



SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

Laser cooling di atomi neutri
Tesi di Laurea triennale in fisica

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Fisica

Candidato

Nicola Fiorente
Matricola 1716641

Relatore
Prof. Tullio Scopigno

Correlatore
Dr. Giovanni Batignani

Anno Accademico 2018/2019

Laser cooling di atomi neutri Tesi di Laurea triennale in fisica
Tesi di Laurea. Sapienza – Università di Roma

© 2019 Nicola Fiorente. Tutti i diritti riservati

Questa tesi è stata composta con \LaTeX e la classe Sapthesis.

Versione: 23 giugno 2019

Email dell'autore: fiorente.1716641@studenti.uniroma1.it

Dedicato a

Sommario

Con il termine *Laser cooling* si fa riferimento ad un insieme di tecniche sperimentali, in cui l'idea di base è quella di diminuire la velocità alla quale si muovono gli atomi per mezzo dell'interazione radiazione laser-materia, in modo da sottrargli energia cinetica, così da renderli più freddi. Oltre a voler ridurre la velocità di un singolo atomo, si vuole inoltre ridurre lo spread tra le velocità degli atomi, dato che tutte le tecniche che si descriveranno lavorano in una propria classe di velocità.

Raffreddare gli atomi a temperatura prossima allo 0K, permette di realizzare esperimenti di spettroscopia ad alta risoluzione (*Doppler-free Spectroscopy*) grazie all'eliminazione dell'allargamento Doppler della riga spettrale. Inoltre il comportamento quantistico della materia non è studiabile a temperatura ambiente, perciò le tecniche di laser cooling sono un valido strumento nell'analisi dei sistemi bosonici condensati, così come nel campo della superfluidità. Alcuni gas fermionici come He-3, presentano transizioni superfluide a temperature molto prossime allo 0K (2.6mK nel caso dell'elio-3). I primi esperimenti di laser cooling vennero effettuati su ioni carichi, i quali venivano intrappolati da campi elettrici e successivamente raffreddati per mezzo della radiazione laser. Solo diversi anni dopo venne realizzato un completo processo di trapping/cooling su atomi neutri, attraverso l'utilizzo di trappole magneto-ottiche e sarà proprio sull'ultimo caso che verterà la tesi. La dissertazione si concentrerà quasi interamente su come raffreddare gli atomi, si comincerà con un capitolo di introduzione teorica, utile a fornire il formalismo matematico necessario alla trattazione dei vari problemi, per poi arrivare alla descrizione delle tecniche di raffreddamento. Gli argomenti verranno esposti per come storicamente i fisici che hanno lavorato in questo campo hanno cercato di risolvere il problema di come raffreddare gli atomi. Nel secondo capitolo si parlerà delle forze di radiazione e di come queste vengono utilizzate per raffreddare fasci atomici, nel terzo capitolo si affronterà il problema del raffreddamento di un gas atomico e dell'intrappolamento ottico, evidenziando il limite di raffreddamento delle tecniche di *Doppler cooling*. Infine nel quarto capitolo si analizzeranno due tecniche di *Sub-Doppler cooling*, che permettono di raffreddare un gas a temperature anche inferiori al limite precedentemente citato.

Indice

1	Analisi di un sistema a due livelli tramite equazioni dell'ottica di Bloch	1
2	Forze di radiazione e rallentamento di fasci atomici	5
2.1	Rallentamento di fasci atomici	7
2.2	Chirp cooling	7
2.3	Zeeman cooling	8
3	Doppler cooling e trappola magneto-ottica	11
3.1	Optical molasses technique	11
3.1.1	Doppler limit	14
3.2	Trappola magneto-ottica	15
4	Tecniche di raffreddamento sub-Doppler	19
4.1	Sisyphus cooling	19
4.1.1	Introduzione al sistema	20
4.1.2	Stima del termine di smorzamento e recoil limit della temperatura	22
4.2	Raman cooling	24
4.2.1	Processi a due fotoni	24
4.2.2	Selezione delle velocità attraverso transizioni Raman	25
4.2.3	Processo di raffreddamento	26
5	Conclusioni	29
A	Allargamento Doppler della riga spettrale	31

Capitolo 1

Analisi di un sistema a due livelli tramite equazioni dell'ottica di Bloch

Con questo capitolo si vuole introdurre il formalismo matematico che si utilizzerà per la trattazione fisica nei seguenti capitoli, inoltre si cercherà un modo per descrivere in maniera compatta l'andamento asintotico della popolazione dei livelli energetici del sistema.

Consideriamo un sistema a due livelli di energia con Hamiltoniana:

$$H = H_0 + H_I \quad (1.1)$$

H_0 e H_I sono rispettivamente l'Hamiltoniana non perturbata del sistema (quindi con autovalori e autovettori noti) e la perturbazione. Siano ψ_1 e ψ_2 le autofunzioni dell'Hamiltoniana non perturbata tali che:

$$\begin{aligned} H_0\psi_1(r) &= E_1\psi_1(r) \\ H_0\psi_2(r) &= E_2\psi_2(r) \end{aligned}$$

La loro evoluzione temporale secondo l'equazione di Schrodinger $i\hbar \frac{\partial \Psi(r,t)}{\partial t} = H_0\Psi(r,t)$ segue la legge:

$$\psi_n(r,t) = \psi_n(r)e^{-iE_nt/\hbar} \quad (1.2)$$

Nessuna delle due $\psi_n(r,t)$ può essere uno stato dell'Hamiltoniana completa, tuttavia si può cercare una soluzione che consista nella loro combinazione lineare pesata con opportuni coefficienti $c_n(t)$:

$$\Psi(r,t) = c_1(t)\psi_1(r)e^{-iE_1t/\hbar} + c_2(t)\psi_2(r)e^{-iE_2t/\hbar} \quad (1.3)$$

Ponendo $\omega_n = E_n/\hbar$, $c_n(t) = c_n$ ed utilizzando la notazione di Dirac :

$$\Psi(r,t) = c_1 |1\rangle e^{-i\omega_1 t} + c_2 |2\rangle e^{-i\omega_2 t} \quad (1.4)$$

Dovrà inoltre valere la condizione di normalizzazione $|c_1|^2 + |c_2|^2 = 1$. Sia la perturbazione uguale a:

$$H_I = e\mathbf{r} \cdot \mathbf{E}_0 \cos(\omega t), \quad (1.5)$$

2 1. Analisi di un sistema a due livelli tramite equazioni dell'ottica di Bloch

che corrisponde all'energia di un dipolo elettrico $-\mathbf{er}$ all'interno di un campo elettrico oscillante, e sia \mathbf{r} il vettore posizione di un elettrone rispetto al centro di massa del suo atomo. Sostituendo 1.4 nell'equazione di Schrodinger dipendente dal tempo e operando alcuni passaggi matematici si ottengono le seguenti relazioni:

$$\begin{aligned} i\dot{c}_1 &= \Omega \cos(\omega t) e^{-i\omega_0 t} c_2 \\ i\dot{c}_2 &= \Omega^* \cos(\omega t) e^{-i\omega_0 t} c_1 \end{aligned}$$

La frequenza di Rabi Ω è definita come :

$$\Omega = \frac{\langle 1 | \mathbf{er} \cdot \mathbf{E}_0 | 2 \rangle}{\hbar} = \frac{e}{\hbar} X_{12} |\mathbf{E}_0|. \quad (1.6)$$

X_{12} è l'elemento di matrice che regola la transizione di dipolo:

$$X_{12} = \langle 1 | \mathbf{r} \cdot \hat{\mathbf{E}}_0 | 2 \rangle = \int \psi_1^*(r) \mathbf{r} \cdot \hat{\mathbf{E}}_0 \psi_2(r) d^3r. \quad (1.7)$$

Viene scelto un campo orientato lungo l'asse x, di modo che il valore d'aspettazione del momento di dipolo su uno stato $\Psi(r, t)$ sia:

$$eD_x(t) = e \int \Psi^*(r, t) x \Psi(r, t) d^3r. \quad (1.8)$$

Esplicitando $\Psi(r, t)$ si ottiene:

$$D_x(t) = \int (c_1 \psi_1 e^{-i\omega_1 t} + c_2 \psi_2 e^{-i\omega_2 t})^* x (c_1 \psi_1 e^{-i\omega_1 t} + c_2 \psi_2 e^{-i\omega_2 t}) d^3r, \quad (1.9)$$

utilizzando la notazione di 1.7, ed indicando $\omega_0 = \omega_2 - \omega_1$:

$$D_x(t) = c_1^* c_2 X_{12} e^{-i\omega_0 t} + c_2^* c_1 X_{21} e^{i\omega_0 t}. \quad (1.10)$$

Per quanto riguarda le quantità $c_1^* c_2$ e $c_2^* c_1$, questi sono gli elementi dell'antidiagonale della matrice densità del sistema a due livelli :

$$|\Psi\rangle \langle \Psi| = \begin{bmatrix} |c_1|^2 & c_1^* c_2 \\ c_2^* c_1 & |c_2|^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ \rho_{21} & \rho_{22} \end{bmatrix}$$

Gli elementi fuori dalla diagonale vengono chiamati termini di coerenza, e permettono di descrivere gli stati non puri del sistema, gli elementi diagonali invece le popolazioni dei livelli.

Si opera un cambio di variabili del tipo:

$$\begin{aligned} \bar{c}_1 &= c_1 e^{-i\delta t/2} & \bar{\rho}_{12} &= \rho_{12} e^{-i\delta t} \\ \bar{c}_2 &= c_2 e^{-i\delta t/2} & \bar{\rho}_{21} &= \rho_{21} e^{i\delta t}. \end{aligned}$$

Dove $\delta = \omega - \omega_0$ indica il detuning della radiazione rispetto alla frequenza di risonanza ω_0 . A questo punto il momento di dipolo assume la forma:

$$\begin{aligned} -eD_x(t) &= -eX_{12}(\rho_{12} e^{i\omega_0 t} + \rho_{21} e^{-i\omega_0 t}) = -eX_{12}(\bar{\rho}_{12} e^{i\omega t} + \bar{\rho}_{21} e^{-i\omega t}) = \\ &= -eX_{12}[\bar{\rho}_{12}(\cos(\omega t) + i \sin(\omega t)) + \bar{\rho}_{21}(\cos(\omega t) - i \sin(\omega t))] = -eX_{12}[u \cos(\omega t) - v \sin(\omega t)] \end{aligned}$$

$u = (\bar{\rho}_{12} + \bar{\rho}_{21})$ e $v = i(\bar{\rho}_{12} - \bar{\rho}_{21})$ sono le componenti in fase e quadratura del dipolo in un sistema di riferimento che ruota a velocità angolare ω . Sia $w = \bar{\rho}_{11} - \bar{\rho}_{22} = \rho_{11} - \rho_{22}$ la differenza di popolazione tra i due livelli. È possibile definire un vettore, detto vettore di Bloch con le seguenti componenti:

$$\mathbf{R} = (u, v, w). \quad (1.11)$$

\mathbf{R} è un utile strumento per l'analisi di un sistema a due livelli e funziona come il vettore posizione dei punti disposti su una sfera unitaria (sfera di Bloch). In figura 1.1 viene spiegato l'utilizzo del vettore e della sfera di Bloch.

