



SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

Intrappolamento magneto-ottico e condensazione di Bose-Einstein

Facoltà di Scienze Matematiche Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Fisica

Luca Pancione
Matricola 1847325

Relatore
Prof. Giovanni Batignani

Anno Accademico 2021/2022

Intrappolamento magneto-ottico e condensazione di Bose-Einstein

Tesi di Laurea. Sapienza Università di Roma

© 2022 Luca Pancione. Tutti i diritti riservati

Questa tesi è stata composta con L^AT_EX e la classe Saphthesis.

Email dell'autore: lucapancione29@gmail.com

Indice

Introduzione	1
1 Manipolazione materia-radiazione	2
1.1 Il sistema atomico a due livelli	2
1.1.1 Le equazioni ottiche di Bloch	3
1.1.2 Light shift	4
1.2 Forza di scattering e forza di dipolo	5
1.2.1 Trattazione teorica della forza di radiazione	6
2 Raffreddamento e intrappolamento di atomi neutri	8
2.1 Rallentamento di fasci atomici	9
2.2 Melassa ottica	11
2.2.1 Doppler cooling limit	14
2.3 Effetto Sisifo	15
2.4 La trappola magneto-ottica (MOT)	19
3 Il condensato di Bose-Einstein (BEC)	21
3.1 Trappole magnetiche	22
3.2 Evaporative cooling	24
3.3 L'osservazione dei primi BEC	25
Conclusioni	28
Bibliografia	29

Introduzione

L'interazione elettromagnetica gioca un ruolo centrale nella fisica delle basse energie: è responsabile della coesione di atomi e molecole ed è all'origine dei fenomeni di assorbimento ed emissione di luce in tali sistemi. La radiazione elettromagnetica, quindi, non rappresenta solamente una preziosa fonte di informazioni sulla struttura atomica, ma può essere usata anche per agire sulla materia, manipolarla e controllare i gradi di libertà di atomi e molecole [1]. Già agli inizi del '900 l'esistenza di forze esercitate dalla luce sulla materia era ben chiara: la teoria dell'elettromagnetismo di Maxwell e le prime osservazioni sperimentali della pressione di radiazione su oggetti macroscopici diedero una prima comprensione quantitativa del fenomeno [2], fino all'ipotesi sulla natura quantistica della luce ideata da Einstein nel 1917.

Grazie all'avvento del laser, a partire dagli anni '80 furono realizzati i primi esperimenti dove la radiazione elettromagnetica veniva sfruttata per raffreddare ed intrappolare atomi neutri, raggiungendo temperature dell'ordine del μK . L'evoluzione di queste tecniche di *laser cooling* negli anni successivi è stata determinante sia per lo sviluppo di misure spettroscopiche sempre più accurate, sia per la possibilità di realizzare e studiare nuovi stati della materia.

Lo scopo di questa tesi è quello di introdurre le principali tecniche di laser cooling impiegate per rallentare e confinare gas atomici, discutendone poi il loro utilizzo per la realizzazione di un condensato di Bose-Einstein, uno stato della materia previsto teoricamente nel 1925 [3] e creato in laboratorio per la prima volta ben 70 anni dopo. A tale scopo il lavoro viene strutturato nei capitoli elencati di seguito.

Nel [Capitolo 1](#) viene presentata una trattazione dell'interazione radiazione-materia con un approccio semi-classico, al fine di fornire un'analisi quantitativa della forza con cui la luce può agire sui sistemi atomici.

Nel [Capitolo 2](#) vengono descritti i primi esperimenti sul rallentamento di fasci atomici e confinamento tramite campi magnetici, che sfruttano la forza di radiazione trattata nel capitolo precedente.

Nel [Capitolo 3](#) viene approfondita la realizzazione sperimentale del condensato di Bose-Einstein, avvenuta utilizzando le tecniche di raffreddamento atomico.

Capitolo 1

Manipolazione materia-radiazione

Dovendo studiare le modalità con cui la luce esercita una forza sull'atomo, è necessario descrivere i processi fisici alla base dell'interazione radiazione-materia, trattata in sezione 1.1 per un sistema a due livelli. La teoria perturbativa dipendente dal tempo al primo ordine, infatti, permette di calcolare il rate di transizione verso uno stato stazionario, cioè verso un autovalore dell'Hamiltoniana del sistema imperturbata; essa, però, non descrive adeguatamente gli esperimenti con radiazioni monocromatiche ad alte intensità emesse per esempio da raggi laser, dove le ampiezze di transizione tra gli stati quantistici evolvono coerentemente nel tempo [4]. Nella classificazione dei processi fisici essenziali per comprendere la manipolazione degli atomi con la luce, è utile distinguere due categorie di fenomeni: dissipativi (o di assorbimento) e dispersivi (o di dipolo). La forza radiativa è infatti costituita da due termini distinti associabili rispettivamente a questi due differenti effetti [1], come si vedrà nella sezione 1.2.

