forza di Lorentz è più complicata di quelle viste finora in quanto dipende da carica, velocità, campo magnetico, direzioni e versi di $\vec{v}$ e $\vec{B}$.

Esempio: moto di una particella carica in campo magnetico $\vec{B}$ uniforme ortogonale a $\vec{v}$. La $\vec{F}_L$ è ortogonale alla traiettoria, dunque produce accelerazione centripeta. La traiettoria piega e la carica percorre una traiettoria circolare di raggio di curvatura $r = mv/(qB)$. $mv^2/r = qvB$.
Periodo e frequenza di ciclotrone. Importante: la frequenza di ciclotrone non dipende nè dalla carica nè dalla velocità della particella, ma solo dal valore del campo magnetico e dalla massa della particella: $\nu_c = qB/(2\pi m)$.

$$F \;=\; q\,v\,B\,, \tag{24}$$

costante e sempre ortogonale a $\vec{v}$: $\rightarrow$ moto circolare uniforme, con forza centripeta $q\,v\,B$:

$$\begin{aligned} m\,\frac{v^2}{R} &= q\,v\,B && (25)\\ R &= \frac{m\,v}{q\,B} && (26)\\ T &= \frac{2\pi\,m}{q\,B} && (27) \end{aligned}$$

Il raggio varia linearmente con v, mentre il periodo (e quindi la frequenza) non dipendono da essa (!): principio del ciclotrone ($\nu = 1/T$ è la 'frequenza di ciclotrone'). Si noti invece la dipendenza del raggio dall'energia cinetica:

$$\begin{aligned} R &= \frac{\sqrt{2\,m\,E_c}}{q\,B} && (28)\\ E_c &= \frac{q^2B^2R^2}{2\,m}\,. && (29) \end{aligned}$$

Applicazioni pratiche: guardate il numero 6 di "Asimmetrie (INFN)", 2008, scaricabile dal sito www.asimmetrie.it (andate nell' archivio e prendete il numero 6.). Portate in aula alcune copie scaricate della rivista.

6. *...se vi interessa un pò di Fisica Fondamentale.. date un' occhiata agli altri numeri. Scoprirete un mondo affascinante*

   Esercitazione sulla forza di Lorentz e sul campo magnetico:

   (a) Es esonero: "Selettore di velocità": dato il modulo di B, ortogonale ad E, di cui anche è noto il modulo e data una carica con velocità ortogonale sia ad E che a B, trovare il valore di v tale che la carica prosegua il suo moto rettilineo uniforme. $\vec{F} = q(\vec{E}+\vec{v}\times\vec{B})$, valida in generale se siamo in presenza di entrambi i campi elettrico e magnetico.
   Traccia sol: la forza di Lorentz deve essere uguale e contraria a quella dovuta al campo elettrico. Questo ci dà direzione e verso di B, oltre al suo modulo (fate un disegno chiaro). B sarà ortogonale a v e al campo elettrico In modulo: $qE = qvB$, ossia $v = \frac{E}{B}$.

   (b) Es. sulla "lievitazione magnetica": se la forza su un conduttore percorso da corrente, dovuta ad un campo magnetico esterno è uguale (o maggiore) in modulo ma opposta in verso alla forza di gravità ho che il conduttore si solleva.

   Legge di Biot-Savart:: Campo generato da un filo indefinito percorso da corrente. Permeabilità magnetica del vuoto $\mu_0 = 4\pi\,10^{-7}$ henry/m. Trovate le dimensioni, in unità SI, dell' henry. Verificate che henry $/\Omega$ = secondi e che farad $\cdot\ \Omega$ = secondi;

Prima formula di Laplace: Campo generato da un circuito di forma qualsiasi, ottenuto come integrale da $d\vec{B}$

(a) Calcolo del campo magnetico al centro di una spira circolare percorsa da corrente. Il campo è sempre ortogonale al piano della spira. Notiamo che, se la corrente circola antioraria, il campo è uscente. Se oraria, entrante.

(b) Linee di forza di una spira circolare percorsa da corrente. Confronto con le linee di forza del dipolo elettrico. Principio di equivalenza di Ampere.