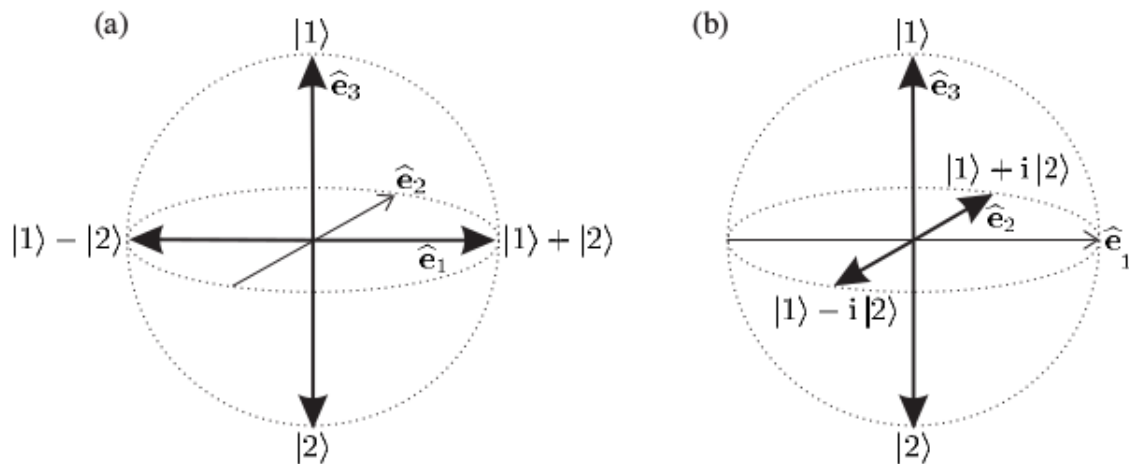


Figura 1.1. Il vettore posizione sulla superficie sferica indica gli stati di un sistema a due livelli. Quando $\mathbf{R} = (0, 0, w)$ con $w = \pm 1$ il sistema si trova in uno stato puro ($|1\rangle$ al polo nord e $|2\rangle$ al polo sud). Gli stati che si trovano sull'equatore della sfera sono della forma $\mathbf{R} = \mathbf{u} \pm \mathbf{v}$. In (b) sono mostrati invece gli stati con $u = 0$ e $v = \pm 1$. Figura adattata da [1].

Si può dimostrare inoltre che le derivate temporali delle componenti del vettore di Bloch sono legate dalle relazioni:

$$\begin{aligned} \dot{u} &= \delta v \\ \dot{v} &= -\delta u + \Omega w \\ \dot{w} &= -\Omega v. \end{aligned} \quad (1.12)$$

Ricordando la condizione di normalizzazione $\rho_{11} + \rho_{22} = 1$ si ricava:

$$\rho_{11} + \rho_{22} - \rho_{11} + \rho_{22} = 1 - w \rightarrow w = 1 - 2\rho_{22}. \quad (1.13)$$

$$-\frac{1}{2}\dot{w} = \dot{\rho}_{22} = -\frac{1}{2}\Omega v \quad (1.14)$$

Fino a questo punto si è trattato il caso di una transizione di dipolo senza però considerare gli effetti di emissione spontanea. È ragionevole pensare che la derivata della popolazione del secondo livello presenti un termine di smorzamento Γ ¹

¹ Γ è uguale all'inverso della vita media τ del secondo livello. Γ viene qui introdotto fenomenologicamente per tenere conto del decadimento della popolazione del secondo livello a causa dell'emissione spontanea. Una trattazione rigorosa andrebbe affrontata con il formalismo della seconda quantizzazione, reperibile da [1] Cap.7.

$$\dot{\rho}_{22} = -\Gamma\rho_{22} - \frac{1}{2}\Omega v. \quad (1.15)$$

Modificando le 1.12 con il termine di smorzamento otteniamo le *equazioni dell'ottica di Bloch*:

$$\begin{aligned} \dot{u} &= \delta v - \frac{\Gamma u}{2} \\ \dot{v} &= -\delta u + \Omega w - \frac{\Gamma v}{2} \\ \dot{w} &= -\Omega v - \Gamma(w - 1). \end{aligned} \quad (1.16)$$

Poichè si è interessati solo alle soluzioni stazionarie, si impone $\dot{u} = \dot{v} = \dot{w} = 0$, ottenendo :

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = \frac{1}{\delta^2 + \frac{\Omega^2}{2} + \frac{\Gamma^2}{4}} \begin{pmatrix} \Omega\delta \\ \Omega\Gamma/2 \\ \delta^2 + \Gamma^2/4 \end{pmatrix} \quad (1.17)$$

A questo punto l'aspetto davvero interessante di queste soluzioni è che riescono a predire il comportamento asintotico delle popolazioni dei livelli. Quando $\Omega \rightarrow \infty$ (quindi il caso di un campo molto intenso), si nota che le popolazioni tendono a livellarsi :

$$w \approx \frac{1}{\Omega^2} \rightarrow 0 \quad \text{se } \Omega \rightarrow \infty. \quad (1.18)$$

Che vuol dire $\rho_{22} = \rho_{11}$. Sfruttando infine la 1.13 si arriva ad un risultato chiave necessario per la trattazione delle forze di radiazione:

$$\rho_{22} = \frac{1 - w}{2} = \frac{\Omega^2/4}{\delta^2 + \frac{\Omega^2}{2} + \frac{\Gamma^2}{4}} \quad (1.19)$$

Con $\rho_{22} \rightarrow 1/2$ quando l'intensità cresce. Questa forma compatta per la popolazione del secondo livello risulterà fondamentale nel prossimo capitolo nella definizione del rate con il quale un atomo scatterà i fotoni provenienti dalla radiazione laser.

Capitolo 2

Forze di radiazione e rallentamento di fasci atomici

Il fatto che la radiazione trasporti impulso ed energia era già noto a Maxwell nel XIX secolo. Dalla conservazione della quantità di moto si deduce che se un corpo (nel nostro caso un atomo) assorbe radiazione, la sua quantità di moto deve cambiare. Quindi la forza esercitata dalla radiazione sul bersaglio dipende dal rate di assorbimento:

$$F_{scatt} = (\textit{photon momentum}) \times (\textit{scattering rate}). \quad (2.1)$$

Ogni volta che un atomo assorbe un fotone questo subisce un contraccolpo nel verso opposto rispetto al verso della sua velocità. Similmente se immaginiamo di aver eccitato i livelli energetici dell'atomo, questo tenderà ad emettere un fotone per transire verso un livello a più bassa energia.

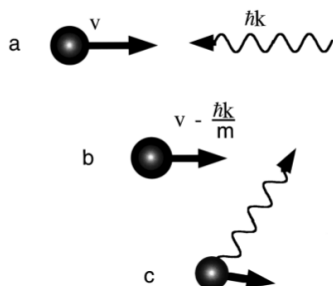


Figura 2.1. Processo di assorbimento ed emissione fotonica: ogni volta che un atomo assorbe un fotone gli viene trasmessa un impulso $p = \hbar k$, che riduce il modulo della sua velocità. Quando un atomo transisce verso il ground state emette un altro fotone in una direzione random. Figura tratta da [2].

Come si può notare in figura 2.1, l'atomo subisce un cambio di velocità anche quando emette un fotone. Tuttavia il processo di emissione avviene con direzione random, questo ci consente di dire che dopo N emissioni il contributo alla variazione della velocità sia di media uguale a zero (solo per quanto riguarda l'emissione). Infine

si avrà che l'atomo risente di una forza decelerante F_{scatt} in verso opposto a quello del suo moto.

Il rate di scattering dei fotoni R dipende dalla popolazione del secondo livello ρ_{22} ¹ secondo la relazione : $R = \Gamma \rho_{22}$. Utilizzando la 1.19 si ottiene :

$$R = \Gamma \frac{1-w}{2} = \frac{\Gamma}{2} \frac{\Omega^2/2}{\delta^2 + \frac{\Omega^2}{2} + \frac{\Gamma^2}{4}}. \quad (2.2)$$

Una importante differenza tra la precedente equazione e la 1.19, è che qui si sta considerando anche il Doppler shift in frequenza causato dal moto dell'atomo a velocità v . Come mostrato nel capitolo in appendice sul Doppler shift, quando un atomo si muove in verso concorde o contrario rispetto alla radiazione laser da cui viene investito, vedrà la luce shiftata di una frequenza pari a $\Delta\omega = \pm kv$. Pertanto il detuning della radiazione dalla risonanza sarà $\delta = \omega - \omega_0 + kv$. Dato che l'impulso di un fotone è $\hbar k$ la forza subita dall'atomo sarà :

$$F_{scatt} = \frac{\hbar k \Gamma}{2} \frac{\Omega^2/2}{\delta^2 + \frac{\Omega^2}{2} + \frac{\Gamma^2}{4}}. \quad (2.3)$$

Nel caso di intensità della radiazione molto elevate si considera $\Omega \rightarrow \infty$, quindi la forza dovuta allo scattering tenderà ad un valore : $F_{scatt} \rightarrow \frac{\hbar k \Gamma}{2}$. La decelerazione massima di un atomo di massa M si può quindi ricavare come $a_{max} = F_{max}/M = \frac{\hbar k \Gamma}{2M} = \frac{v_r}{2\tau}$ ². La perdita di velocità dell'atomo segue dall'equazione differenziale :

$$\frac{dv}{dt} = v \frac{dv}{dx} = -a \quad (2.4)$$

Risolvendo per separazione di variabili si ottiene che considerando una decelerazione costante con velocità iniziale v_0 , la velocità è funzione della posizione :

$$v_0^2 - v^2 = 2ax. \quad (2.5)$$

Con una decelerazione media uguale alla metà della decelerazione massima, la distanza di arresto è :

$$L_0 = \frac{v_0^2}{a_{max}}. \quad (2.6)$$

Nel caso del sodio :

Velocità più probabile a $T = 900\text{K}$	$v_0 = 1000\text{ms}^{-1}$
Tempo di vita medio	$\tau = 1/\Gamma = 1.6 \times 10^{-8}\text{s}$
Lunghezza d'onda	$\lambda = 1/k = 589\text{nm}$
Massa atomica	$M = 23\text{a.m.u.}$
distanza di arresto	$L_0 = \frac{2M\tau\lambda v_0^2}{h} = 1.1\text{m}$

Tabella 2.1. In tabella sono riportati i dati relativi ad un atomo di sodio a temperatura $T = 900\text{K}$.

La lunghezza d'onda riportata è quella a cui spesso si farà riferimento in seguito ed è relativa alla transizione $3s_{1/2} \rightarrow 3p_{3/2}$.

¹Si veda [1] Cap. 7.6 e Cap. 9.1. per una trattazione approfondita.

² $v_r = \hbar k/M$ è la velocità di rinculo che subisce l'atomo dopo aver assorbito/emesso un fotone di impulso $\hbar k$, $\tau = 1/\Gamma$ è la vita media del livello superiore.

La distanza di arresto è $L_0 = 1.1\text{m}$, ma anche gli altri elementi alcalini presentano distanze molto simili. Una tale distanza permette quindi l'utilizzo di un apparato per l'esperimento di laser cooling molto compatto, e quindi funzionale. È principalmente per questo motivo che molti degli esperimenti di laser cooling sono condotti su campioni di sodio o rubidio.

2.1 Rallentamento di fasci atomici

Nel capitolo sulle forze di radiazione, durante il calcolo della distanza di arresto si è assunto che la forza decelerante che agisce sugli atomi provocata dall'assorbimento dei fotoni sia costante. Tuttavia gli atomi interagiscono in modo rilevante con la radiazione solo se si trovano in un ristretto range di velocità $\Delta v = \Gamma/k^3$, in cui il Doppler shift in frequenza a cui sono sottoposti è paragonabile alla larghezza omogenea della transizione. Quindi gli atomi continueranno a rallentare significativamente solo finché il Doppler shift non li pone fuori risonanza rispetto alla radiazione, quando questa condizione smette di verificarsi, il rate di assorbimento diminuisce drasticamente e con esso la decelerazione degli atomi. Di conseguenza è necessario riadattare la frequenza del laser rispetto al picco di assorbimento di modo che la forza di radiazione sia sempre vicina al suo valore massimo durante tutto il processo di rallentamento. Si presentano di seguito le prime due tecniche che storicamente sono state messe in pratica per ovviare al problema causato dal Doppler shift.

