



SAPIENZA  
UNIVERSITÀ DI ROMA

## Doppler cooling e trappole magneto-ottiche per atomi neutri

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali  
Corso di Laurea in Fisica

Candidato

Francesco Macchioni  
Matricola 1645937

Relatore

Dr. Giovanni Batignani

Anno Accademico 2018/2019

---

**Doppler cooling e trappole magneto-ottiche per atomi neutri**

Tesi di Laurea. Sapienza – Università di Roma

© 2019 Francesco Macchioni. Tutti i diritti riservati

Questa tesi è stata composta con  $\text{\LaTeX}$  e la classe Sapthesis.

Versione: 24 ottobre 2019

Email dell'autore: [fmacchioni95@gmail.com](mailto:fmacchioni95@gmail.com)

# Indice

<b>Introduzione</b>	<b>v</b>
<b>1 Interazioni fra atomo e radiazione</b>	<b>1</b>
1.1 Modello a due livelli . . . . .	1
1.2 L'hamiltoniana del sistema . . . . .	2
1.3 Forze luminose . . . . .	3
1.3.1 Approssimazione di onda rotante . . . . .	3
1.3.2 Tempi scala . . . . .	3
1.3.3 La forza media . . . . .	3
<b>2 Doppler cooling</b>	<b>7</b>
2.1 Limite di basse velocità . . . . .	7
2.2 Configurazione di onda stazionaria . . . . .	8
2.3 Temperatura limite per il doppler cooling . . . . .	9
2.3.1 Moto Browniano . . . . .	10
2.3.2 Applicazione alle forze luminose . . . . .	11
2.3.3 Temperatura Doppler . . . . .	12
<b>3 Trappole magneto-ottiche</b>	<b>13</b>
3.1 Modello 1D della trappola magneto ottica . . . . .	13
3.2 Trappola magneto-ottica in 3D . . . . .	15
<b>4 Conclusione</b>	<b>17</b>



# Introduzione

Gli effetti meccanici della radiazione elettromagnetica furono ipotizzati per la prima volta nel 1619 da Keplero [1]. Infatti, osservando le comete, egli osservò che la coda era diretta in direzione opposta al Sole. Grazie a questa osservazione fu possibile dedurre che la luce è in grado di esercitare una pressione. Una descrizione quantitativa e formale di quest'ultima è stata possibile solamente due secoli dopo, grazie a Maxwell nel libro 'A treatise on Electricity and Magnetism', pubblicato nel 1873.

All'inizio del '900 Lebedev (1900) e Nichols (1901) misurarono la pressione di radiazione su oggetti macroscopici. Quindi nel 1933 Frisch vide gli effetti della pressione di radiazione sugli atomi, deviando degli atomi di sodio con della radiazione risonante prodotta da una lampada.

Dopo l'invenzione del laser sono state riconosciute le potenzialità di un fascio di luce a banda stretta nell'interazione con gli atomi e sono stati ripetuti gli esperimenti realizzati in precedenza per descrivere l'interazione fra radiazione elettromagnetica e materia. Nel 1978 Ashkin pubblicò un articolo che descriveva il primo esperimento in cui il laser cooling era utilizzato per raffreddare un gas di ioni di magnesio. Il laser cooling consiste nello sfruttare le forze luminose dissipative per ridurre la velocità media di un sistema di atomi o particelle e quindi raffreddarle. A seconda del metodo utilizzato si possono raggiungere temperature che vanno dalle centinaia di microkelvin fino al nanokelvin. I principali metodi di laser cooling sono: Doppler cooling, Sisyphus cooling e Raman cooling. Per far sì che il gas ultra-freddo non si disperda è necessaria la presenza di una trappola magneto-ottica che lo confina. Alcune applicazioni del laser cooling sono: studiare il comportamento di un gas ultra-freddo, fare misure spettroscopiche ad alta risoluzione eliminando il Doppler broadening e ottenere degli orologi atomici più precisi.

In questa dissertazione sono descritti il fenomeno del Doppler cooling e il principio di funzionamento delle trappole magneto-ottiche.

Nel primo capitolo è introdotto il formalismo per descrivere l'interazione radiazione-materia, utilizzato nel secondo capitolo per descrivere le forze di radiazione ed i principi fisici alla base del Doppler cooling. Nel terzo capitolo è descritto il funzionamento delle trappole magneto-ottiche. Infine nel quarto ed ultimo capitolo sono presentate le conclusioni.



## Capitolo 1

# Interazioni fra atomo e radiazione

La prima deflessione di particelle neutre da parte di un laser è stata osservata nel 1933 da Otto Frish. Tuttavia, solo grazie all'avvento dei laser, è stato possibile studiare meglio questo tipo di interazione fra radiazione e materia.

Ogni volta che un fotone di lunghezza d'onda  $\lambda_L$  viene assorbito o emesso, la velocità dell'atomo cambia a causa della conservazione del momento angolare:

$$v_{rec} = \frac{\hbar k_L}{M} \quad \text{con} \quad k_L = \frac{\lambda_L}{2\pi} \quad (1.1)$$

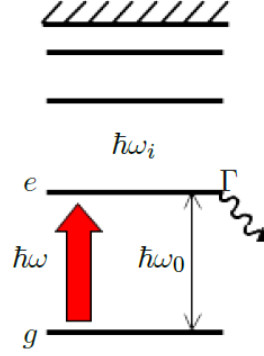
dove  $v_{rec}$  è la variazione di velocità e  $M$  è la massa atomica. Per gli atomi alcalini, per i quali il tempo di vita medio dello stato eccitato  $\Gamma^{-1} \simeq 30ns$ , che interagiscono con luce visibile  $v_{rec}$  varia fra 3 e 30  $mm \cdot s^{-1}$ . Quindi l'accelerazione legata all'irraggiamento di un laser alla frequenza di risonanza, indicando con  $\Gamma$  il rate di scattering dei fotoni, è dell'ordine di  $a \simeq \Gamma v_{rec} \simeq 10^5 m \cdot s^{-2}$ . Questa accelerazione è quattro ordini di grandezza più grande rispetto all'accelerazione di gravità.

In questo capitolo viene trattata l'interazione fra atomo e radiazione elettromagnetica e viene ricavata la forza media a cui un atomo viene sottoposto in presenza di un laser. Il doppler cooling è un caso particolare di ciò che viene ricavato in questo capitolo.

### 1.1 Modello a due livelli

Un atomo può avere infinite transizioni elettroniche ognuna di frequenza  $\omega_i$  [2]. Si può approssimare l'atomo come un sistema a due livelli se la differenza  $\delta = \omega_L - \omega_0$ , dove  $\omega_0$  è la frequenza di una particolare transizione, è tale che  $|\delta| \ll \omega_0, \omega_L, |\omega_i - \omega_L|$  per ogni  $i \neq 0$ . Perciò l'atomo a due livelli è caratterizzato dalla frequenza di transizione  $\omega_0$  e dal tempo di vita medio dello stato eccitato  $\Gamma^{-1}$ .

Nel caso in cui abbiamo un laser con una frequenza molto lontana da quella di risonanza, non possiamo utilizzare l'approssimazione del sistema a due livelli, ma dobbiamo considerare anche l'interazione fra lo stato fondamentale  $|g\rangle$  e gli altri livelli.