(c) Forza fra 2 fili rettilinei indefiniti percorsi da corrente. Calcoliamo la forza che uno dei due esercita sull' altro. Notiamo che è attrattiva se le due correnti sono concordi, repulsiva se sono discordi. Definizione di ampere.

(d) Teorema della circuitazione di Ampere. Lo dimostriamo come applicazione del calcolo del campo generato da un filo indefinito percorso da corrente, usando Biot-Savart. Vale sempre, anche se lo abbiamo dimostrato solo in un caso particolare.

(e) Legge di Faraday-Neumann-Lenz Correnti indotte. Legge di Faraday-Neumann-Lenz. Importanza del segno - nella formula: rappresenta la conservazione dell' energia. Esempio: Spira quadrata di lato a e resistenza R che entra con velocità $\vec{v}$ in una regione con campo magnetico ortogonale al piano della spira e uscente dal piano. Calcolo della corrente indotta in modulo e verso. Spiegazione: finchè la spira sta entrando il flusso di B aumenta. Si crea una corrente indotta nella spira, che deve circolare in verso tale da opporsi alla variazione di flusso che l' ha generata. Dunque la corrente indotta dovrà produrre un campo magnetico che fa diminuire il flusso e dunque fa diminuire B. Pertanto il $\vec{B}_{ind}$ sarà entrante nel piano e dunque la corrente indotta nella spira circola in verso orario. Quando la spira è entrata completamente il flusso del campo non varia più e la corrente indotta diventa zero. Quando la spira inizia ad uscire dalla regione dove c' è il campo il flusso di B diminuisce e dunque avviene il contrario di quello che è avvenuto quando entrava: il campo indotto deve sommarsi a quello inducente, dunque deve essere uscente dal piano e la corrente indotta deve circolare in verso antiorario.

(f) Mostrata una torcia basata sul moto di un magnete rispetto ad una bobina (negozio di cinesi verso Piazza Vittorio);

(g) Mostrato l' effetto delle correnti indotte facendo cadere 2 magnetini (quelli del GeoMag) in due tubi di alluminio di sezione diversa, e dalla stessa quota al di fuori dei tubi.

(h) Calcolo del campo del solenoide toroidale (come applicazione del teorema della circuitazione). Le linee di forza di $\vec{B}$ sono circonferenze. Per il calcolo va presa come linea su cui fare la circuitazione proprio una linea di forza (circonferenza di raggio r).

(i) Solenoide rettilineo indefinito. Disegno delle linee di forza del campo $\vec{B}$. Calcolo del campo, ancora utilizzando il teorema della circuitazione. $N_{tot} = n\,L$ è il numero totale di spire, n il numero di spire/lunghezza.

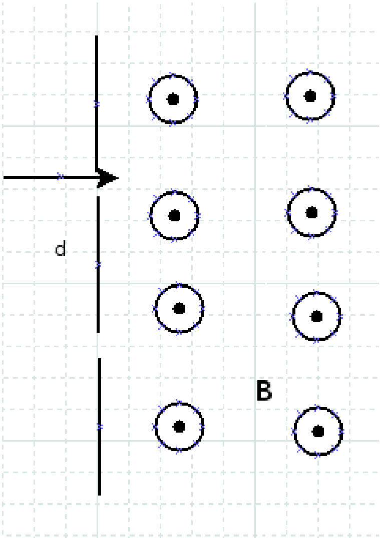
Equazioni di Maxwell

Completiamo le Equazioni di Maxwell Le due equazioni per il flusso le abbiamo già scritte:
$\Phi_S(\vec{E}) = Q/\epsilon_0$;
$\Phi_S(\vec{B}) = 0$.
Sono le equazioni di Gauss.
Le equazioni che riguardano la circuitazione sia di $\vec{E}$ che di $\vec{B}$ le abbiamo anche viste:
$\int_{linea} \vec{E}\,\mathrm{d}l\; = 0$, dove E è il solo campo elettrostatico, conservativo.
$\int_{linea} \vec{B}\,\mathrm{d}l\; = \mu_0 i$.
Dove l' integrale è su una linea chiusa (circuitazione). Ma queste equazioni, valide in situazione stazionaria (campi non variabli nel tempo) vanno generalizzate. E diventano:
$\int_{linea} \vec{E}\,\mathrm{d}l\; = -\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt}$ (legge di induzione di Faraday-Neumann-Lenz). $\int_{linea} \vec{B}\,\mathrm{d}l\; = \mu_0\, i + \mu_0\epsilon_0 \frac{d\Phi(\vec{E})}{dt}$
(circuitazione di B in presenza di variazioni di flusso di E).
IMPORTANTE: avere capito e tenere bene a mente le 2+2 equazioni di flusso e circuitazione per il campo elettrico e per il campo magnetico.