2.2 Chirp cooling

L'idea alla base del seguente metodo è quella di utilizzare un tipo di radiazione che possa variare rapidamente la propria frequenza man mano che il Doppler shift tende a porre fuori risonanza gli atomi. Si è specificato nell'introduzione che fin quando le velocità atomiche variano in un range $\Delta v = \Gamma/k$ allora il numero di fotoni assorbiti rimane significativo. Si consideri il caso del sodio nella transizione $3s_{1/2} \rightarrow 3p_{3/2}$, la radiazione avrà inizialmente lunghezza d'onda $\lambda = 589\text{nm} \rightarrow k = 1/\lambda = 1.7 \times 10^6 \text{m}^{-1}$. È quindi necessario che valga :

$$v - Nv_r \leq \Delta v = \Gamma/k \simeq 37\text{ms}^{-1} \quad (2.7)$$

Dove v_r è la variazione in velocità subita dall'atomo dopo aver ricevuto il kick dovuto all'assorbimento di un fotone e Γ definito nella tabella 2.1. N è il numero di interazioni atomo-radiazione necessario affinché la velocità sia ridotta di almeno Δv ed è uguale a : $N = \frac{\Delta v}{v_r} = 1233$. Precedentemente si è definito il rate di scattering come $R = \Gamma\rho_{22}$ che tende ad un valore massimo $R_{max} = \Gamma/2$.

Perciò :

$$t_{scatt} = N/R_{max} = 2N\tau. \quad (2.8)$$

Se la decelerazione media è pari a metà della decelerazione massima allora il tempo del processo di rallentamento sarà il doppio rispetto a quello appena calcolato :

$$t_{scatt} = 2N/R_{max} = 4N\tau = 7.85 \times 10^{-5}\text{s}. \quad (2.9)$$

³ Γ è uguale all'inverso della vita media del livello superiore.

Quindi circa ogni microsecondo si dovrebbe ricalibrare la frequenza del laser spostandola di circa $\Delta\omega = k\Delta v = \Gamma = 62.28\text{MHz}$. Storicamente questo fu il primissimo approccio al problema del laser cooling in quanto rappresentava probabilmente la soluzione concettualmente più diretta. Tuttavia un reset così rapido ed inoltre così sensibile della frequenza del laser (si parla di variazioni dell'ordine 10^7Hz che va confrontato con l'ordine della scala delle frequenze attorno alla risonanza $\approx 10^5\text{GHz}$ per una variazione relativa di 10^{-7} Hz) non era realizzabile coerentemente con la strumentazione a disposizione dei fisici della fine degli anni settanta, per cui optarono per la realizzazione di un metodo che fa utilizzo delle proprietà d'assorbimento della materia quando si trova nelle vicinanze di un campo magnetico.

2.3 Zeeman cooling

L'idea alla base del seguente metodo è quella di perturbare i livelli atomici con un campo magnetico utilizzando l'effetto Zeeman, di modo che la risonanza della transizione vari coerentemente con il Doppler shift, ottenendo che la frequenza della radiazione rimanga costante. Il campo magnetico desiderato è realizzato attraverso una cavità attorno alla quale sono avvolte le spire di un solenoide. Il circuito in questione è caratterizzato da un maggior numero di avvolgimenti all'entrata della cavità, la densità di avvolgimenti diminuisce man mano che si prosegue lungo l'asse z , di modo che qualsiasi sia la velocità di un determinato atomo, questo venga rallentato.

Nel precedente capitolo si era visto che la velocità variava secondo la legge :

$$v^2 = v_0^2 - 2az = v_0^2 - \frac{v_0^2 z}{L_0} = v_0^2 \left(1 - \frac{z}{L_0}\right) \quad (2.10)$$

Se si desidera che il contributo fornito dallo Zeeman shift sulla risonanza sia tale da annullare del tutto la velocità degli atomi alla fine del solenoide, il campo magnetico deve bilanciare al meglio delle possibilità il Doppler shift in frequenza :

$$\omega_0 + \mu_B \frac{B(z)}{\hbar} = \omega + kv. \quad (2.11)$$

Sostituendo nella precedente equazione il valore della velocità per come definito in 2.10, si ottiene la seguente forma funzionale per il campo :

$$B(z) = B_0 \left(1 - \frac{z}{L_0}\right)^{1/2} + B_{bias} \simeq \frac{\hbar v_0}{\lambda \mu_B} \left(1 - \frac{z}{L_0}\right)^{1/2} + (\omega - \omega_0) \frac{\hbar}{\mu_B} \quad (2.12)$$

Il termine B_{bias} deriva da un particolare settore del solenoide in cui scorre corrente continua, situato circa a metà del tratto. Se per questo contributo risulta proprio $B_{bias} = (\omega - \omega_0) \frac{\hbar}{\mu_B}$, allora gli atomi si arresteranno alla fine della cavità.

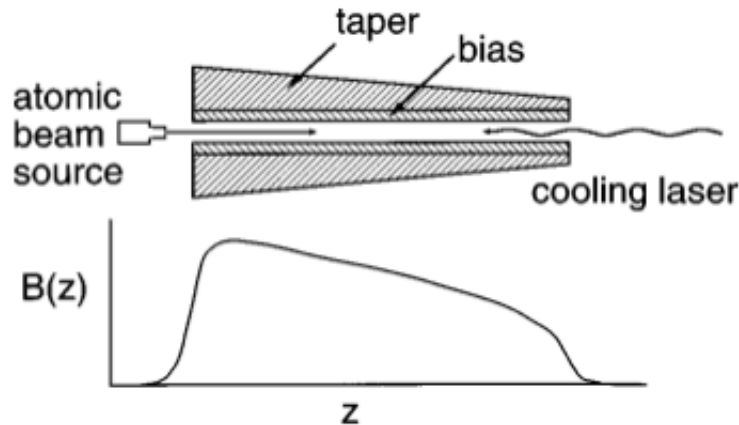


Figura 2.2. Rappresentazione grafica di uno Zeeman slower. In basso viene mostrato invece il campo magnetico prodotto dal solenoide. Figura adattata da [2].

Tuttavia risulta conveniente nella maggior parte dei casi lasciare che gli atomi abbiano la possibilità di uscire dal tratto solenoideale, di modo che possano spostarsi verso una zona di osservazione, dove può essere posizionato un detector. Questo risultato è ottenuto utilizzando un campo che varia similmente a quello mostrato in figura 2.2, tranne che nell'ultimo tratto del solenoide. In questo settore il campo subisce una forte variazione, cosicchè lo Zeeman shift cambi rapidamente ponendo il laser fuori risonanza rispetto agli atomi, che proseguono a bassa velocità e riescono ad uscire dalla cavità.

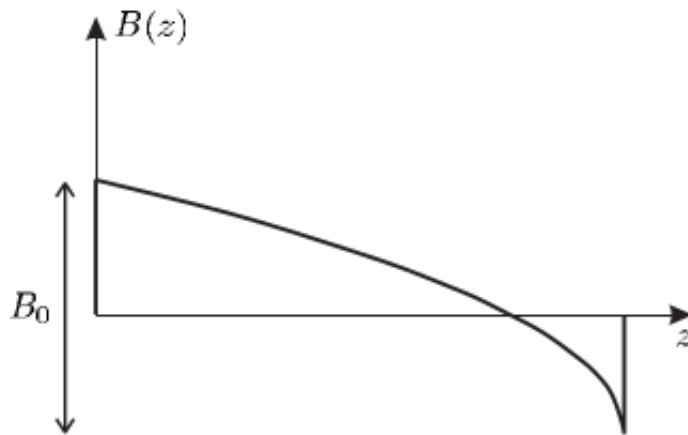


Figura 2.3. Il campo in figura subisce una brusca variazione nel tratto finale del solenoide, in modo da consentire agli atomi di uscire dalla cavità a bassa velocità. Figura tratta da [1].

L'utilizzo della tecnica dello Zeeman cooling inoltre risolse un'altra problematica che non è stata ancora citata. Durante la metà degli anni settanta W.D. Phillips cercava di rallentare un fascio atomico di sodio sfruttando la transizione $3s_{1/2} \rightarrow 3p_{3/2}$. Tuttavia si verificavano fenomeni di fluorescenza dovuti all'assorbimento degli atomi solo in prossimità della fonte di radiazione. Questo problema va sotto il nome di

optical pumping, causato dal fatto che il sodio non è realmente un sistema a due livelli. Durante l'interazione con la radiazione infatti emerge lo splitting iperfine dei livelli, dovuto al momento angolare nucleare non nullo dell'atomo di sodio, in particolare $I = 3/2$. Dato che il contributo di struttura iperfine dipende dall'accoppiamento $I \cdot J$ che si può ricalcolare nella base $|I, J, F, M_F\rangle$, risulterà che i livelli hanno energie diverse per diversi valori di F . Quello che succede quindi, è che una volta che si eccita un determinato livello iperfine del sodio, questo può emettere un fotone decadendo in un altro stato iperfine, diverso da quello iniziale. E ciò implica che la frequenza del laser non sia più in risonanza con gli atomi, che smettono di assorbire.

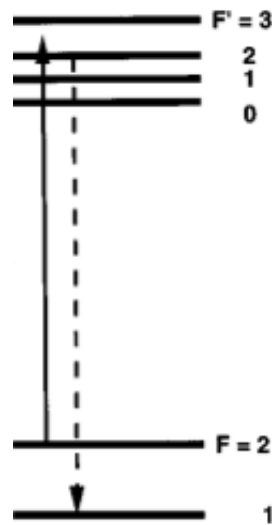


Figura 2.4. Processo di optical pumping: la struttura iperfine del sodio fa sì che possano avvenire transizioni che interrompono il processo di rallentamento. Figura tratta da [2]

La chiave della risoluzione del problema fu appunto l'utilizzo del solenoide precedentemente illustrato. La presenza di un campo magnetico abbastanza forte permette di definire un asse di quantizzazione, cioè l'asse del solenoide. In tal modo è possibile sfruttare le regole di selezione per generare un ciclo chiuso di transizioni evitando altre transizioni iperfini indesiderate. Se si manda della luce polarizzata circolarmente σ^+ e se il sodio si trova nello stato $3s_{1/2}(M_F = 2)$, l'autovalore del momento angolare totale lungo l'asse del solenoide deve necessariamente incrementare verso lo stato $3p_{3/2}(M_F = 3)$. Viceversa, quando questo decade dovrà obbligatoriamente tornare nello stato $3s_{1/2}$.

Capitolo 3

Doppler cooling e trappola magneto-ottica

3.1 Optical molasses technique

Fino a questo punto si è parlato di come raffreddare gli atomi di un fascio atomico, ma non si è trattato il problema di un gas. A differenza di quanto visto finora, in questo caso non esiste una direzione preferenziale per la velocità atomica, quindi in generale gli atomi si muoveranno tutti in direzioni diverse. Per rallentare gli atomi di un gas è quindi necessario applicare quanto visto nei capitoli precedenti in tutte le tre direzioni spaziali. La tecnica che si espone di seguito utilizza tre coppie di fasci laser contro-propaganti, lungo i tre assi ortogonali. Nel caso di un atomo fermo, questo metodo non avrebbe il minimo impatto sul sistema dato che le forze di radiazione sarebbero uguali e contrarie su tutte le direzioni, tuttavia nel caso l'atomo abbia una certa velocità v , il Doppler shift a cui è sottoposto l'atomo non è lo stesso per ognuno dei due fasci laser contro-propaganti, ma cambia a seconda del verso della velocità dell'atomo, ottenendo che le forze di radiazione sono complessivamente non nulle.