**Figura 1.1.** livelli energetici con approssimazione di sistema a due livelli (figura tratta da [2])

## 1.2 L'hamiltoniana del sistema

L'atomo non ha un dipolo permanente che possa interagire con il laser, ma il laser stesso induce un dipolo, a cui è associato un operatore  $\hat{D}$ , che interagisce con il campo elettromagnetico.

$$\hat{D} = \mathbf{d}|e\rangle\langle g| + \mathbf{d}^\dagger|g\rangle\langle e| \quad (1.2)$$

dove  $\mathbf{d}$  è il dipolo ridotto

$$\mathbf{d} = \langle e|\hat{D}|g\rangle \quad e \quad \mathbf{d}^\dagger = \langle g|\hat{D}|e\rangle \quad (1.3)$$

La componente elettrica della radiazione elettromagnetica può essere descritta dalla seguente formula:

$$\mathbf{E}_L(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2}E_L(\mathbf{r})(\boldsymbol{\epsilon}(\mathbf{r})e^{-i\omega_L t}e^{-i\phi(\mathbf{r})} + c.c.) \quad (1.4)$$

dove  $E_L$  è l'ampiezza del laser,  $\boldsymbol{\epsilon}$  è la polarizzazione del laser e  $\phi$  è la fase. Adesso scriviamo l'hamiltoniana completa.

$$\hat{H} = \hat{H}_A + \hat{H}_R + \hat{V}_{AL} \quad (1.5)$$

dove  $\hat{H}_A$  è l'hamiltoniana dell'atomo isolato,  $\hat{H}_R$  è l'hamiltoniana del campo quantistico,  $\hat{V}_{AL}$  è l'accoppiamento fra atomo e laser.

$$\hat{H}_A = \hbar\omega_0|e\rangle\langle e| + \frac{\hat{\mathbf{P}}^2}{2M} \quad \hat{H}_R = \sum \hbar\omega_l \hat{a}_l^\dagger \hat{a}_l \quad (1.6)$$

L'accoppiamento fra il laser e l'atomo si può calcolare così:

$$\hat{V}_{AL} = -\hat{\mathbf{D}} \cdot \mathbf{E}_L(\hat{\mathbf{R}}, t) \quad (1.7)$$

Inoltre  $\hat{V}_{AL}$  si può esprimere come la somma di due termini, uno risonante ( $\hat{V}_{AL}^{res}$ ) e uno non risonante ( $\hat{V}_{AL}^{non}$ ), il cui comportamento viene spiegato nell'ultimo paragrafo.

$$\hat{V}_{AL}^{res} = -\frac{1}{2}(\mathbf{d} \cdot \boldsymbol{\epsilon}(\hat{\mathbf{R}}))E_L(\hat{\mathbf{R}})|e\rangle\langle g|e^{-i\omega_L t}e^{-i\phi} + h.c. \quad (1.8)$$



$$\hat{V}_{AL}^{non} = -\frac{1}{2}(\mathbf{d} \cdot \boldsymbol{\epsilon}^*(\hat{\mathbf{R}}))E_L^*(\hat{\mathbf{R}})|e\rangle\langle g|e^{i\omega_L t}e^{i\phi} + h.c. \quad (1.9)$$

Definiamo la frequenza di Rabi  $\Omega_1(\hat{\mathbf{r}})$  come

$$\hbar\Omega_1(\hat{\mathbf{r}}) = -(\mathbf{d} \cdot \boldsymbol{\epsilon}(\hat{\mathbf{R}})) \quad (1.10)$$

Quindi l'accoppiamento laser-atomo alla risonanza si può scrivere come

$$\hat{V}_{AL}^{res} = \frac{\hbar\Omega_1(\hat{\mathbf{R}})}{2}(|e\rangle\langle g|e^{-i\omega_L t}e^{-i\phi} + h.c.) \quad (1.11)$$

## 1.3 Forze luminose

### 1.3.1 Approssimazione di onda rotante

Nella rappresentazione di interazione, ponendoci nel sistema di riferimento che ruota con frequenza  $\omega_0$  a causa dell'energia interna dello stato eccitato, il termine  $\hat{V}_{AL}^{res}$  oscilla alla frequenza  $\delta = \omega_L - \omega_0$ . Perciò evolve molto lentamente rispetto a  $\omega_L$  e  $\omega_0$ .

Invece  $\hat{V}_{AL}^{non}$  oscilla a una frequenza  $\omega_0 + \omega_L$ , molto più grande di  $\delta$ . Per questo motivo possiamo trascurare quest'ultimo termine e quindi:  $\hat{V}_{AL} = \hat{V}_{AL}^{res}$ . Questa approssimazione è chiamata approssimazione di onda rotante (RWA).

RWA non si può applicare nel caso in cui il laser ha una frequenza distante da quella di risonanza.

### 1.3.2 Tempi scala

Le variabili atomiche interne ed esterne hanno dei differenti tempi scala  $t_{int}$  e  $t_{ext}$ .  $t_{int}$  è strettamente collegato al tempo di vita medio dello stato eccitato, perciò  $t_{int} \simeq \Gamma^{-1} \simeq 10^{-8}s$ .

$t_{ext}$  è definito come il tempo necessario per far sì che un atomo, il quale subisce un'accelerazione  $a = \Gamma v_{rec}$  a causa della pressione della luce alla risonanza, divenga non risonante, a causa dell'effetto Doppler. Perciò  $t_{ext}$  è il tempo necessario per cui la velocità soddisfa  $k_L v = \Gamma$ , con  $v = \Gamma v_{rec} t_{ext}$ .

$$t_{ext} = \frac{1}{k_L v_{rec}} = \frac{\hbar}{M v_{rec}^2} = \frac{\hbar}{2E_{rec}} \quad (1.12)$$

Per gli atomi alcalini  $\frac{E_{rec}}{\hbar}$  è dell'ordine di qualche KHz, quindi  $t_{ext}$  è dell'ordine dei microsecondi. Per gran parte degli atomi raffreddati con i laser si ha che  $t_{ext} \gg t_{int}$ . La condizione  $t_{ext} \gg t_{int}$  o  $\hbar\Gamma \gg 2E_{rec}$  è detta condizione di banda larga. Quando è soddisfatta questa condizione i tempi scala sono tali che per descrivere lo stato esterno, lo stato interno può essere considerato stazionario.

### 1.3.3 La forza media

Scriviamo l'operatore forza nella rappresentazione di Heisenberg.

$$\hat{\mathbf{F}} = \frac{d\hat{\mathbf{P}}}{dt} = \left[ \hat{\mathbf{P}}, \hat{H} \right] \quad (1.13)$$

$\hat{P}$  commuta con  $\hat{H}_A$  e  $\hat{H}_R$ , ma non con  $\hat{V}_{AL}$ , perciò

$$\hat{F} = -\nabla\hat{V}_{AL} \quad (1.14)$$

La forza media è  $\mathbf{F} = \langle \hat{F} \rangle = -\langle \nabla\hat{V}_{AL} \rangle$

Dato che l'emissione spontanea è isotropa, essa causa variazioni di impulso con uguale probabilità nella direzione  $\mathbf{k}$  e nella direzione  $-\mathbf{k}$ . Perciò solo la parte dell'interazione dovuta al dipolo indotto contribuisce alla forza media.