Esercitazione campo magnetico + riepilogo

(a) Un protone entra attraverso una fenditura in una regione di spazio (vedi figura) dove c‘ è un campo magnetico uniforme e perpendicolare alla velocità del protone. Il modulo del campo magnetico è $B = 5$ T e la velocità iniziale del protone $v_i = 10^7$ m/s. La massa del protone vale $m_p = 1.67\,10^{-27}$ kg e la carica $e = 1.6\,10^{-19}$ C.

Determinare: a) il raggio di curvatura della traiettoria;
b) a quale distanza dalla fendidura di ingresso deve essere messa una seconda fenditura (vedi figura) affinchè il protone possa uscire fuori ?
c) dopo quanto tempo esce dalla regione dove c' è il campo ? Soluzione:
Sul protone agisce la forza di Lorentz, dovuta al campo magnetico. Il campo magnetico piega la traiettoria del protone, facendole assumere una forma semicircolare di raggio r. $\vec{F} = m\vec{a}$ diventa: $ev_iB = m_p v_i^2/r$, da cui
a) $r = m_p v_i/(eB)$= 2.1 cm.
b) Il protone incontrerà di nuovo il piano dove era entrato ad una distanza dalla fenditura pari a $d = 2r$= 4.2 cm.
c) Il tempo impiegato dal protone per ritrovarsi fuori dalla regione dove c' è il



campo è il tempo in cui ha percorso il semicerchio di raggio r alla velocità v_i: $t = \pi\, r/v_i$=6.59 ns.

(b) Un protone si muove in un campo magnetico di 0.465 T lungo una traiettoria circolare di raggio 5.2 cm. Calcolare il valore (modulo, dir., verso) di un campo elettrostatico costante da aggiungere in modo che il protone si muova di moto rettilineo uniforme. Sol:
$\vec{F} = (q\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$. Poichè la traiettoria è circolare vuol dire che i due vettori $\vec{v}$ e $\vec{B}$ sono ortogonali. Conosciamo l' equazione che dà il raggio di curvatura r=mv/(qB) e possiamo calcolare la velocità (2.316 10^6 m/s). Il campo elettrico deve essere nella stessa direzione della forza di Lorentz ma in verso opposto. In modulo qE=qvB. Da cui $E = 1.1\, 10^6$ V/m.

(c) Un interruttore in cui passa una corrente di 100 A si surriscalda, a causa di un contatto difettoso. Se la d.d.p. tra i capi dell' interruttore è 0.050 V, si calcoli la potenza dissipata in calore e la resistenza dell' interruttore.
Sol: $P = V\, i$=0.05*100=5 W. $R = P/i^2$=0.5 mΩ

(d) Una carica puntiforme di valore $q = 2\, 10^{-18}$ C e massa $m = 10^{-27}$ kg, viene accelerata da una d.d.p. ΔV. Entra poi, con l' en. cinetica così acquistata, tra le armature di un condensatore piano, a metà fra i due piani e con velocità parallela alle armature. La distanza fra le armature è $d = 10$ cm. Nel condensatore è presente un campo magnetico uniforme di 20 mT, ortogonale alla velocità della particella ed uscente dal piano del foglio. La particella viene deviata cal campo magnetico ed esce dall' armatura inferiore con velocità ortogonale all' armatura. Trovare:
a) la differenza di potenziale ΔV.
b) la differenza di potenziale che andrebbe applicata ai capi del condensatore