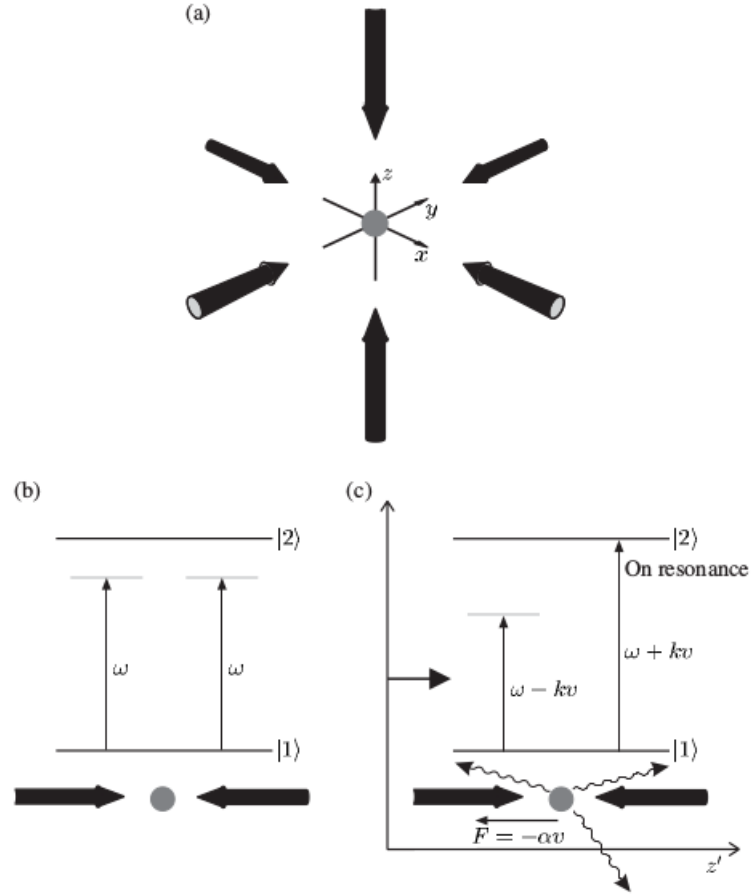


Figura 3.1. Optical molasses technique : in (a) si mostra la disposizione spaziale dei raggi laser rispetto all'atomo, in (b) il caso di un atomo fermo, in (c) il caso di interesse in cui la radiazione investe l'atomo in direzione parallela a quella del suo movimento. In questo caso si è imposto che il detuning sia tale che il laser si trovi ad una frequenza poco inferiore a quella di risonanza ω_0 (red-shift), quindi nel sistema di riferimento dell'atomo (figura c), la frequenza del fascio di destra è spostata verso la risonanza mentre la luce che proviene da sinistra è vista ad una frequenza più bassa. Figura tratta da [1].

Nel limite $kv \ll \Gamma$ è possibile approssimare le forze di radiazione F_{mol} ad un termine che dipende linearmente dalla velocità dell'atomo:

$$\begin{aligned}
 F_{mol} &= F_{scatt}(\omega - \omega_0 - kv) - F_{scatt}(\omega - \omega_0 + kv) \\
 &\simeq F_{scatt}(\omega - \omega_0) - \frac{\partial F}{\partial \omega} kv - [F_{scatt}(\omega - \omega_0) + \frac{\partial F}{\partial \omega} kv] \\
 &\simeq -2kv \frac{\partial F}{\partial \omega} = -\alpha v
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

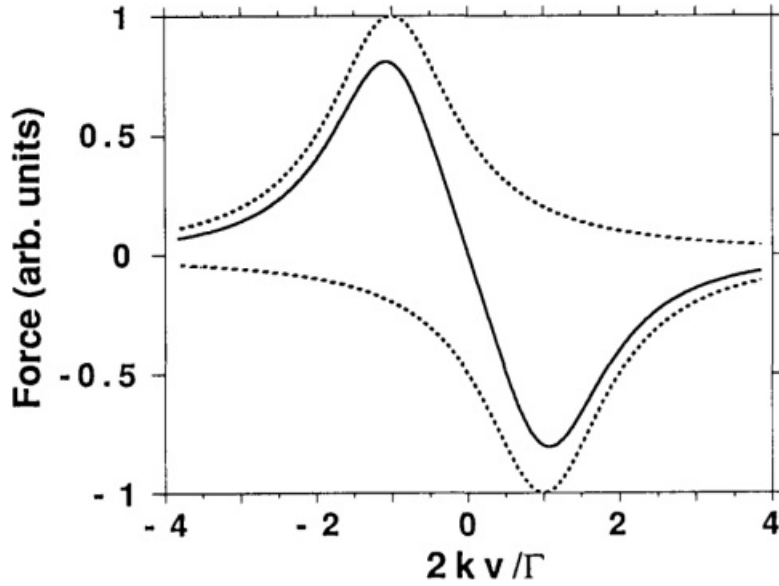


Figura 3.2. Plot della forza di radiazione esercitata su un atomo da due laser contropropaganti: le curve tratteggiate rappresentano il singolo contributo di un laser sull'atomo, la curva solida invece si ha per l'utilizzo di entrambi i laser contropropaganti. Figura tratta da [7].

Questo tipo di contributo, simile ad una forza di attrito esercitata da un fluido viscoso, ha portato coloro che per primi analizzarono il fenomeno ad identificarlo con il termine *molasses forces*. Svolgere la derivata parziale in 3.1 porta alla forma:

$$\alpha = 2k \frac{\partial F}{\partial \omega} = 2\hbar k \frac{\partial(kR)}{\partial \omega} = \frac{2\hbar}{c} k \frac{\partial(\omega R)}{\partial \omega} \quad (3.2)$$

Si è utilizzata la relazione $F = \hbar k R$, dove R è il rate di scattering definito in 2.2. Dato che anche R dipende da ω , ne risulta dalla derivata del prodotto $\omega R(\omega)$:

$$\frac{\partial F}{\partial \omega} = \frac{\hbar}{c} \left(R + \omega \frac{\partial R}{\partial \omega} \right). \quad (3.3)$$

Il secondo dei due termini in parentesi è quello dominante a causa della dipendenza di ω a numeratore. Tramite alcuni passaggi algebrici si può riscrivere α come:

$$\alpha = 4\hbar k^2 \frac{2\Omega^2}{\Gamma^2} \frac{-2\delta/\Gamma}{[1 + (2\delta/\Gamma)^2]^2} \quad (3.4)$$

Utilizzando la seconda legge della dinamica si ricava l'equazione differenziale per la perdita di energia cinetica nel tempo, partendo dal caso unidimensionale:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} M v_x^2 \right) = M v_x \frac{dv_x}{dt} = v_x F_{mol} = -\alpha v_x^2 \quad (3.5)$$

In tre dimensioni, facendo uso dei sei raggi laser contro-propaganti, si ottengono tre contributi uguali al precedente. Nel punto in cui la radiazione dalle diverse fonti si interseca, l'energia cinetica $E = \frac{1}{2} M (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)$ risulterà ridotta:

$$\frac{dE}{dt} = -\alpha v^2 = -\frac{2\alpha E}{M} = -\frac{E}{\tau} \rightarrow E(t) = e^{-t/\tau}, \quad (3.6)$$

Dove $\tau = \frac{M}{2\alpha}$ è tempo di smorzamento, che in condizioni ottimali corrisponde a qualche microsecondo.

3.1.1 Doppler limit

L'equazione 3.6 farebbe intuire che si può sottrarre tutta l'energia al gas finchè questa non arriva a zero, raffreddandolo indefinitamente fino alla temperatura 0K. Ciò che rende questa predizione fisicamente irrealistica è che il modello del Doppler cooling per come è stato esposto finora non tiene conto del riscaldamento a cui è sottoposto il gas a causa delle fluttuazioni nelle forze di assorbimento ed emissione spontanea. Complessivamente le forze che scaturiscono a causa di un singolo raggio laser sono i seguenti quattro contributi:

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_{abs} + \mathbf{F}_{se} + \delta\mathbf{F}_{abs} + \delta\mathbf{F}_{se}. \quad (3.7)$$

In ordine da sinistra a destra: la forza relativa all'assorbimento, quella di emissione spontanea, le rispettive fluttuazioni. Nel capitolo sulle forze di radiazione si è già specificato che $\mathbf{F}_{abs} = \mathbf{F}_{scatt}$, mentre per quanto riguarda l'emissione spontanea dei fotoni, si ottiene che $\mathbf{F}_{se} = 0$. Il termine di fluttuazione per l'emissione spontanea deriva dalla direzione casuale della velocità di rinculo dell'atomo quando emette un fotone. Un atomo che emette N fotoni presenta un andamento per la velocità media simile ad un random walk con passo pari alla velocità di rinculo v_r . In questa analogia un cammino di N passi porta ad uno spostamento medio proporzionale a \sqrt{N} o equivalentemente lo spostamento medio quadratico dipenderà dal quadrato della lunghezza media del passo per N . In un tempo t vengono assorbiti tR_{scatt} fotoni, dove R_{scatt} è ancora il rate di assorbimento definito in 2.2. Di conseguenza l'emissione di N fotoni porterà la velocità quadratica media lungo un asse ad incrementare come:

$$(\bar{v}_z)^2 = \eta v_r^2 \times N = \eta t R_{scatt} \times v_r^2. \quad (3.8)$$

Il fattore $\eta = \langle \cos^2(\theta) \rangle$ rappresenta una media angolare sulle tre direzioni spaziali, per emissione spazialmente isotropa è uguale a $\eta = 1/3$. Quindi a causa delle fluttuazioni nell'emissione otterremo un incremento nella velocità quadratica media pari a $(\bar{v})^2 = t R_{scatt} \times v_r^2$. Le fluttuazioni nel processo di assorbimento derivano dal fatto che un certo atomo non assorbe sempre lo stesso numero di fotoni nello stesso intervallo di tempo, che porta la velocità a fluttuare attorno al suo valore medio in maniera ancora una volta simile ad un random walk unidimensionale, dato che i fotoni che vengono assorbiti provengono sempre dalla stessa direzione. La generalizzazione alle tre coppie di laser contro-propaganti come nel caso delle *optical molasses* è immediata. Schematizziamo la distribuzione degli eventi di assorbimento con una poissoniana, allora le fluttuazioni attorno alla media hanno una deviazione standard pari a \sqrt{N} . Questo tipo di random walk causa un aumento della velocità simile a quello visto in 3.8, ma senza il fattore η , data la monodimensionalità del problema.

$$(\bar{v}_z)^2 = v_r^2 \times N = t R_{scatt} \times v_r^2. \quad (3.9)$$

Questo è il contributo dovuto ad un solo raggio laser. Quando si utilizzano due laser contro-propaganti, se l'atomo è fermo le forze di radiazione tendono ad annullarsi, ma il cambiamento nella velocità dovuto alle fluttuazioni è un fenomeno statistico, quindi sarà comunque cumulativo per due o più laser. Di seguito si assume che l'intensità del laser sia sempre ben al di sotto dell'intensità di saturazione. Oltre questo limite la capacità di assorbimento del mezzo si riduce drasticamente, e quindi

la seguente trattazione perderebbe di validità. Sotto questa condizione possiamo dire che il rate di fotoni assorbiti provenienti da due raggi equivale al doppio di quanto visto finora. Inserendo il contributo della 3.9 e della 3.8 nella 3.5, si ottiene:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}Mv_x^2\right) = (1 + \eta)\left(\frac{1}{2}Mv_r^2\right)(2R_{scatt}) - \alpha v_x^2 = (1 + \eta)E_r(2R_{scatt}) - \alpha v_x^2 \quad (3.10)$$

Questa equazione descrive il bilancio tra smorzamento dovuto alle forze di radiazione e riscaldamento dovuto alle fluttuazioni in un atomo investito da due fasci laser contro-propaganti. Se adesso si considera il caso delle tre coppie di raggi ortgonali, si dovrà tenere conto del fatto che il contributo dovuto alle fluttuazioni spontanee viene triplicato, dato che il fattore di media angolare sarà 3η . In questa configurazione 3D, ponendo la derivata temporale dell'energia a zero, si ottiene dalla 3.10 la velocità quadratica media al minimo dell'energia:

$$(\bar{v}_z)^2 = 2E_r \times (2R_{scatt}/\alpha). \quad (3.11)$$

Si utilizza ora il teorema di equipartizione imponendo $\frac{1}{2}Mv_z^2 = \frac{1}{2}k_B T$, sostituendo nell'equazione α come ricavato in 3.4 si ottiene infine:

$$k_B T = \frac{\hbar\Gamma}{4} \frac{1 + (2\delta/\Gamma)^2}{-2\delta/\Gamma}. \quad (3.12)$$

Questa funzione di δ presenta un minimo per una frequenza red-shifted $\delta = \omega - \omega_0 = -\Gamma/2$. Sostituendo si ottiene la relazione conosciuta come *Doppler cooling limit*, vale a dire la temperatura minima T_D alla quale si possono raffreddare gli atomi con una delle tecniche analizzate finora.

$$k_B T_D = \hbar\Gamma/2. \quad (3.13)$$

Il risultato è consistente con la teoria di un sistema a due livelli, dato che $\hbar\Gamma$ rappresenta la scala minima di energia che si può risolvere. Per un atomo di sodio, $T_D = 240\mu K$, che corrisponde ad una velocità $v_D \simeq 0.5ms^{-1}$. In generale vale:

$$v_D = \left(\frac{\hbar\Gamma}{M}\right)^{1/2} = \left(\frac{\hbar k \Gamma}{M k}\right)^{1/2} = (v_r v_c)^{1/2} \quad (3.14)$$

Dove v_r e v_c sono la velocità di rinculo e il range di velocità di cattura della tecnica OM.