Indicando con  $\mathbf{r} = \langle \hat{\mathbf{R}} \rangle$  e  $\mathbf{p} = \langle \hat{\mathbf{P}} \rangle$ , la forza media è:

$$\mathbf{F} = -\langle \nabla\hat{V}_{AL} \rangle = \langle \nabla(\hat{\mathbf{D}} \cdot \mathbf{E}_L(\mathbf{r}, t)) \rangle = \langle (\hat{\mathbf{D}} \cdot \nabla)\mathbf{E}_L(\mathbf{r}, t) \rangle \quad (1.15)$$

$$\mathbf{F} = \sum_{i=x,y,z} \langle \hat{D}_i \rangle(t) \nabla E_{Li}(\mathbf{r}, t) \quad (1.16)$$

Data la differenza fra i tempi scala interni ed esterni abbiamo che  $\langle \hat{D}_i \rangle(t) = \langle \hat{D}_i \rangle_{st}$  dove  $\langle \hat{D}_i \rangle_{st}$  è lo stato stazionario del dipolo.

Il dipolo stazionario medio si può calcolare mediante le equazioni di Bloch ottiche, applicate alla matrice densità dello stato interno.

$$i\hbar \frac{d\hat{\sigma}}{dt} = [\hat{H}_A + \hat{V}_{AL}, \hat{\sigma}] - i\hat{\Gamma}\hat{\sigma} \quad (1.17)$$

dove il rilassamento da  $|e\rangle$  a  $|g\rangle$  è rappresentato da  $i\hat{\Gamma}$ . Gli elementi della matrice densità sono collegati dalle seguenti relazioni  $\sigma_{gg} + \sigma_{ee} = 1$  e  $\sigma_{ge} = \sigma_{eg}^*$ . A causa di queste relazioni ci sono solo due equazioni accoppiate:

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_{ee} &= -\Gamma\sigma_{ee} + i\frac{\Omega_1(\mathbf{r})}{2}(\sigma_{eg}e^{i(\omega_L t + \phi(\mathbf{r}))} - \sigma_{eg}^*e^{-i(\omega_L t + \phi(\mathbf{r}))}) \\ \dot{\sigma}_{eg} &= -(i\omega_0 + \frac{\Gamma}{2})\sigma_{eg} - i\frac{\Omega_1(\mathbf{r})}{2}(1 - 2\sigma_{ee})e^{-i(\omega_L t + \phi(\mathbf{r}))} \end{aligned}$$

Facendo il seguente cambio di variabili

$$\begin{aligned} u(t) &= \frac{1}{2}(\sigma_{eg}^*e^{-i(\omega_L t + \phi(\mathbf{r}))} + \sigma_{eg}e^{i(\omega_L t + \phi(\mathbf{r}))}) \\ v(t) &= \frac{1}{2i}(\sigma_{eg}^*e^{-i(\omega_L t + \phi(\mathbf{r}))} - \sigma_{eg}e^{i(\omega_L t + \phi(\mathbf{r}))}) \\ w(t) &= \frac{1}{2}(\sigma_{ee} - \sigma_{gg}) = \sigma_{ee} - \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Si ottiene l'equazione ottica di Bloch

$$\begin{aligned} \dot{u} &= -\frac{\Gamma}{2}u + \delta v \\ \dot{v} &= -\frac{\Gamma}{2}v + \delta u - \Omega_1 w \\ \dot{w} &= -\Gamma(w + \frac{1}{2}) + \Omega_1 w \end{aligned}$$

Le soluzioni stazionarie di questo sistema di equazioni sono le seguenti:

$$\begin{aligned} u_{st} &= \frac{\Omega_1 \delta / 2}{\Omega_1^2 / 2 + \delta^2 + \Gamma^2 / 4} \\ v_{st} &= \frac{\Omega_1 \Gamma / 4}{\Omega_1^2 / 2 + \delta^2 + \Gamma^2 / 4} \\ w_{st} + \frac{1}{2} &= \sigma_{ee, st} = \frac{\Omega_1}{\Omega_1^2 / 2 + \delta^2 + \Gamma^2 / 4} \end{aligned}$$

Definiamo il parametro di saturazione  $s(\mathbf{r})$  con la seguente relazione:

$$s(\mathbf{r}) = \frac{\Omega_1^2(\mathbf{r})/2}{\delta^2 + \Gamma^2/4} \quad (1.18)$$

Osserviamo che sia il dipolo dell'atomo, che il grado di popolamento dello stato eccitato si possono scrivere in funzione del parametro di saturazione.

$$\sigma_{ee} = \frac{1}{2} \frac{s(\mathbf{r})}{1 + s(\mathbf{r})} \quad (1.19)$$

$$\langle \hat{\mathbf{d}} \rangle \cdot \boldsymbol{\epsilon}(\mathbf{r}) = 2\mathbf{d} \cdot \boldsymbol{\epsilon}(\mathbf{r}) \left\{ \frac{\delta}{\Omega_1(\mathbf{r})} \cos(\omega_L t + \phi(\mathbf{r})) - \frac{\Gamma}{2\Omega_1(\mathbf{r})} \sin(\omega_L t + \phi(\mathbf{r})) \right\} \quad (1.20)$$

Il dipolo è la somma di due componenti: un termine proporzionale a  $\delta/\Omega_1$  che oscilla in fase con il campo elettrico, che è correlato alla parte reale della polarizzabilità; l'altro termine è proporzionale a  $\Gamma/(2\Omega_1)$  ed è in quadratura rispetto al campo elettrico ed è collegato alla parte immaginaria della polarizzabilità, legata all'assorbimento. Il primo termine è nullo alla risonanza e, dato che è correlato alla parte reale della polarizzabilità, è correlato a una forza conservativa. Invece il secondo termine è massimo alla risonanza ed è correlato ad una forza dissipativa.

Applicando il gradiente a ogni componente del campo elettrico si ottiene un termine in fase proporzionale a  $\nabla\Omega_1$  e un termine in quadratura proporzionale a  $\nabla\phi$ . Dopo aver fatto la media su un periodo, si ottiene la formula che descrive la forza.

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = -\frac{s(\mathbf{r})}{1 + s(\mathbf{r})} \left( \hbar\delta \frac{\nabla\Omega_1}{\Omega_1(\mathbf{r})} + \frac{\hbar\Gamma}{2} \nabla\phi \right) \quad (1.21)$$

La forza media si può esprimere come la somma di due contributi: la forza di dipolo e la pressione di radiazione.

$$\mathbf{F}_{dip} = -\hbar\delta \frac{s(\mathbf{r})}{1 + s(\mathbf{r})} \frac{\nabla\Omega_1}{\Omega_1(\mathbf{r})} = \frac{\hbar\delta}{2} \frac{\nabla s(\mathbf{r})}{1 + s(\mathbf{r})} \quad (1.22)$$

$$\mathbf{F}_{pr} = -\frac{\hbar\Gamma}{2} \frac{s(\mathbf{r})}{1 + s(\mathbf{r})} \nabla\phi \quad (1.23)$$

La forza di dipolo è nulla alla risonanza ( $\delta = 0$ ) e anche nel caso di un'onda piana, dato che né la frequenza di Rabi  $\Omega_1$  che il parametro di saturazione  $s$  non dipendono da  $\mathbf{r}$ .