tale che la particella non risulti deviata e prosegua in linea retta. Specificare quale armatura deve essere positiva e quale negativa.
Soluzione, traccia: a) Per trovare il ΔV che accelera la particella bisogna inanzitutto notare che il ΔV ci dà l' (en. cinetica della particella)/carica. Ci serve dunque determinare la velocità con cui entra nel condensatore (dove inizialmente c ' è solo il campo magnetico). Poichè la carica esce dal condensatore con velocità ortogonale ad una armatura, percorre all' interno del condensatore un quarto di circonferenza, il cui raggio è, al solito, $r = mv/(qB)$ ed è dunque uguale a $d/2$. Fate un disegno e dovreste capirlo abbastanza facilmente. Da qui ricavo il modulo della velocità $v = qBd/(2m) = 2\,10^6$ m/s, e dunque $\Delta V = 1/2\, m\, v^2/q$=1kV.
b) $\vec{E}$ deve opporsi alla forza di Lorentz, dunque diretto dall' armatura verso cui la particella va verso l' altra. Questa deve essere l' armatura positiva, dunque. In modulo $qE = qvB$, ricavo E e poi $V = E\, d$=4 kV

(e) Trovare il diametro della traiettoria circolare compiuta in uno spettrografo di massa di campo magnetico costante 0.15 T, delle seguenti particelle, tutte accelerate ad una en. cinetica di 1keV: 1) atomo di idrogeno, ionizzato 2) atomo di elio, ionizzato, 3) atomo di elio, doppio ionizzato. Sol:
Inanzitutto: atomo di H ionizzato ha carica q=e=1.6×10^{-19} C e massa pari alla massa del protone $m_p = 1.67 \times 10^{-27}$ kg (peso atomico = 1);; atomica di H_e ionizzato ha carica q=e=1.6×10^{-19} C e massa pari a 4 $m_p = 4 \times 1.67 \times 10^{-27}$ kg (peso atomico = 4); atomica di H_e doppio ionizzato ha carica q=2 —e—=$2 \times 1.6 \times 10^{-19}$ C e massa pari a 4 $m_p = 4 \times 1.67 \times 10^{-27}$ kg;
Da $mv^2/r = qvB$ e $E_c = (1/2)mv^2$ si ricava $d = 2\frac{2mE_c}{qB}$, che nei tre casi porta: a) d=6.09 cm; b) d=12.18 cm; c) d=6.09 cm;

(f) Es. scritto CTF del 3/07/2006. Circuito (all' esame dato in figura, qui lo descrivo) costituito da un generatore, una resistenza R_1 in serie al generatore, poi 3 rami in parallelo, uno con resitenza R_2, uno con 2 resistenze in serie fra loro R_3 e R_4, e l' ultimo ramo con resistenza R_5. Le resistenze sono tutte identiche. La tensione del generatore è ΔV= 45 V. La potenza totale erogata è $W_e\ =\ 58$ W. Calcolare:
a) il valore della corrente in R_1; b) il valore di ciascuna resistenza. Sol:
a) $i_1 = 1.29$ A ; b) $R = 24.9\ \Omega$.
Notiamo che la corrente che scorre in R_1 è la corrente totale che scorre nel circuito. Dunque un modo semplice di procedere è: $i_1 = \frac{W_e}{\Delta V}$ La resistenza equivalente è $R_{eq} = (7/5)$ R $= \frac{\Delta V}{i_{tot}}$, con $i_{tot} = i_1$.

(g) Due condensatori, di capacità $C_1 = 300$ nF e $C_2 = 500$ nF, sono collegati in parallelo. Sono caricati con una carica totale di Q=1 mC. Determinare: 1) la d.d.p. ai capi dei condensatori; 2) la carica su ciascun condensatore; 3) l' energia elettrostatica totale immagazzinata nel sistema. Sol:
Devo trovare $V = \frac{Q}{C_T}$, con $C_T = C_1 + C_2$. Viene V= 1.25 kV. $Q_1 = V\, C_1 =$

3.75×10^{-4} C; $Q_2 = V\,C_2 = 6.255 \times 10^{-4}$ C
$E = (1/2)C_T V^2 = 0.625$ J.