3.2 Trappola magneto-ottica

Prima di passare al capitolo delle tecniche di raffreddamento sub-Doppler, si vuole riportare almeno una tecnica di intrappolamento atomico. E' necessario capire come confinare spazialmente gli atomi dopo averli raffreddati poichè si desidera questi siano non solo lenti e freddi, ma che lo siano nella regione in cui li si vuole osservare. La seguente tecnica fa utilizzo dei concetti già introdotti negli scorsi capitoli, in particolare OM e *Zeeman cooling*. Utilizzando le tre coppie di raggi contro-propaganti, è possibile far accumulare gli atomi freddi in una certa regione, l'uso di un quadrupolo magnetico assieme alla giusta scelta della polarizzazione della

radiazione, permette di intrappolare gli atomi per un tempo più o meno lungo a seconda di alcune condizioni che riguardano strettamente l'apparato sperimentale e l'ambiente del laboratorio (surriscaldamento dei magneti, impossibilità di creare una perfetta condizione di vuoto), che non verranno considerate per semplicità di esposizione. Il campo magnetico viene prodotto per mezzo di due bobine in cui scorrono correnti in versi opposti, ed è tale da azzerarsi al centro degli assi (il punto in cui si vogliono intrappolare gli atomi), aumentando linearmente quando ci si allontana.

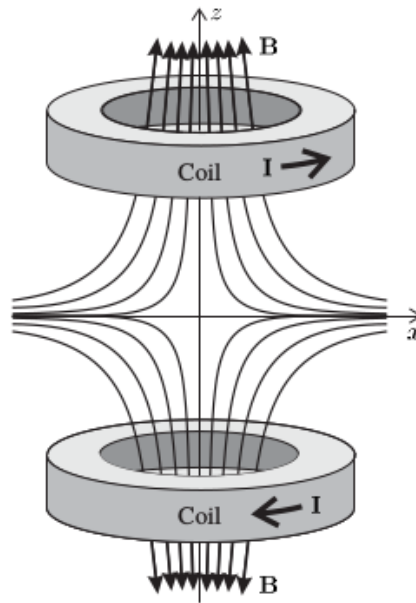


Figura 3.3. Il campo magnetico prodotto dalle due bobine: il campo è tale da azzerarsi nella zona di osservazione e cresce linearmente quando l'atomo si allontana dal centro della trappola. Figura tratta da [1].

Analizziamo il fenomeno partendo da un modello monodimensionale, sia un atomo spostato nella direzione $z \geq 0$, e si trovi nello stato $|j = 0, m_j = 0\rangle$. Viene inviata sull'atomo luce polarizzata σ^+ da sinistra e σ^- da destra. Entrambi i fasci sono red-shifted rispetto alla frequenza di risonanza, l'effetto desiderato è quindi che il campo magnetico abbassi la frequenza della transizione che favorisce l'assorbimento della luce σ^- , le forze di radiazione esercitate tenderanno infatti a spostare l'atomo a sinistra, verso il centro della trappola. I livelli dell'atomo subiscono uno Zeeman splitting proporzionale all'intensità del campo:

$$\Delta E_Z = \mu_B B \Delta m_j \quad (3.15)$$

Dato che $B \geq 0$ per $z \geq 0$, effettivamente la transizione $\Delta m_j = -1$ si troverà spostata verso la frequenza del laser, l'atomo inizierà ad assorbire luce σ^- fintanto

che la radiazione resta in risonanza con la transizione, la cui larghezza si riduce man mano che il valore del campo tende a tornare verso lo zero, cioè al centro degli assi. Se l'atomo è inizialmente spostato nella direzione $z \leq 0$, si ottiene esattamente lo stesso effetto per mezzo dell'assorbimento della luce σ^+ , dato che stavolta ad essere favorita sarà la transizione $\Delta m_j = +1$.

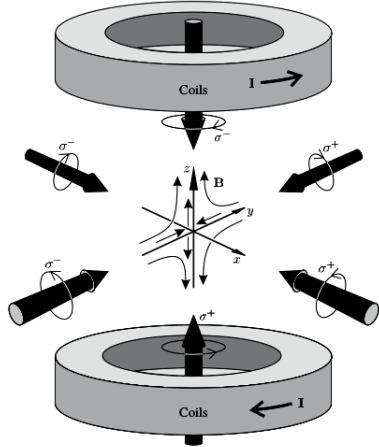


Figura 3.4. Configurazione della polarizzazione delle tre coppie di laser contropropaganti all'interno della trappola magnetica. Figura tratta da [1].

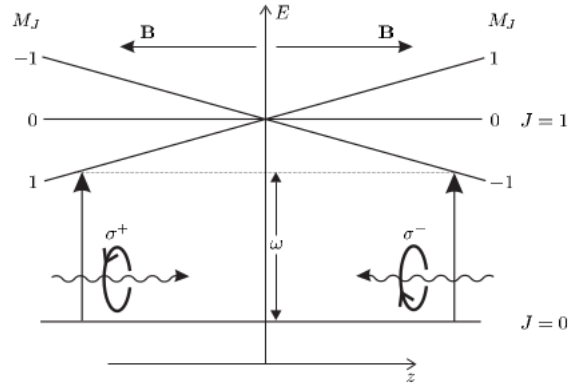


Figura 3.5. Schema dei livelli shiftati secondo l'effetto Zeeman. Si nota che a seconda del verso della velocità dell'atomo, l'assorbimento di luce polarizzata σ^\pm favorisce transizioni diverse. Figura adattata da [1].

Volendo fornire una descrizione matematica della **MOT**, introduciamo un contributo βz nella 3.1 proveniente dallo Zeeman shift:

$$\beta z = \frac{g\mu_B}{\hbar} \frac{dB}{dz} z, \quad (3.16)$$

dove g è l'eventuale degenerazione del livello.

$$F_{MOT} = F_{scatt}^{\sigma^+}(\omega - (\omega_0 + \beta z) - kv) - F_{scatt}^{\sigma^-}(\omega - (\omega_0 - \beta z) + kv). \quad (3.17)$$

$\omega_0 + \beta z$ è la frequenza di risonanza per la transizione $\Delta m_j = +1$, $\omega_0 - \beta z$ sta invece per quella $\Delta m_j = -1$.

Oltre all'approssimazione per basse velocità ($kv \ll \Gamma$), si assume inoltre che lo Zeeman shift sia molto minore della larghezza della transizione ($\beta z \ll \Gamma$). Si può quindi ricalcolare la precedente equazione dandone una stima simile al caso della **OM**:

$$F_{MOT} \simeq -2kv \frac{\partial F}{\partial \omega} - 2\beta z \frac{\partial F}{\partial \omega} = -\alpha v - \frac{\alpha\beta}{k} z. \quad (3.18)$$

Ne risulta quindi che un atomo all'interno di una **MOT** subisce una forza di tipo elastico attrattiva e un'altra di tipo viscoso che garantiscono rispettivamente l'intrappolamento e il raffreddamento.

Capitolo 4

Tecniche di raffreddamento sub-Doppler

Nel seguente capitolo vengono esposte due tecniche che permettono di raffreddare gli atomi ad una temperatura inferiore a quella vista nel paragrafo sul limite Doppler. È importante specificare che queste tecniche lavorano in un range di velocità molto ristretto, e soprattutto molto inferiore a quello visto nei precedenti capitoli ($kv \approx \Gamma$). Prima di attuare questi metodi, bisogna quindi lavorare sugli atomi con una delle tecniche già presentate.

4.1 Sisyphus cooling

Si tratta di un metodo che fa utilizzo dell'effetto Sisifo, studiato nel 1989 da J. Dalibard e C. Cohen Tannoudij. Questo fenomeno consiste nella perdita di energia cinetica periodica di un atomo, attraverso l'utilizzo di un potenziale elettrico oscillante, realizzato attraverso la sovrapposizione di due campi elettrici con polarizzazione lineare e ortogonale tra loro. Sfruttando la sotto-struttura del ground state che si viene a creare a causa della perturbazione inserita per mezzo del campo, si può forzare l'atomo a spendere energia cinetica per scalare un massimo del potenziale dei sottolivelli, una volta in cima questo assorbe un fotone dal campo e si ritrova nel primo livello eccitato. Quando per emissione spontanea viene emesso un fotone, se l'atomo si ritrova ancora una volta nel sottolivello ad energia più bassa, avrà un altro massimo da scalare e quindi dovrà spendere altra energia cinetica, rallentando ancora. Continuando in questo modo si può raffreddare il gas fino ad una certa soglia, che si mostrerà più avanti, molto inferiore rispetto a quella permessa esclusivamente dalle tecniche di Doppler cooling.

Il nome *Sisyphus cooling* deriva da un'analogia con il mito greco di Sisifo, costretto dagli Dei a spingere un masso fin sulla cima di una collina, ogni volta che arrivava sulla vetta, il masso rotolava giù di nuovo, facendo sì che la sua punizione continuasse in eterno.

4.1.1 Introduzione al sistema

In questa sezione, prima di illustrare in dettaglio il meccanismo di raffreddamento, si vuole esporre il pattern con il quale il campo cambia polarizzazione mentre l'atomo avanza lungo l'asse z e lo schema dei livelli atomici. In particolare è necessario specificare perchè l'atomo una volta che viene eccitato è molto probabile che cada in una valle del potenziale, favorendo l'effetto Sisifo, piuttosto che su un massimo, dando luogo ad una sorta di effetto inverso.

Si considerino due onde piane laser di uguale frequenza ω_L che si propagano in versi opposti lungo l'asse z . Sia A_0 l'ampiezza comune ad entrambe le onde e siano \hat{e}_x ed \hat{e}_y le polarizzazioni lineari delle due onde lungo x ed y . La sovrapposizione delle due onde genera un campo elettrico totale del tipo:

$$\mathbf{E}(z, t) = \mathbf{A}(z)e^{-i\omega_L t} + c.c. \quad (4.1)$$

dove :

$$\mathbf{A}(z) = A_0\hat{e}_x e^{ikz} + A_0\hat{e}_y e^{-ikz} \quad (4.2)$$

e l'espressione $c.c$ indica invece il complesso coniugato del primo termine della 4.1. Utilizzando la rappresentazione di Eulero per gli esponenziali, si ottiene:

$$\mathbf{A}(z) = A_0[(\hat{e}_x + \hat{e}_y) \cos(kz) - i(\hat{e}_y - \hat{e}_x) \sin(kz)]. \quad (4.3)$$

A questo punto è evidente che la polarizzazione del campo dipende dalla posizione dell'atomo lungo l'asse z . Quando l'atomo è in $z = 0$ vede una polarizzazione lineare lungo l'asse $\hat{e}_1 = \hat{e}_x + \hat{e}_y$, in $z = \lambda/8$ si ha una polarizzazione circolare (σ^-), in $z = \lambda/4$ lineare lungo $\hat{e}_2 = \hat{e}_x - \hat{e}_y$, circolare (σ^+) in $z = 3\lambda/8$ e così via.