## Capitolo 2

# Doppler cooling

La forza media, nel caso generale, è pari a

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = -\frac{s(\mathbf{r})}{1+s(\mathbf{r})} \left( \hbar\delta \frac{\nabla\Omega_1}{\Omega_1(\mathbf{r})} + \frac{\hbar\Gamma}{2} \nabla\phi \right) \quad (2.1)$$

Sfruttando l'effetto Doppler è possibile far sì che la forza media dipenda dalla velocità degli atomi da rallentare. Se  $\delta < 0$  si ha che la pressione di radiazione è maggiore per gli atomi che si muovono in verso opposto rispetto al laser. In questo modo la forza fa sì che il moto degli atomi sia smorzato.

Nel caso in cui l'onda elettromagnetica è rappresentata da un'onda piana l'espressione della forza si semplifica, dato che in questo caso particolare  $\mathbf{F}_{dip} = 0$  e il parametro di saturazione non dipende dalla posizione.

Il caso che tratteremo in questo capitolo è il limite nelle basse velocità, perciò possiamo sviluppare in serie la forza. Vedremo che il termine di primo ordine di questo sviluppo fa sì che l'atomo venga rallentato, ma questo viene contrastato dal termine di ordine zero. Per far sì che il termine di ordine zero non contribuisca e si abbia un raffreddamento degli atomi viene aggiunto un laser contropropagante rispetto al primo laser.

Nell'ultimo paragrafo di questo capitolo si tiene conto anche del contributo del moto browniano nel calcolo della temperatura Doppler.

### 2.1 Limite di basse velocità

Consideriamo il caso in cui il laser è rappresentato da un'onda piana [3].

$$\phi(\mathbf{r}) = -\mathbf{k}_L \cdot \mathbf{r} \quad \nabla\phi = -\mathbf{k}_L \quad (2.2)$$

L'equazione (2.1) si semplifica in questo modo:

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_{pr} = -\frac{\hbar\Gamma}{2} \frac{s(\mathbf{r})}{1+s(\mathbf{r})} \nabla\phi = \frac{\Gamma}{2} \frac{s_0}{1+s_0} \hbar\mathbf{k}_L \quad (2.3)$$

$$s_0 = \frac{\Omega_1^2/2}{\delta'^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} \quad (2.4)$$

Se un atomo si muove con una velocità  $\mathbf{v}$ , allora  $\delta'$  che è presente nell'espressione della pressione di radiazione subisce uno spostamento in frequenza a causa dell'effetto Doppler

$$\delta' = \delta - \mathbf{k}_L \cdot \mathbf{v} = \omega_l - \omega_0 - \mathbf{k}_L \cdot \mathbf{v} \quad (2.5)$$

La pressione di radiazione si può calcolare con la seguente relazione

$$\mathbf{F}_{pr}(\mathbf{v}) = \frac{\Gamma}{2} \frac{\Omega_1^2/2}{\Omega_1^2/2 + \Gamma^2/4 + (\delta - \mathbf{k}_L \cdot \mathbf{v})^2} \hbar \mathbf{k}_L \quad (2.6)$$

Nel limite di basse velocità, condizione soddisfatta se  $|2\delta\mathbf{k}_L \cdot \mathbf{v}| \ll \Omega_1^2/2 + \Gamma^2/4 + \delta^2$ , possiamo trascurare i termini di ordine  $v^2$  o superiori e quindi possiamo linearizzare l'espressione della forza.

$$\mathbf{F}_{pr}(\mathbf{v}) \simeq \frac{\Gamma}{2} \frac{\Omega_1^2/2}{\Omega_1^2/2 + \Gamma^2/4 + \delta^2} \hbar \mathbf{k}_L + \frac{\Gamma}{2} \frac{\Omega_1^2/2}{(\Omega_1^2/2 + \Gamma^2/4 + \delta^2)^2} \delta \Gamma \hbar (\mathbf{k}_L \cdot \mathbf{v}) \mathbf{k}_L \quad (2.7)$$

Indichiamo con  $\mathbf{e}_z$  la direzione del vettore d'onda, cosicché  $\mathbf{k}_L = k_L \mathbf{e}_z$  e  $(\mathbf{k}_L \cdot \mathbf{v}) = k_L^2 v_z \mathbf{e}_z$ , indicando con  $v_z$  la componente  $z$  del vettore  $\mathbf{v}$ . La forza si può scrivere come la somma di due termini: il primo è la forza quando la velocità è nulla; il secondo termine è proporzionale alla componente della velocità lungo la direzione del laser.

$$\mathbf{F}_{pr} \simeq \mathbf{F}_{pr}(\mathbf{v} = 0) - \frac{\alpha}{2} v_z \mathbf{e}_z \quad (2.8)$$

indicando con  $\alpha$

$$\alpha = -2 \frac{s_0}{(1 + s_0)^2} \frac{\delta \Gamma}{\delta^2 + \Gamma^2/4} \quad (2.9)$$

L'ultimo termine nell'espressione della forza è un forza d'attrito, che è diretta in verso opposto rispetto alla velocità se  $\alpha > 0$  (se  $\delta < 0$ ). Il coefficiente di attrito dipende da due parametri  $(\Omega_1, \delta)$  o  $(s_0, \delta)$ . Scegliendo quest'ultima coppia il coefficiente di attrito è massimo per  $s_0 = 1$  e  $\delta = -\frac{\Gamma}{2}$ :

$$\alpha_{max} = \frac{\hbar k_L^2}{2} = M \omega_{rec} \quad \text{con} \quad \omega_{rec} = \frac{E_{rec}}{\hbar} \quad (2.10)$$

Per valori piccoli del parametro di saturazione  $s_0 \ll 1$ , si ha che il coefficiente di attrito è pari a

$$\alpha = 2s_0 \hbar k_L^2 \frac{|\delta| \Gamma}{\delta^2 + \Gamma/4} \quad (2.11)$$

che viene massimizzata per  $\delta = -\frac{\Gamma}{2}$

$$\alpha^* = 2s_0 \hbar k_L^2 = 4s_0 \alpha_{max} \quad (2.12)$$

## 2.2 Configurazione di onda stazionaria

La forza  $\mathbf{F}_{pr}$  riesce a rallentare gli atomi che si muovono nella stessa direzione del laser, ma un unico fascio non è in grado di abbassare la temperatura degli atomi, dato che il termine di ordine zero ( $\mathbf{F}_{pr}(\mathbf{v} = 0)$ ) accelera gli atomi nella direzione del laser, indipendentemente dalla velocità. Se aggiungiamo un secondo