(h) Calcolare il campo magnetico all'interno di un filo di sezione circolare percorso da corrente i nota. Sia R il raggio del filo, anch' esso noto.
Sol: si utilizza il teorema della circuitazione. Sia r la distanza dall' asse del filo, dove vado a fare il calcolo. $\int_{linea} \vec{B} \cdot \vec{dl} = \mu_0\; i_r$, dove $i_r = J\,S$, con $J = \frac{i}{\pi\,R^2}$ e $S = \pi\,r^2$. Si ricava: $B\,2\pi r = \mu_0 i_r$, da cui $B = \frac{\mu_0\,i\,r}{2\pi\,R^2}$. Valida per r minore o uguale a R e massima per r=R.

(i) Si deve progettare un solenoide che generi $\vec{B} = 0.314$ T senza che l' intensità di corrente superi 10 A. Il solenoide è lungo 20 cm. Si trovi il numero di spire necessarie.
Sol: $|B| = \mu_0\,n\,i$. $N_T = n\,l$, con l=0.2 m. si trova $n = 24.98\,10^3$ e $N_T = n\,l = 4998$ spire (viene 4997.5, ma approssimo ad un intero..non posso mettere mezza spira..).

(j) Due conduttori sono costituiti da gusci cilindrici coassiali indefiniti, di spessore trascurabile e raggio rispettivamente di r=3 cm e R=5 cm. Sono percorsi da correnti in senso inverso, di i_1=2 A nel conduttore interno e di i_2 =4 A in quello esterno. Si calcoli il campo magnetico (modulo,dir. e verso) alle seguenti distanze dall' asse: 0 cm, 1 cm, 4 cm, 8 cm. Attenzione a specificare bene il verso del campo, entrante o uscente dal piano del foglio, a seconda di dove è r rispetto all' asse ...: aiuta, per dare correttamente la soluzione, un disegno chiaro. Sol:
Il campo di un cilindro indefinito è analogo a quello del filo rettilineo indefinito (Biot-Savart). Notiamo che le correnti, per come sono i conduttori, scorrono solo sulla superficie. Inoltre vale il principio di sovrapposizione degli effetti. Dunque il campo a distanza dall' asse minore del raggio del primo conduttore non può che essere nullo, ossia $\vec{B}$ =0 per d=0 cm, 1 cm.
Per distanze d comprese fra r ed R il contributo è solo dovuto al cilindro interno. Modulo: $B = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi d}$. A d=4 cm si ha $B = 10^{-5}$ T.
Per distanze d maggiori di R il contributo è dovuto ad entrambi i cilindri. Poichè le due correnti circolano in verso opposto i due campi si sottraggono Modulo: $B_1 = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi d}$. $B_2 = \frac{\mu_0 i_2}{2\pi d}$. A d=8 cm si ha $B_1 = 0.5 \times 10^{-5}$ T. $B_2 = -10^{-5}$ T. Dunque $B = B_1 + B_2$
Il campo è ortogonale al piano del filo, il verso va visto con la regola della mano destra, pollice nel verso della corrente e vedo il verso di chiusura del palmo. Se il campo è uno è semplice, se sono due prevale ovviamente quello più intenso.

(k) Un fornello elettrico è alimentato da una batteria che eroga una d.d.p. continua. Il fornello è costituito da una resistenza di 50 Ω e porta ad ebollizione, in 10 min, 2 litri di acqua, inizialmente alla temperatura di 10 ^oC. Si calcoli la corrente che passa nella resistenza. Sol:
la quantità di calore che serve è $Q = m_a\; c_a\; (T_f - T_i)$, con $m_a = 2$ kg, c_a=4186 J/(kg K), $T_f = 100\,^o$C,$T_i = 10\,^o$C. Si ha $Q = 753.48$ kJ. La potenza necessaria

è dunque $W = Q/t$, con t=10×60= 600 s. Viene $W = 1.26$ kW. Per calcolare la corrente si usa $W = R\,i^2$, $i = \sqrt{W/R}$=5.01 A.

(l) Una macchina di Carnot assorbe in un ciclo un calore di 2000 J dalla sorgente a temperatura più alta e compie un lavoro di 1500 J. Se la temperatura della sorgente più fredda è 200 K, calcolare la temperatura della sorgente calda.
Sol: Q_C =2000 J, L=$Q_C - |Q_F|$=1500 J. Dunque Q_F=500 J. Ricordando che, essendo una macchina ideale, possiamo scrivere $Q_C/Q_F = T_C/T_F$, troviamo $T_C = 800$ K.