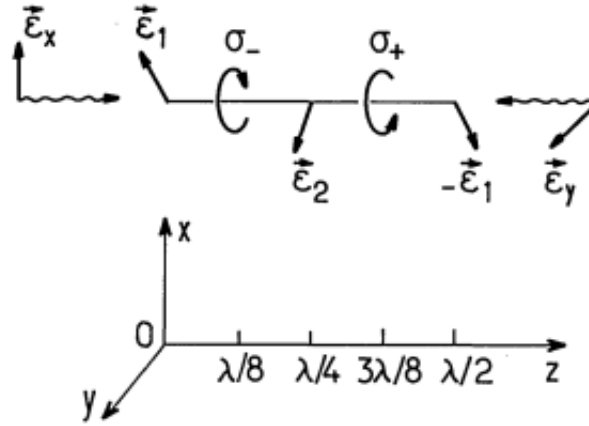


Figura 4.1. Il grafico illustra il modo con il quale il campo cambia polarizzazione lungo l'asse z . È importante notare che le polarizzazioni circolari σ^\pm si alternano ogni $z = \lambda/4$. Figura tratta da [4].

Si consideri adesso un sistema a due livelli $J = 1/2$ e $J = 3/2$. Abbiamo dunque due sottolivelli per il ground state $m_g = \pm 1/2$ e quattro per il primo eccitato $m_e = \pm 1/2, \pm 3/2$. Si prenda ora ad esempio una posizione lungo l'asse z in cui la polarizzazione è circolare σ^+ : si suppone quindi che quando questa luce viene

assorbita dall'atomo, il suo momento angolare lungo l'asse incrementi il suo valore di uno. I coefficienti di Clebsch-Gordan delle due transizioni possibili ci dicono che $m_g = 1/2 \rightarrow m_e = 3/2$ è tre volte più probabile (e quindi tanto più intensa) di $m_g = -1/2 \rightarrow m_e = 1/2$.

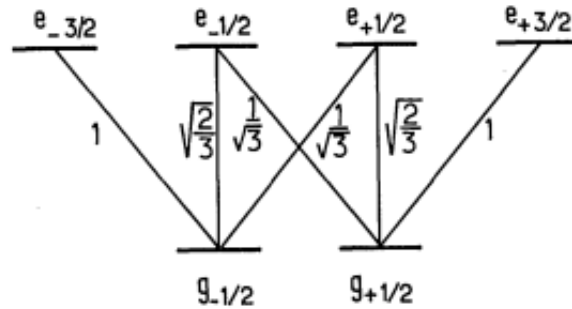


Figura 4.2. Rappresentazione grafica delle probabilità di transizione tra i livelli atomici: i coefficienti di Clebsch-Gordan che affiancano le righe di transizione sono proprio le probabilità se li si eleva al quadrato. Figura tratta da [4].

L'intensità di una transizione è anche indice del gap tra i livelli, questo ci indica perciò che in una posizione con polarizzazione σ^+ , $m_j = 1/2$ è il più basso in energia dei due livelli. Viceversa quando l'atomo si trova in una posizione con polarizzazione σ^- sarà evidentemente $m_g = -1/2$ il livello più basso. Supponendo di avere un detuning $\delta = \omega_L - \omega$ verso il rosso, entrambi i livelli saranno traslati in energia verso il basso, dato che le transizioni avvengono ad una frequenza più bassa di quella di risonanza dell'atomo. Ricordando che la polarizzazione del campo cambia da σ^- a σ^+ ogni $\Delta z = \lambda/4$, è ora possibile descrivere graficamente il sistema atomo+campo.

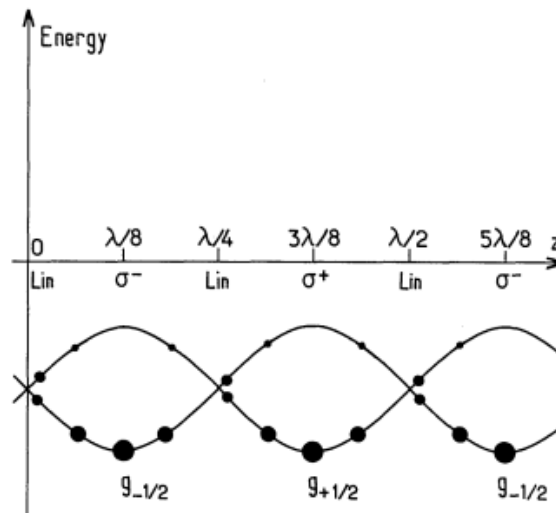


Figura 4.3. Evoluzione dei sottolivelli dell'atomo mentre questo si muove lungo l'asse z . La dimensione dei cerchi neri è proporzionale alla popolazione dei livelli. Figura tratta da [4].

4.1.2 Stima del termine di smorzamento e recoil limit della temperatura

A questo punto è chiaro che il processo di assorbimento-emissione spontanea è assolutamente necessario per raffreddare l'atomo. Infatti anche se l'atomo spende energia cinetica per salire una collina di potenziale, se questo restasse sempre sullo stesso sottolivello, ritrasformerebbe l'energia potenziale acquisita scalando il massimo nuovamente in energia cinetica, mentre percorre la discesa del potenziale dall'altro lato. Se invece l'atomo, una volta raggiunta un massimo del potenziale, assorbe un fotone che lo eccita in un livello ad energia superiore, quando riemette un altro fotone, decade molto probabilmente (vedi figura 4.2) nella valle di potenziale seguente, trovandosi nuovamente nella condizione di dover scalare un'altra salita, mentre il fotone emesso dissipa l'energia in eccesso del processo, che sarà dell'ordine dello shifting dei livelli del ground state in base a considerazioni sulla conservazione dell'energia. Mentre l'atomo continua ad eseguire questo processo continua a rallentare, ma vi è una condizione da rispettare affinché la probabilità che l'atomo veda una salita sia maggiore rispetto a quella di vedere una discesa.

Un concetto fondamentale da introdurre, è che il processo assorbimento-emissione (*optical pumping*) richiede un tempo finito τ_p , detto *pumping time*. Se l'atomo in considerazione inizia il suo percorso a $z = \lambda/8$ e si muove verso destra con una velocità $v \approx v_r = \lambda/\tau_p$, avrà un alta probabilità di restare nello stesso sottolivello, riuscirà quindi a scalare tutta la collina di potenziale prima di essere eccitato per poi ricadere nella valle immediatamente seguente, cioè in $z = 3\lambda/8$. È quindi chiaro che il range di cattura per la velocità risiede intorno a v_r , nel momento in cui l'atomo diventerà troppo lento per percorrere una salita, viene assorbito prematuramente e ricade nel migliore dei casi ai piedi di un'altra collina, senza avere comunque l'energia sufficiente per scalarla. Si vuole ora stimare il coefficiente di dissipazione in maniera simile a quanto visto per il modello del Doppler cooling:

$$F = -\alpha v \quad (4.4)$$

Dalla figura 4.4 si vede che la massima energia dissipata si ha quando $v\tau_p \approx \lambda/4$, di conseguenza:

$$1/\tau_p = \Gamma' \approx kv. \quad (4.5)$$

Dove Γ' è la larghezza a metà altezza della transizione di optical pumping. La 4.5 definisce quindi un nuovo *capture range* per la velocità, diverso da quello visto precedentemente. Dal momento che τ_p è molto grande, la transizione risulta molto stretta, e proporzionalmente lo è anche il range di cattura delle velocità.

Per un velocità che soddisfi 4.5, si ha che l'energia dissipata è proprio la differenza in energia tra i due sottolivelli del ground state, che verrà di seguito chiamata Δ' . L'energia dissipata per unità di tempo è quindi:

$$\frac{dE}{dt} = -\hbar\Delta'/\tau_p = -\hbar\Delta'\Gamma'. \quad (4.6)$$

Allo stesso modo si può ricavare un'espressione per la potenza dissipata dalla forza:

$$\frac{dE}{dt} = -Fv. \quad (4.7)$$

Confrontando le due espressioni e ricordando che $F = -\alpha v$ si arriva infine a:

$$\alpha = -\hbar k^2 \frac{\Delta'}{\Gamma'} \quad (4.8)$$

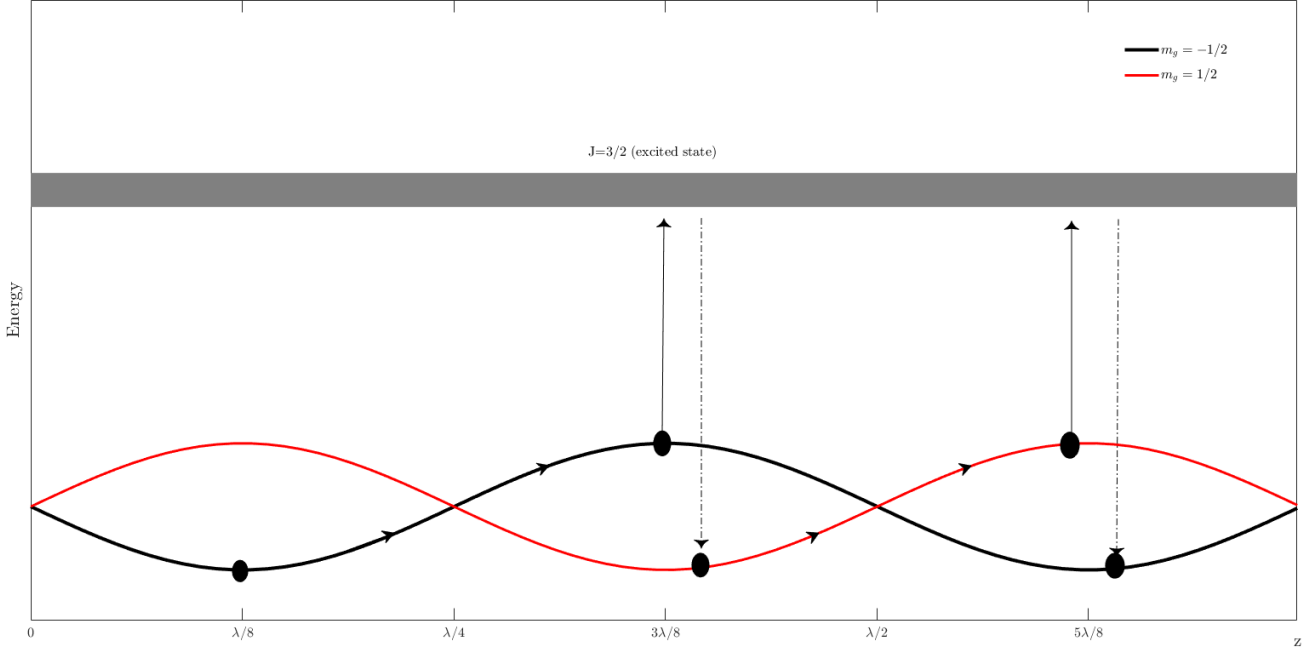


Figura 4.4. Processo di optical pumping: quando l'atomo raggiunge un massimo del potenziale assorbe un fotone ed arriva al livello $J = 3/2$. Quando decade nel minimo immediatamente successivo lo fa emettendo un fotone che dissipa l'energia in eccesso del processo.