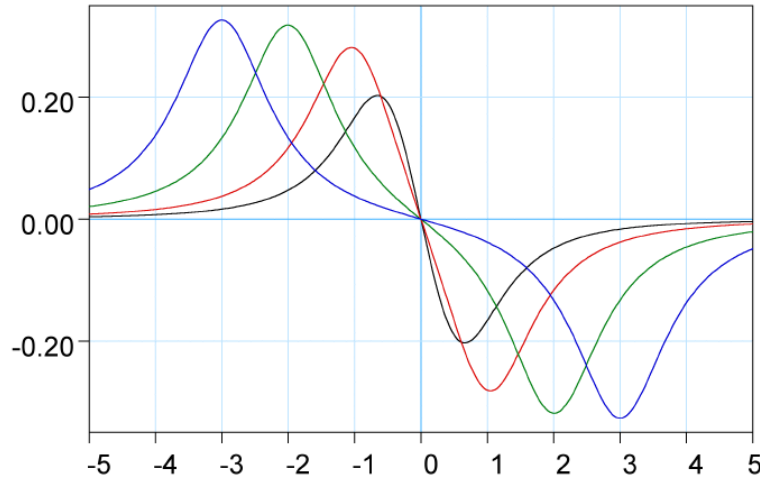
laser contropropagante, ovvero con vettore d'onda  $\mathbf{k}'_L = -\mathbf{k}_L$ , otteniamo un vera e propria forza d'attrito. Per valori piccoli del parametro di saturazione, possiamo semplicemente sommare le due pressioni di radiazione dei due laser,  $\mathbf{F}_+$  per  $\mathbf{k}_L$  e  $\mathbf{F}_-$  per  $-\mathbf{k}_L$ . Possiamo utilizzare l'approssimazione di basse velocità anche per la pressione di radiazione del secondo laser. Il termine di ordine zero della pressione di radiazione è proporzionale a  $\mathbf{k}_L$ , perciò si ha che  $\mathbf{F}_-(\mathbf{v} = 0) = -\mathbf{F}_+(\mathbf{v} = 0)$ . Invece il termine di primo ordine dipende da  $(\mathbf{k}_L \cdot \mathbf{v})\mathbf{k}_L$  e quindi è uguale per  $\mathbf{k}_L$  e  $-\mathbf{k}_L$ .

$$\mathbf{F}(\mathbf{v}) = \mathbf{F}_+(\mathbf{v} = 0) - \frac{\alpha}{2}v_z\mathbf{e}_z - \mathbf{F}_+(\mathbf{v} = 0) - \frac{\alpha}{2}v_z\mathbf{e}_z = -\alpha v_z\mathbf{e}_z \quad (2.13)$$

Questa configurazione è chiamata melassa ottica e si può generalizzare al caso in 3D utilizzando una coppia di fasci laser per ogni direzione  $x, y, z$  nello spazio.

$$\mathbf{F}(\mathbf{v}) = -\alpha v_x\mathbf{e}_x - \alpha v_y\mathbf{e}_y - \alpha v_z\mathbf{e}_z = -\alpha\mathbf{v} \quad (2.14)$$

Per velocità grandi questa forza riesce comunque a raffreddare gli atomi anche se non è più lineare in  $\mathbf{v}$ , ma scala come  $1/v^2$ . Il coefficiente d'attrito è la pendenza della retta tangente per  $\mathbf{v} = 0$ .



**Figura 2.1.** Forza Doppler in unità di  $\hbar k_L \Gamma s_0$ , funzione della velocità in unità di  $\Gamma/k_L$ , per  $\delta = -\Gamma/2, -\Gamma, -2\Gamma, -3\Gamma$ , indicati rispettivamente con i colori blu, verde, rosso, nero. Sotto  $\Gamma/2k_L$ , la forza è ancora una forza d'attrito, visto che è quasi lineare (figura tratta da [3])

## 2.3 Temperatura limite per il doppler cooling

Applichiamo la seconda legge di Newton per calcolare l'evoluzione temporale di una particella classica che subisce gli effetti della pressione di radiazione.

$$M \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\alpha\mathbf{v} \quad \text{con} \quad \gamma = \alpha/M \quad (2.15)$$

La soluzione di questa equazione è  $\mathbf{v}(t) = \mathbf{v}_0 e^{-\gamma t}$ . Sembrerebbe che, per tempi lunghi, la velocità tenda a zero e quindi si dovrebbe raggiungere  $T = 0$  come temperatura

finale. Tuttavia in questo modello viene trascurato il processo di emissione spontanea, che genera una forza isotropa a media nulla, ma che presenta delle fluttuazioni di tipo browniano. Perciò la temperatura finale dipende sia dal Doppler cooling che dalle fluttuazioni browniane.

### 2.3.1 Moto Browniano

La teoria del moto browniano collega le fluttuazioni della forza con la diffusione nello spazio dei momenti. Applichiamo nuovamente la seconda legge di Newton considerando anche queste fluttuazioni.

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = -\gamma\mathbf{p} + \mathbf{F}(t) \quad \text{con} \quad \gamma = \alpha/M \quad (2.16)$$

Il valore medio delle fluttuazioni è pari a zero quindi:

$$\overline{\mathbf{p}}(t) = \mathbf{p}_0 e^{-\gamma t} \quad (2.17)$$

Anche se la forza ha il valore medio nullo, la sua funzione di correlazione  $C(t, t') = \overline{\mathbf{F}(t) \cdot \mathbf{F}(t')}$  è diversa da zero. Se il processo è stazionario,  $C(t, t + \tau)$  non dipende da  $t$ , ha un massimo per  $\tau = 0$  con larghezza  $\tau_c$ , il tempo di correlazione. Nel caso delle forze luminose questo tempo è pari al tempo scala dell'evoluzione dei gradi di libertà interni  $t_{int}$ . Se è valida l'approssimazione di banda larga, possiamo approssimare così la funzione di correlazione:

$$C(t, t') = \overline{\mathbf{F}(t) \cdot \mathbf{F}(t')} = 2D\delta(t - t') \quad (2.18)$$

Il coefficiente di normalizzazione  $D$  è collegato a  $\mathbf{F}$  dalla seguente equazione:

$$2D = \int d\tau \overline{\mathbf{F}(t) \cdot \mathbf{F}(t - \tau)} \quad (2.19)$$

La soluzione dell'equazione del moto si può scrivere in questo modo:

$$\mathbf{p}(t) = \mathbf{p}_0 e^{-\gamma t} + \int_0^t dt' \mathbf{F}(t') e^{t-t'} = \overline{\mathbf{p}} + \int_0^t dt' \mathbf{F}(t') e^{t-t'} \quad (2.20)$$

Per poter calcolare la temperatura finale  $k_B T = \Delta p^2 / 3M$  è necessario conoscere la distribuzione dei momenti ( $\Delta p$ ). il fattore 3 al denominatore è dovuto al teorema di equipartizione. Dato che  $\Delta p^2 = \overline{(\mathbf{p} - \overline{\mathbf{p}})^2}$ , otteniamo che:

$$\Delta p^2 = \overline{\left( \int_0^t dt' \mathbf{F}(t') e^{t-t'} \right)^2} = \int_0^t dt' \int_0^t dt'' \overline{\mathbf{F}(t') \cdot \mathbf{F}(t'')} e^{-\gamma(t-t')} e^{-\gamma(t-t'')} \quad (2.21)$$

utilizzando l'equazione 2.18 possiamo scrivere

$$\Delta p^2 \simeq 2D \int_0^t dt' \int_{-\infty}^{+\infty} dt'' \delta(t' - t'') e^{-\gamma(t-t')} e^{-\gamma(t-t'')} = 2D \int_0^t dt' e^{-2\gamma(t-t')} \quad (2.22)$$

Integrando su tutti i tempi, giustificato appena  $t \gg \tau_c$ , otteniamo che:

$$\Delta p^2 = \frac{D}{\gamma} (1 - e^{-2\gamma t}) \quad (2.23)$$



Per tempi piccoli,  $\Delta p^2$  ha un incremento lineare nel tempo,  $\Delta p^2 \simeq 2Dt$ . Il significato fisico di  $D$  è il seguente: è il coefficiente di diffusione nello spazio dei momenti dovuto alle fluttuazioni della forza.

Per  $t \rightarrow +\infty$  si ha che  $\Delta p^2 = D/\gamma$ , che corrisponde a una temperatura limite che soddisfa la seguente relazione:

$$k_B T_{lim} = \frac{D}{3\alpha} \quad (2.24)$$

### 2.3.2 Applicazione alle forze luminose

Nel caso in cui trattiamo delle forze luminose, il coefficiente di diffusione è legato all'operatore quantistico della forza mediante la seguente equazione:

$$2D = 2Re \left\{ \int_0^{+\infty} d\tau \langle \delta \hat{\mathbf{F}}(t) \cdot \delta \hat{\mathbf{F}}(t - \tau) \rangle \right\} \quad (2.25)$$

dove  $\delta \hat{\mathbf{F}} = \hat{\mathbf{F}} - \mathbf{F}$ . Questo si può scrivere come la somma di due termini, uno collegato al laser e uno al vuoto ( $\delta \hat{\mathbf{F}} = \delta \hat{\mathbf{F}}_L + \delta \hat{\mathbf{F}}_R$ ). Dato che  $\delta \hat{\mathbf{F}}_L \cdot \delta \hat{\mathbf{F}}_R = 0$  si ha che il coefficiente di diffusione si può scrivere come la somma di due contributi  $D = D_L + D_R$ .

$D_R$  è il contributo al coefficiente di diffusione causato dalle fluttuazioni del vuoto. Per  $s \ll 1$  si ha che

$$D_R = \frac{\Gamma}{4} s \hbar^2 k_L^2 \quad (2.26)$$

dove  $s$  è il parametro di saturazione totale. La variazione in  $\mathbf{P}$  dopo  $n$  cicli di assorbimento-emissione è pari a

$$\Delta \mathbf{P} = \sum_{i=1}^n \hbar \mathbf{k}_i \quad (2.27)$$

Dato che i diversi rinculi hanno stesso modulo ma direzione casuale si ha che  $\overline{\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{k}_j} = k_i k_j \delta_{ij}$ .

$$\overline{\Delta \mathbf{P}^2} = \hbar^2 \sum_{i,j=1}^n \overline{\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{k}_j} = \hbar^2 \sum_{i=1}^n \overline{k_i^2} = n \hbar^2 k_L^2 \quad \text{con} \quad n = \frac{\Gamma}{2} st \quad (2.28)$$

Perciò abbiamo che la varianza è lineare nel tempo

$$\overline{\Delta \mathbf{P}^2} = \frac{\Gamma}{2} \hbar^2 k_L^2 st \quad (2.29)$$

Possiamo identificare  $D_R$  con:

$$D_R = \frac{\Gamma}{4} s \hbar^2 k_L^2 \quad (2.30)$$

$D_L$  è il contributo al coefficiente di diffusione causato dalle fluttuazioni nel numero di fotoni assorbiti in un dato tempo. Per  $s \ll 1$  si ha che:

$$D_L = \frac{\Gamma}{4} s \hbar^2 \left( \frac{\nabla \Omega_1}{\Omega_1} \right)^2 + \frac{\Gamma}{4} s \hbar^2 (\nabla \phi)^2 \quad (2.31)$$

elemento	$T_D[\mu K]$
cesio	125
rubidio	140
sodio	240

**Tabella 2.1.** Temperature Doppler di alcuni atomi alcalini.

Nel caso di onda piana l'equazione si semplifica dato che  $\nabla\Omega_1 = 0$  e  $\nabla\phi = -\hbar\mathbf{k}_L$  e quindi

$$D_L = \frac{\Gamma}{4}s\hbar^2k_L^2 \quad (2.32)$$

Durante un lasso di tempo  $t$  il numero medio di fotoni assorbiti è  $\bar{n} = \frac{\Gamma}{2}st$ . Nel caso di una sorgente laser classica, la distribuzione dei fotoni nel laser è una Poissoniana. La varianza di  $n$  è pari a  $\overline{\Delta n^2} = \bar{n}$ . Quindi la variazione in  $\mathbf{P}$  è direttamente proporzionale a  $n$ .

$$\overline{\Delta \mathbf{P}^2} = \overline{\Delta n^2}\hbar^2k_L^2 = \frac{\Gamma}{2}s\hbar^2k_L^2t \quad (2.33)$$

Visto che  $\overline{\Delta \mathbf{P}^2} = 2D_Lt$  allora

$$D_L = \frac{\Gamma}{4}s\hbar^2k_L^2 \quad (2.34)$$

### 2.3.3 Temperatura Doppler

Consideriamo due onde piane che si propagano nella stessa direzione in verso opposto con polarizzazione ortogonale. In questo caso il parametro di saturazione non dipende dalla posizione e vale  $s = 2s_0$ . I due termini del coefficiente di diffusione sono pari a  $D_R = \frac{\Gamma}{2}s_0\hbar^2k_L^2$  e  $D_L = \frac{\Gamma}{2}s_0\hbar^2k_L^2$ . Quindi il coefficiente di diffusione totale è:

$$D = \Gamma s_0\hbar^2k_L^2 \quad (2.35)$$

Generalizzando al caso in 3 dimensioni si ha che  $D_{3D} = 3\Gamma s_0\hbar^2k_L^2$ . Approssimando il coefficiente di attrito  $\alpha$  per  $s_0 \ll 1$  si ha che la temperatura limite soddisfa la seguente equazione:

$$k_B T_{lim} = \frac{D_{3D}}{3\alpha} = \frac{\Gamma s_0\hbar^2k_L^2}{2s_0\hbar^2k_L^2} \frac{\delta^2 + \Gamma^2/4}{|\delta|\Gamma} = \frac{\hbar\Gamma}{2} \frac{\delta^2 + \Gamma^2/4}{|\delta|\Gamma} \quad (2.36)$$

La temperatura viene minimizzata per  $\delta = -\Gamma/2$ , valore per cui è massimizzato il coefficiente di attrito  $\alpha$ . La temperatura minima viene chiamata *temperatura Doppler*.

$$k_B T_D = \frac{\Gamma}{2} \quad (2.37)$$

Controlliamo la velocità tipica di queste temperature soddisfi il limite di basse velocità  $v = \sqrt{k_B T/M} = \sqrt{\hbar\Gamma/2M}$ . La condizione è

$$k_L v \ll \Gamma \Rightarrow \frac{\hbar k_L^2}{2M} \ll \Gamma \iff \omega_{rec} \ll \Gamma \quad (2.38)$$

che non è altro che la condizione di banda larga.