Infine si introduce il *recoil limit* in maniera qualitativa¹. Periodicamente l'atomo perde un quantitativo di energia pari allo shifting tra i due sottolivelli e questa energia viene dissipata per mezzo del fotone emesso di impulso $p = \hbar k$. È ragionevole pensare che il limite di temperatura del raffreddamento Sisifo si trovi quando l'energia residua dell'atomo è dell'ordine $E_r = p^2/2M$. Utilizzando il teorema di equipartizione:

$$\frac{1}{2}k_B T_r = E_r = \frac{(\hbar k)^2}{2M} \rightarrow T_r = \frac{(\hbar k)^2}{M k_B} = \frac{(\hbar^2)}{k_B M \lambda^2} \quad (4.9)$$

Per un atomo di sodio $T_r = 2.4\mu\text{K}$ (T_D per la **OM** era di $240\mu\text{K}$).

¹per una discussione approfondita vedere [4]

4.2 Raman cooling

4.2.1 Processi a due fotoni

Tutti i metodi analizzati finora hanno sempre fatto uso di processi di assorbimento/emissione spontanea di singolo fotone. Infatti anche quando si sono utilizzati due laser contro-propaganti, veniva assorbito solo un fotone per volta. Immaginiamo di avere un sistema a due livelli, per adesso consideriamo l'eventualità di avere due laser che emettono luce di uguale frequenza ω . La legge che regola la transizione tra gli stati $|1\rangle \rightarrow |2\rangle$ per un atomo che si muove con velocità v sarà:

$$(\omega + kv) + (\omega - kv) = 2\omega = \omega_{12}, \quad (4.10)$$

dove ω_{12} è la frequenza di risonanza della transizione. Si vuole adesso spiegare la differenza sostanziale tra un processo a due fotoni e due processi di singolo fotone. Immaginiamo di avere due laser di frequenza $\omega_{L1} = \omega_{1i}$ e $\omega_{L2} = \omega_{i2}$ risonanti rispettivamente con le transizioni $|1\rangle \rightarrow |i\rangle$ e $|i\rangle \rightarrow |2\rangle$, dove $|i\rangle$ è un certo livello intermedio. Ciò che succede è che in due step **distinti** l'atomo assorbe prima un fotone per passare al livello intermedio, poi l'altro per arrivare a $|2\rangle$. Si è quindi eseguita una serie di due processi di singolo fotone. Ciò che accade in una transizione a due fotoni e che è mostrato in 4.5, tuttavia è totalmente diverso: qui due processi di assorbimento-emissione stimolata **simultanei** determinano la transizione dal primo al secondo livello, attraverso il passaggio per un livello virtuale che non è il livello intermedio $|i\rangle$.

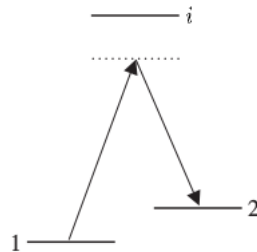


Figura 4.5. Transizione a due fotoni: un assorbimento seguito da una emissione stimolata determinano la transizione $|1\rangle \rightarrow |2\rangle$. In particolare questo tipo di processo a due fotoni è proprio una transizione Raman.

Bisogna specificare che la probabilità che avvengano due processi di singolo fotone anziché uno a due fotoni è non trascurabile. Perciò è necessario imporre una condizione per il laser detuning affinché la transizione $|1\rangle \rightarrow |i\rangle$ non sia risonante con la radiazione laser. La condizione in questione è che il detuning Δ per la precedente transizione sia molto grande, e in particolare proprio dell'ordine di ω_{1i} . Nonostante le notevoli differenze tra i due processi, questi lavorano sugli stessi stati, perciò ci si aspetta che le regole di selezione debbano solo tener conto del fatto che sono due i fotoni che vengono assorbiti, in particolare si ha $\Delta l = 0, \pm 2$.

4.2.2 Selezione delle velocità attraverso transizioni Raman

In questa sezione si mostrerà in che modo un ciclo di transizioni Raman riesce a selezionare le velocità atomiche in un range $-\Delta v \leq 0 \leq \Delta v$. Attraverso il seguente metodo si seleziona solamente una certa classe di atomi in funzione della loro velocità, senza raffreddarli ulteriormente. Si consideri una transizione Raman di energia $\hbar\omega_{12}$ per un atomo che si muove di velocità v verso destra.

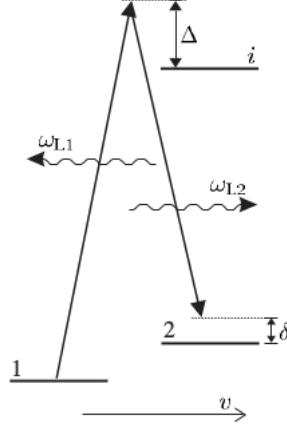


Figura 4.6. Transizione Raman: δ è il detuning della radiazione rispetto alla risonanza del livello $|2\rangle$, mentre Δ è il detuning rispetto alla transizione di dipolo verso il livello intermedio. Come preannunciato nella scorsa sezione si ha $\Delta \gg \delta$. Immagine tratta da[1].

La condizione per una transizione alla risonanza per le due frequenze laser ω_{L1} e ω_{L2} è:

$$\omega_{L1} + k_1 v - (\omega_{L2} - k_2 v) = \omega_{L1} - \omega_{L2} + \frac{v}{c}(\omega_{L1} + \omega_{L2}) = \omega_{12}. \quad (4.11)$$

Si vede quindi che per laser di frequenza diversa il Doppler shift si somma e rende la transizione Raman sensibile alla velocità atomica. Il grande vantaggio dell'assorbimento Raman consiste in una larghezza di transizione estremamente piccola, questo è dovuto al fatto che questi processi avvengono tra i livelli iperfini del ground state, che generalmente hanno tempi di vita medi molto lunghi dato che il rate di emissione spontanea è trascurabile. La velocità si determina attraverso la seguente relazione, che deriva da 4.11:

$$\frac{v}{c}(\omega_{L1} + \omega_{L2}) = kv = \omega_{12} - (\omega_{L1} - \omega_{L2}), \quad (4.12)$$

dove con $k = \frac{1}{c}(\omega_{L1} + \omega_{L2})$ si è indicato il vettore d'onda medio.

La larghezza della transizione dipende in questo caso in gran parte dal tempo di interazione dell'atomo con la radiazione. Se consideriamo un impulso laser di durata $\tau_{pulse} = 600\mu s$ e di lunghezza d'onda $\lambda \simeq 600nm$, il limite della trasformata di Fourier del segnale dà :

$$\frac{\Delta v}{\lambda} \approx 1/\tau_{pulse} \rightarrow \Delta v \approx 1 \frac{mm}{s}. \quad (4.13)$$

Δv appena ricavato è notevolmente più basso di tutte le velocità con cui si è trattato finora, circa trenta volte minore del kick che un singolo fotone impartisce ad un atomo negli esperimenti di Doppler cooling, ed è il range di velocità entro il quale un atomo deve trovarsi affinché assorba due fotoni così da salire al secondo livello iperfine.

4.2.3 Processo di raffreddamento

Si può ora discutere come effettivamente gli atomi vengono raffreddati utilizzando l'effetto Raman. Anche se una descrizione completa risulta troppo lunga da riportare, si può fornire una trattazione a livello qualitativo che comunque permette di apprendere le modalità con le quali opera la tecnica di raffreddamento. Si prende ad esempio un atomo che si muove di velocità $0 < v < v_r$ (v_r è la velocità di rinculo). Gli atomi nel range $v \pm \Delta v$ attraverso i processi di assorbimento/emissione stimolata transiscono verso il livello $|2\rangle$, con una velocità ridotta di $2v_r$. A questo punto si utilizza un terzo laser, che tramite assorbimento stimola un'altra transizione verso un livello $|i\rangle$ (che non fa parte della struttura iperfine). Quest'ultimo laser viene puntato sull'atomo di modo che la sua velocità vari di v_r verso $v = 0$. Infine l'atomo tramite emissione spontanea torna al livello iniziale, con una velocità che sarà da qualche parte nel range $-v_r < 0 < v_r$. Considerando un solo ciclo, sembrerebbe che nulla sia cambiato, ma se si considera che dopo n cicli una parte degli atomi cade nella stretta regione $-\delta v < 0 < \delta v$ con $\delta v \ll \Delta v$, allora una volta finito un ciclo di transizioni, se l'atomo si trova nel range molto vicino a $v = 0$, si può impostare l'impulso Raman che da luogo alla prima transizione in modo che ignori quella particolare classe di velocità, cosicché sempre più atomi tenderanno ad avere velocità molto basse. In figura 4.7 si riporta l'intero processo di cooling.

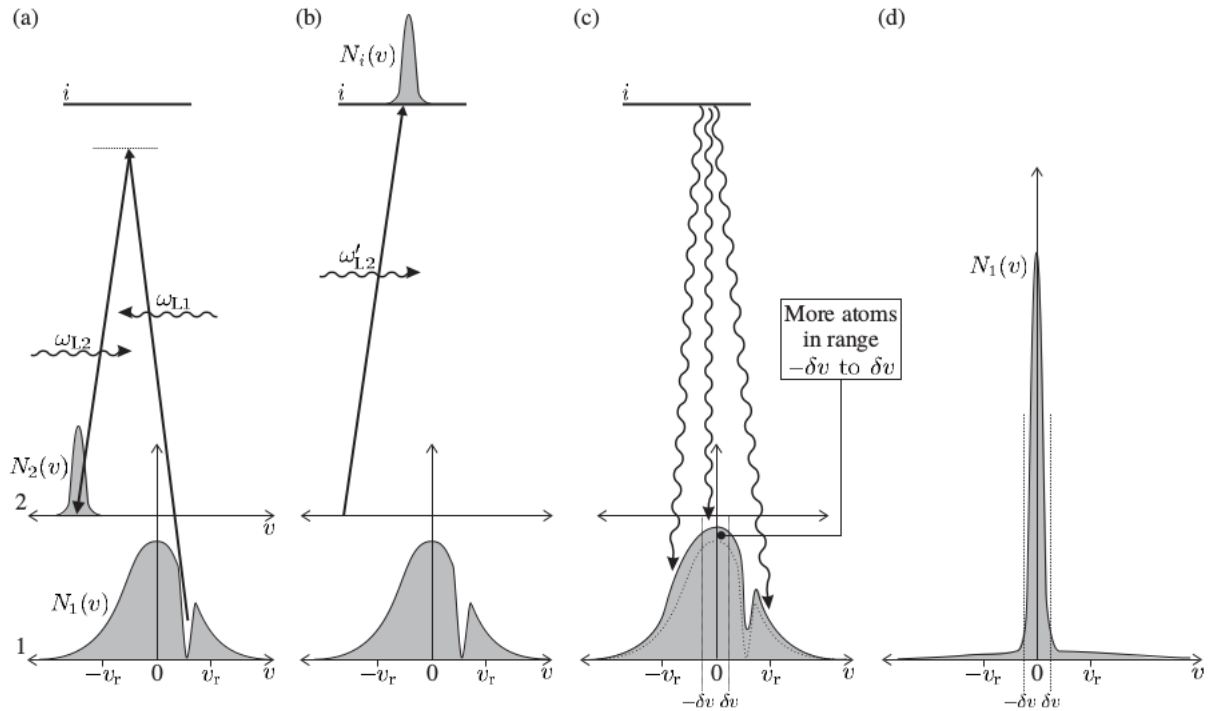


Figura 4.7. Iterazione del processo di Raman cooling: dopo un solo ciclo di transizioni la distribuzione delle velocità non appare modificata in maniera significativa, dopo N cicli tuttavia molti degli atomi risiedono nel range di velocità $-\delta v < 0 < \delta v$. Figura tratta da [1].

Il tempo richiesto affinché gli atomi cadano nella zona di larghezza $2\delta v$ diventa molto grande quando il range che richiediamo diventa più stretto, questo è ciò che definisce nella pratica il limite in temperatura per il raffreddamento Raman. Attualmente il limite di temperatura è di circa 100nK^2 , ottenuto sempre nel caso monodimensionale, infatti la tecnica Raman non ha lo stesso livello di efficienza in tre dimensioni, questo è dovuto al fatto che la richiesta di ottenere tutte e tre le componenti della velocità in un range δv_x , δv_y , δv_z complica notevolmente l'esperimento.