## Capitolo 3

# Trappole magneto-ottiche

Di solito, utilizzando il Doppler cooling, si può raffreddare un fascio di atomi in un lasso di tempo di qualche millisecondo. Però, se gli atomi non vengono intrappolati tendono ad uscire dalla regione in cui sono presenti i fasci laser.

La dispersione in una certa direzione  $\Delta z$  si può calcolare con la seguente equazione:

$$\Delta z^2 = 2D_{sp}t \quad \text{con} \quad D_{sp} = \frac{D}{\alpha^2} \quad (3.1)$$

Per  $\delta = -\Gamma/2$  si ha che  $D_{sp} = \frac{\hbar\Gamma}{2\alpha_{max}} = \Gamma/k_L^2$ . Nel caso del rubidio si ha che  $D_{sp} \simeq 1 \text{ mm}^2 \text{ s}^{-1}$

In 1 s, un atomo tipicamente si muove di circa un millimetro. Questo implica che nel giro di qualche secondo tutti gli atomi si trovano al di fuori dei fasci laser.

Per mantenere gli atomi nella regione in cui sono presenti i laser, occorre quindi aggiungere un campo magnetico variabile al sistema composto dai 6 fasci laser. In questo caso non possiamo più considerare l'atomo come un sistema a due livelli.

### 3.1 Modello 1D della trappola magneto ottica

[4] Consideriamo prima il caso più semplice in cui abbiamo una coppia di laser, uno con polarizzazione  $\sigma^+$  e uno con polarizzazione  $\sigma^-$ , e due bobine poste come nella figura.

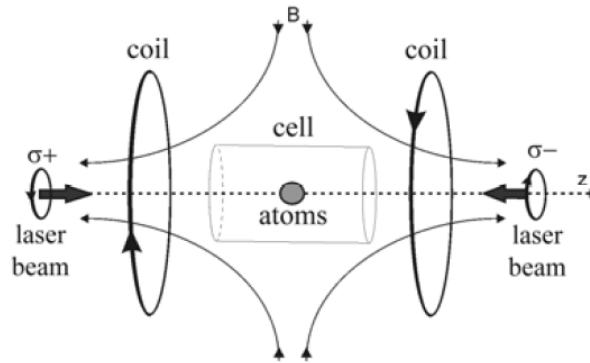
Il campo magnetico generato da questa configurazione ha una simmetria quadrupolare e vale, nella regione in cui vengono intrappolati gli atomi:

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = B_0(-x\hat{x} - y\hat{y} + 2z\hat{z}) \quad (3.2)$$

Nel caso più semplice si ha che gli atomi da raffreddare hanno momento angolare totale pari a  $F = 0$  nello stato fondamentale e  $F' = 1$  nel primo stato eccitato. Per  $B = 0$  si hanno le seguenti regole di selezione:

$$\Delta L = \pm 1 \quad \Delta S = 0 \quad \Delta J = 0, \pm 1 \quad \Delta F = 0, \pm 1 \quad (3.3)$$

Nel caso in cui sia presente un campo magnetico  $\mathbf{B}$  debole, la degenerazione dei livelli in  $m_J$  e  $m_F$  viene rimossa, a causa dell'effetto Zeeman, e vengono aggiunte

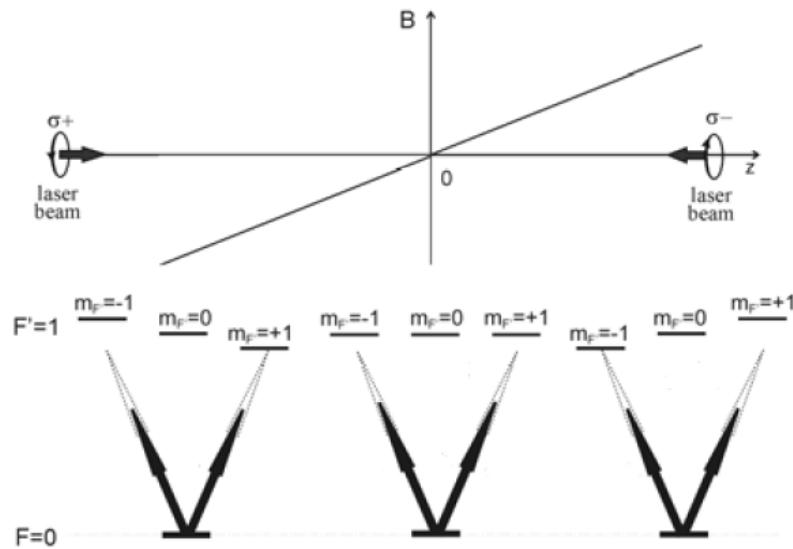


**Figura 3.1.** Schema di una trappola magneto ottica in una dimensione (figura tratta da [4]).

altre condizioni alle regole di selezione:  $\Delta m_J = 0, \pm 1$ ,  $\Delta m_F = 0, \pm 1$ . Ogni stato iperfine  $F$  si divide in  $2F + 1$  livelli. Lo spostamento in energia dei livelli è pari a

$$\Delta E_{m_F} = g_F m_F \mu_B B \quad (3.4)$$

dove  $g_F$  è il fattore di Landé,  $\mu_B$  è il magnetone di Bohr e  $B$  è l'intensità del campo magnetico. Se si hanno dei laser polarizzati circolarmente sono possibili le transizioni con  $\Delta m_F = \pm 1$ , dove il segno  $+$  ( $-$ ) è per i laser con polarizzazione  $\sigma^+$  ( $\sigma^-$ ).



**Figura 3.2.** Atomi con una struttura iperfine semplice ( $F = 0$  e  $F' = 1$ ). Splitting dei livelli in funzione della posizione. Le frecce nere indicano la frequenza del laser e le frecce tratteggiate rappresentano il laser considerando anche l'effetto Doppler (figura adattata da [4]).

In questo caso specifico lo splitting dei sottolivelli dipende linearmente da  $z$ .

Consideriamo la regione della trappola per cui  $z < 0$ . Un atomo che si sta allontanando dal centro della trappola vede il fascio laser con polarizzazione  $\sigma^+$  con frequenza spostata verso la frequenza di risonanza e il fascio laser con polarizzazione  $\sigma^-$  con frequenza spostata lontano dalla frequenza di risonanza. Perciò gran parte delle transizioni è causata dalla luce  $\sigma^+$  e quindi l'atomo subisce un trasferimento di momento che lo riporta verso il centro della trappola. Per  $z > 0$  succede una cosa analoga, sostituendo la luce  $\sigma^+$  con quella  $\sigma^-$ .

L'atomo subisce l'effetto di due forze, la cui somma è sempre diretta verso il centro della trappola:

$$\mathbf{F}_{+,-} = \pm \hbar \mathbf{k}_L \frac{\Gamma}{2} \frac{\Omega_1^2/2}{\Gamma^2/4 + \Omega_1^2/2 + \delta_{MOT}^2} \quad \text{con} \quad \delta_{MOT} = \omega_L - \omega_0 \mp \mathbf{k}_L \cdot \mathbf{v} \mp \mu' B / \hbar \quad (3.5)$$

dove  $\mu' = (g_{F,e} m_{F,e} - g_{F,g} m_{F,g}) \mu_B$ .