²Si rimanda a [6] per una discussione approfondita

Capitolo 5

Conclusioni

Nel corso della dissertazione si sono analizzate le principali tecniche che permettono raffreddare atomi neutri. L'idea alla base è stata quella di utilizzare le forze di radiazione che risultano dall'interazione radiazione materia per rallentare gli atomi, questo può essere ottenuto con vari metodi, che operano in regimi di velocità e temperatura diversi. Si è cominciato vedendo come rallentare fasci atomici, con le tecniche di *chirp cooling* e *Zeeman cooling*. Questi due metodi, sebbene si basino sullo stesso concetto, differiscono nella modalità di esecuzione. La differenza risiede soprattutto nel modo in cui si mantengono le forze di radiazione al massimo del loro valore, nel primo caso variando la frequenza di radiazione molto rapidamente, nel secondo perturbando i livelli atomici con un campo magnetico. Passando al capitolo sul Doppler cooling è stata presentata la *Optical molasses technique*, in cui per la prima volta abbiamo avuto la possibilità di affrontare il problema in maniera tridimensionale, attraverso l'utilizzo di sei laser contropropaganti, anziché uno solo. Si è successivamente identificato il limite di temperatura oltre il quale non si può raffreddare gli atomi con la **OM** e lo si è riconosciuto come *Doppler limit* ($T_D \simeq 240\mu\text{K}$). È stato inoltre analizzato uno dei vari metodi di trapping per atomi neutri, la trappola magneto-ottica, molto utilizzata per il confinamento spaziale di atomi che sono già stati precedentemente rallentati. Infine si è passati ad un breve excursus sulle tecniche di raffreddamento sub-Doppler, quali *Sisyphus cooling* e *Raman cooling*. Nel primo caso si è visto come si potesse rallentare gli atomi attraverso una singolare scelta della polarizzazione di un campo elettrico esterno, che perturbasse la struttura iperfine del ground state, dando luogo all'*effetto Sisifo*, per poi trovare il *recoil limit* ($T_r = 2.4\mu\text{K}$). Come ultimo argomento si è introdotto il concetto di processo a due fotoni, per poi passare ai due utilizzi della tecnica Raman, vale a dire selezione delle velocità e raffreddamento. Nel primo caso un ciclo di N transizioni permette di ridurre lo spread tra le velocità atomiche in un ristretto range di velocità, in cui può operare il raffreddamento Raman. Si è quindi visto come raffreddare gli atomi sfruttando le transizioni Raman, ottenendo atomi con temperature ben al di sotto di quella del *recoil limit*.

Nell'ambito della spettroscopia e della fisica atomica in generale, verso la fine degli anni settanta, il *laser cooling* è stato il mezzo che ha permesso di determinare con grande precisione lo spettro di assorbimento di alcuni elementi (principalmente i metalli alcalini) grazie all'eliminazione dell'allargamento Doppler della riga spettrale.

Avere la possibilità di ottenere atomi ultrafreddi è di grande importanza nello studio dei sistemi condensati e di altri fenomeni che caratterizzano la materia a livello puramente quantistico. Un altro campo nel quale sono utilizzate le tecniche di laser cooling è la produzione di orologi atomici, infatti più lentamente si muovono gli atomi, più diventa accurato l'orologio. Nel 2011 l'errore relativo dell'orologio CsF2 a cesio del National Physics Laboratory d'Inghilterra è stato stimato essere $\mu = 4.1 \times 10^{-16}$, con un tale margine di errore ci si aspetta di guadagnare o perdere un secondo ogni 138 milioni di anni.

Appendice A

Allargamento Doppler della riga spettrale

Si consideri un atomo che si muove con velocità v nel sistema di riferimento del laboratorio, nel verso positivo dell'asse x . Si invii adesso radiazione laser sull'atomo, il risultato sarà che nel sistema di riferimento dell'atomo e in quello dell'osservatore si percepiranno frequenze diverse per la radiazione. Quello che ci si aspetta è che non si potrà ottenere uno spettro di assorbimento del tipo $\delta(\omega - \omega_0)$ (qui δ indica la funzione di Dirac) dato che la frequenza della radiazione percepita dai diversi atomi dipenderà dalla velocità con cui ognuno di questi si muove. È necessario stabilire una legge che definisca la relazione tra la frequenza angolare della radiazione nel sistema di riferimento del laboratorio e nel sistema di riferimento in cui l'atomo è a riposo. Questa è:

$$\omega' = \omega \pm kv, \quad (\text{A.1})$$

dove k è il vettore d'onda e il segno della velocità dipende dal verso di propagazione della radiazione.

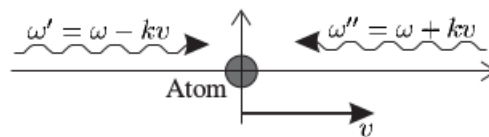


Figura A.1. Doppler shift in frequenza per un atomo che si muove nel sistema di riferimento del laboratorio con velocità v .

Tratteremo quindi il caso in cui l'atomo assorbe un fotone nel sistema di riferimento del laboratorio quando la radiazione ha una frequenza angolare uguale alla frequenza di risonanza della transizione ($\omega = \omega_0$), quindi nel sistema di riferimento con l'atomo a riposo avremo $\omega' = \omega_0 = \omega - kv \rightarrow \omega - \omega_0 = \delta = kv$ e di conseguenza:

$$\frac{\delta}{\omega_0} = \frac{v}{c} \quad (\text{A.2})$$

Consideriamo ora la distribuzione di Maxwell per le velocità degli atomi di un gas in un range $[v, v + dv]$:

$$f(v)dv = \sqrt{\frac{M}{2\pi k_B T}} e^{-\frac{Mv^2}{k_B T}} dv = \frac{1}{\sqrt{\pi}v_{ms}} e^{-\frac{v^2}{(v_{ms})^2}}, \quad (\text{A.3})$$

dove $v_{ms} = \sqrt{\frac{2k_B T}{M}}$ è la velocità atomica più probabile. Si può quindi costruire una funzione $g_D(\omega)$ utilizzando la A.2, scrivendo la velocità in funzione della frequenza angolare:

$$g_D(\omega) = \frac{1}{\sqrt{\pi}v_{ms}} e^{-\frac{c^2}{(v_{ms})^2} \left(\frac{\omega - \omega_0}{\omega_0}\right)^2}. \quad (\text{A.4})$$

Si ottiene quindi uno spettro di assorbimento gaussiano. E' necessario puntualizzare che l'effetto Doppler non è l'unico fenomeno a causare l'allargamento della riga di una transizione. Esiste infatti l'allargamento omogeneo, che fornisce un profilo di tipo lorentziano¹. Questo insorge a causa dell'emissione spontanea: i tempi di diseccitazione sono infatti estremamente brevi, in base al principio di Heisenberg $\Delta E \Delta t \geq \hbar$, l'incertezza sul tempo di vita media di un certo livello atomico è collegato all'incertezza sulla sua energia. Questo fa sì che diversi atomi possano avere uno stesso livello ad energie leggermente diverse tra loro. Quando entrambi questi contributi sono significativi, allora il giusto spettro d'assorbimento sarà la convoluzione $g_D(\omega) * g_L(\omega)$ tra il profilo lorentziano e quello gaussiano. La funzione così ottenuta è chiamata *profilo di Voigt*.

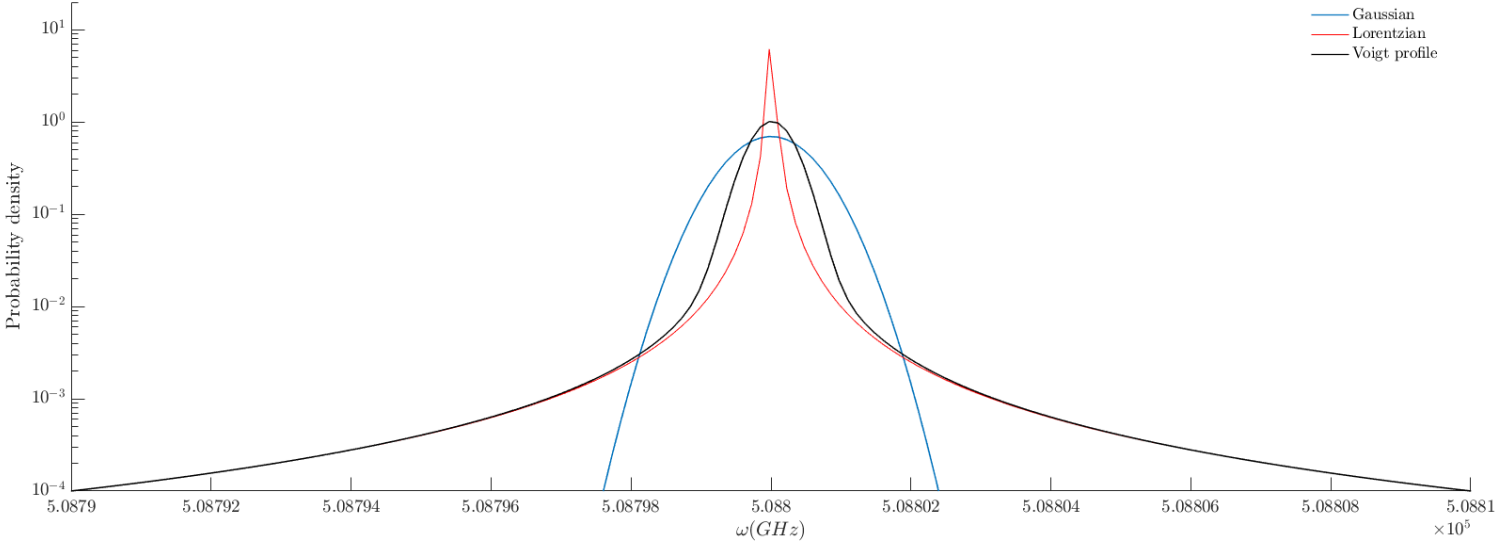


Figura A.2. Grafico semilogaritmico delle righe spettrali allargate del processo di assorbimento del sodio per la transizione $3s_{1/2} \rightarrow 3p_{3/2}$ a $T = 300K$. Si noti come il profilo gaussiano sia meno piccato in $\omega_0 = 5.088 \times 10^5 GHz$ ma presenti dei valori più alti rispetto al profilo di Lorentz-Cauchy nell'intorno della risonanza.

¹Una discussione approfondita è fornita in [1] Cap.7

Bibliografia

- [1] FOOT, C.J. *Oxford master series in atomic, optical and laser physics*. Oxford press University (2005).
- [2] PHILLIPS, W.D. *Laser cooling and trapping of neutral atoms*. Phys, Rev. Lett. 70, No.3, pp. 721-741 (1998).
- [3] SANSONETTI, J.E. e MARTIN, W.C. *Handbook of basic atomic spectroscopic data*. NIST Standard Reference Database 108 (2013).
- [4] DALIBARD, J. e COHEN-TANNOUJDI, C. *Laser cooling below the Doppler limit by polarization gradients: simple theoretical models*. J. Optical Soc. Amer. B/Vol. 6, No.11, pp. 2023-2045 (1989).
- [5] BRANSDEN, B.H. e JOACHAIN, C.J. *Physics of Atoms and Molecules*. Pearson (2003).
- [6] KASEVICH, M. e CHU, S. *Laser cooling below photon recoil with 3-level atoms*. Phys, Rev. Vol. 69, No.12, pp. 1741-1744 (1992).
- [7] LETT, P.D., PHILLIPS, W.D., WATTS, R.N. e WESTBROOK, C.I. *Optical Molasses*. J. Optical Soc. Amer. B/Vol. 6, No.11, pp. 2084-2107 (1989)