Nel limite in cui sia  $\mathbf{k}_L \cdot \mathbf{v}$  che  $\mu' B / \hbar$  sono trascurabili rispetto a  $\delta = \omega_L - \omega_0$  si ha che

$$\mathbf{F}_+ = \mathbf{F}(v=0) + \frac{\Omega_1^2/2}{\Gamma^2/4 + \Omega_1^2/2 + \delta^2} \hbar k_L^2 \delta \Gamma \left( \mathbf{v} + \frac{\mu' \frac{\partial B}{\partial z}}{\hbar k_L} \mathbf{z} \right) \quad (3.6)$$

$$\mathbf{F}_- = -\mathbf{F}(v=0) + \frac{\Omega_1^2/2}{\Gamma^2/4 + \Omega_1^2/2 + \delta^2} \hbar k_L^2 \delta \Gamma \left( \mathbf{v} + \frac{\mu' \frac{\partial B}{\partial z}}{\hbar k_L} \mathbf{z} \right) \quad (3.7)$$

La somma delle due forze è pari a

$$\mathbf{F}_{MOT} = \mathbf{F}_+ + \mathbf{F}_- = -\alpha \mathbf{v} - \kappa \mathbf{z} \quad (3.8)$$

$$\alpha = -2 \frac{\Omega_1^2/2}{\Gamma^2/4 + \Omega_1^2/2 + \delta^2} \hbar k_L^2 \delta \Gamma \quad (3.9)$$

$$\kappa = -2 \frac{\Omega_1^2/2}{\Gamma^2/4 + \Omega_1^2/2 + \delta^2} \hbar k_L \delta \Gamma \frac{\mu' \frac{\partial B}{\partial z}}{\hbar} = \alpha \frac{\mu' \frac{\partial B}{\partial z}}{\hbar k_L} \quad (3.10)$$

Applicandolo al nostro caso si ha che  $\kappa = 2\alpha \frac{\mu' B_0}{\hbar k_L}$

## 3.2 Trappola magneto-ottica in 3D

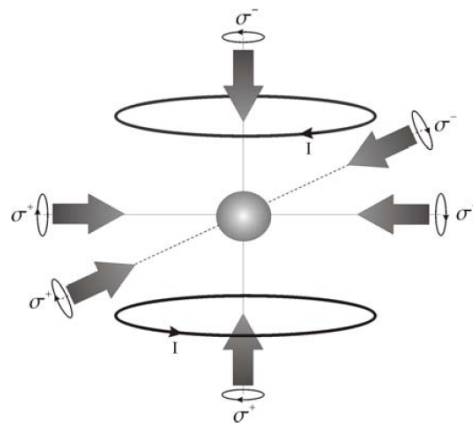
Una trappola magneto-ottica in 3D è costituita da 3 coppie di fasci laser che si propagano in direzione ortogonale fra di loro e da due bobine in cui scorre la corrente in versi opposti. Il campo magnetico generato dalle due bobine varia in funzione della posizione come espresso nella equazione 3.2.

La luce che si propaga lungo  $\hat{x}$  ( $\hat{y}$ ) ha polarizzazione  $\sigma^+$ , mentre la luce che si propaga lungo  $-\hat{x}$  ( $-\hat{y}$ ) ha polarizzazione  $\sigma^-$ . Visto che la componente  $\frac{\partial B_z}{\partial z}$  ha il segno opposto rispetto a  $\frac{\partial B_x}{\partial x}$  e  $\frac{\partial B_y}{\partial y}$  allora si ha che la luce che si propaga lungo  $\hat{z}$  ha polarizzazione  $\sigma^-$ , mentre la luce che si propaga lungo  $-\hat{z}$  ha polarizzazione  $\sigma^+$ .

$$\mathbf{F}_{MOT} = -\alpha \mathbf{v} - \kappa (x\hat{x} + y\hat{y} + 2z\hat{z}) \quad (3.11)$$

La forza di cui risente è analoga a quella di un oscillatore armonico smorzato. Le componenti di  $\mathbf{F}_{MOT}$  valgono

$$F_{MOT,x} = -\alpha v_x - \kappa x \quad F_{MOT,y} = -\alpha v_y - \kappa y \quad F_{MOT,z} = -\alpha v_z - 2\kappa z \quad (3.12)$$



**Figura 3.3.** Schema di una trappola magneto ottica in 3D (figura tratta da [4]).

$$\mathbf{F}_{MOT} = -\alpha\mathbf{v} - \boldsymbol{\kappa} \cdot \mathbf{r} \quad \boldsymbol{\kappa} = (\kappa, \kappa, 2\kappa) \quad (3.13)$$

dove  $\kappa = -\alpha \frac{\mu' B_0}{\hbar k_L}$ .

Un atomo in una trappola magneto-ottica subisce quindi una forza di tipo viscoso e una forza elastica attrattiva, che, combinate insieme, fanno sì che l'atomo venga raffreddato e intrappolato.

## Capitolo 4

# Conclusione

All'interno di questa dissertazione è stata analizzata una delle principali tecniche di laser cooling, il Doppler cooling, utilizzata per raffreddare e intrappolare atomi neutri. L'idea alla base delle trappole magneto-ottiche è l'utilizzo della radiazione elettromagnetica per esercitare una forza dissipativa sugli atomi da raffreddare. Questo si può ottenere con 3 coppie di laser, una per ogni direzione degli assi coordinati, contropropaganti. Per poter intrappolare gli atomi viene aggiunto un campo magnetico generato da due spire percorse da corrente, una percorsa in un verso, l'altra in verso opposto, al fine di ottenere una forza elastica attrattiva nella regione in cui si vogliono intrappolare gli atomi.

La dissertazione è divisa in 3 capitoli. Nel primo capitolo è stata trattata l'interazione atomo-radiazione e ricavata la forza a cui è sottoposto un atomo alcalino in presenza di un laser. Poi, nel secondo capitolo, è stato descritto il fenomeno del Doppler cooling ed è stata ricavata la temperatura Doppler, la temperatura limite di questo fenomeno. Infine, nel terzo capitolo, è stato descritto il funzionamento di una trappola magneto-ottica.

Il Doppler cooling è stato il primo metodo di laser cooling ad esser stato sviluppato per atomi o per particelle neutre. La sua importanza è stata quella di permettere di raggiungere per la prima volta temperature che erano impossibile da ottenere con altri approcci diversi dal laser cooling. Nel corso degli anni sono stati trovati metodi alternativi, come il Sisyphus Cooling e il Raman cooling che permettono di raggiungere temperature minori della temperatura Doppler. I metodi alternativi al Doppler cooling spesso lavorano con campioni già raffreddati, quindi è necessario accoppiarli con un metodo in grado di raggiungere basse temperature. Per questo il Doppler cooling rimane uno dei metodi di laser cooling più comunemente utilizzati.





# Bibliografia

- [1] William D. Phillips - *Laser cooling and trapping of neutral atoms*, Physical Review, 70.721
- [2] Hélène Perrin - *Lectures on laser cooling and trapping, Lecture 1*, Les Houches.
- [3] Hélène Perrin - *Lectures on laser cooling and trapping, Lecture 2*, Les Houches.
- [4] K. Kowalski et al.- *Magneto-optical Trap: Fundamentals and Realization*, Computational Methods in Science and Technology, Special Issue (2),115 – 129(2010)