1.1 Il sistema atomico a due livelli

Nella descrizione del sistema a due livelli verrà utilizzato un approccio semi-classico in cui la radiazione viene descritta come un campo elettrico classico, mentre la materia viene trattata quantisticamente. La derivazione rigorosa di alcune formule verrà omessa, cercando di evidenziarne il significato fisico e giustificando la presenza dei vari termini che le compongono.

L'Hamiltoniana del sistema atomico, in presenza di una radiazione elettromagnetica, può essere espressa come:

$$H = H_0 + H_I(t) \quad (1.1)$$

dove all'Hamiltoniana imperturbata H_0 associata ai livelli atomici viene sommata l'interazione $H_I(t)$ con il campo elettrico oscillante.

Per un modello a due livelli, è possibile scrivere:

$$\begin{aligned} H_0 \psi_1(\mathbf{r}) &= E_1 \psi_1(\mathbf{r}) \\ H_0 \psi_2(\mathbf{r}) &= E_2 \psi_2(\mathbf{r}) \end{aligned} \quad (1.2)$$

Le funzioni d'onda radiali $\psi_1(\mathbf{r})$ e $\psi_2(\mathbf{r})$ sono associate rispettivamente al ground state (g) e all'excited state (e).

La funzione d'onda totale ad un dato istante di tempo viene espressa da [4]:

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = c_1(t) \psi_1(\mathbf{r}) e^{-i\omega_1 t} + c_2(t) \psi_2(\mathbf{r}) e^{-i\omega_2 t} \quad \left[\omega_{1,2} = \frac{E_{1,2}}{\hbar} \right] \quad (1.3)$$

in cui i coefficienti c_1 e c_2 dipendenti dal tempo devono essere opportunamente normalizzati.

1.1.1 Le equazioni ottiche di Bloch

L'interazione $H_I(t)$ è rappresentata da un campo elettrico \mathbf{E} schematizzato come un'onda monocromatica di frequenza ω ; supponendo che \mathbf{E} sia polarizzato linearmente lungo l'asse x :

$$\mathbf{E} = |\mathbf{E}_0| \hat{\mathbf{e}}_x \cos(\omega t) \Rightarrow H_I(t) = e\mathbf{r} \cdot \mathbf{E} = e|\mathbf{E}_0| x \cos(\omega t) \quad (1.4)$$

dove con x viene indicata la componente della posizione dell'elettrone lungo l'ascissa, rispetto al centro di massa dell'atomo.

Utilizzando l'approssimazione di dipolo, è possibile studiare il comportamento di un sistema a due livelli riconducendo il calcolo al valore d'aspettazione D_x della componente dell'operatore di dipolo lungo la direzione di \mathbf{E} : in questa condizione, infatti, l'ampiezza $|\mathbf{E}_0|$ del campo elettrico è pressoché costante lungo le funzioni d'onda atomiche e può essere portata fuori dall'integrale.

Per studiare l'evoluzione temporale di D_x , si sostituisce l'espressione 1.3 di $\Psi(\mathbf{r}, t)$ all'interno del valore d'aspettazione:

$$\begin{aligned} D_x(t) &= \int \Psi^*(\mathbf{r}, t) x \Psi(\mathbf{r}, t) d^3\mathbf{r} = \\ &= \int \left(c_1 \psi_1 e^{-i\omega_1 t} + c_2 \psi_2 e^{-i\omega_2 t} \right)^* x \left(c_1 \psi_1 e^{-i\omega_1 t} + c_2 \psi_2 e^{-i\omega_2 t} \right) d^3\mathbf{r} \end{aligned} \quad (1.5)$$

essendo x un operatore dispari e sfruttando le proprietà di parità delle funzioni d'onda atomiche, l'elemento di matrice può essere espresso come:

$$D_x(t) = \rho_{12} X_{21} e^{i\omega_0 t} + \rho_{21} X_{12} e^{-i\omega_0 t} \quad \left[\begin{array}{l} X_{12} = \int \psi_1^*(\mathbf{r}) x \psi_2(\mathbf{r}) d^3\mathbf{r} = (X_{21})^* \\ \rho_{12} = c_1 c_2^* ; \quad \rho_{21} = c_2^* c_1 \end{array} \right] \quad (1.6)$$

dove $\omega_0 = \omega_2 - \omega_1$. Mentre i termini $\rho_{11} = |c_1|^2$ e $\rho_{22} = |c_2|^2$ esprimono le probabilità di trovare l'atomo in ognuno dei due singoli livelli, ρ_{12} e ρ_{21} rappresentano la risposta del sistema alla sollecitazione esterna descritta dalla radiazione di frequenza ω [4]. Moltiplicando i coefficienti per un adeguato termine di fase:

$$\begin{aligned} \tilde{c}_1 &= c_1 e^{-i(\omega - \omega_0)t/2} \\ \tilde{c}_2 &= c_2 e^{i(\omega - \omega_0)t/2} \end{aligned} \Rightarrow \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ \rho_{21} & \rho_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{\rho}_{11} & \tilde{\rho}_{12} e^{i(\omega - \omega_0)t} \\ \tilde{\rho}_{21} e^{-i(\omega - \omega_0)t} & \tilde{\rho}_{22} \end{pmatrix} \quad (1.7)$$

è possibile riscrivere $D_x(t)$ in termini di oscillazioni in ωt ; infatti, essendo X_{12} reale:

$$\begin{aligned} D_x(t) &= X_{12} \left(\rho_{12} e^{i\omega_0 t} + \rho_{21} e^{-i\omega_0 t} \right) = X_{12} \left(\tilde{\rho}_{12} e^{i\omega t} + \tilde{\rho}_{21} e^{-i\omega t} \right) = \\ &= X_{12} (u \cos \omega t - v \sin \omega t) \end{aligned} \quad (1.8)$$

in cui $u = \tilde{\rho}_{12} + \tilde{\rho}_{21}$ e $v = -i(\tilde{\rho}_{12} - \tilde{\rho}_{21})$. u e v rappresentano quindi, rispettivamente, il termine in fase e in controfase del dipolo rispetto all'onda monocromatica, proporzionale a $\cos \omega t$.

Il calcolo di u e v può essere effettuato risolvendo le cosiddette *equazioni ottiche di Bloch*; una volta definito $w = \rho_{11} - \rho_{22}$ (cioè la differenza di popolazione dei due livelli), esse corrispondono ad un set di 3 equazioni differenziali al primo ordine in u , v e w [4]:

$$\begin{cases} \dot{u} &= \delta v - \frac{\Gamma}{2} u \\ \dot{v} &= -\delta u + \Omega w - \frac{\Gamma}{2} v \\ \dot{w} &= -\Omega v - \Gamma(w - 1) \end{cases} \quad \begin{cases} \Omega = \frac{eX_{12}|\mathbf{E}_0|}{\hbar} \\ \delta = \omega - \omega_0 \\ \Gamma = \tau^{-1} \end{cases} \quad (1.9)$$

Sono dunque presenti 3 differenti termini in frequenza: Ω , chiamata *frequenza di Rabi*, è proporzionale all'intensità dell'accoppiamento dipolo-radiazione (espressa da X_{12}) e all'ampiezza dell'onda monocromatica, quindi cresce all'aumentare dell'intensità della luce; δ rappresenta il detuning della radiazione rispetto alla transizione atomica di risonanza, ed è una grandezza fondamentale associata ai raggi laser nel [Capitolo 2](#); Γ corrisponde invece alla larghezza di riga dello stato eccitato, cioè all'inverso della vita media τ di tale livello. È ben noto, infatti, che gli stati eccitati di un atomo possiedono un tempo di vita naturale, che è collegato al rate con il quale un fotone viene emesso spontaneamente da questi livelli [1]. In un'analogia fra oscillatore classico e sistema quantistico, Γ è il corrispondente del termine di smorzamento di un dipolo oscillante che caratterizza la forza di attrito [4].

Queste equazioni descrivono quindi l'eccitazione di un sistema a due livelli da parte di una radiazione vicina alla risonanza. Per tempi sufficientemente lunghi rispetto alla vita media del livello eccitato, è possibile trovare una soluzione verso stati stazionari [4]:

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = \frac{1}{\delta^2 + \Omega^2/2 + \Gamma^2/4} \begin{pmatrix} \Omega \delta \\ \Omega \Gamma/2 \\ \delta^2 + \Gamma^2/4 \end{pmatrix} \quad (1.10)$$

I termini u e v , che caratterizzano il momento di dipolo dell'atomo secondo la [1.8](#), sono fondamentali nella descrizione dei due tipi di forza radiativa con cui la luce agisce sull'atomo, che vengono approfonditi in [1.2.1](#).

1.1.2 Light shift

Insieme ai fenomeni di popolazione, la radiazione può spostare i livelli energetici dell'atomo: questo effetto, chiamato *light shift*, è ricavabile dall'utilizzo dell'equazione di Schrödinger dipendente dal tempo applicata ai termini \tilde{c}_1 e \tilde{c}_2 ottenuti dal cambio di variabile in [1.7](#) [4]:

$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \tilde{c}_1 \\ \tilde{c}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \delta/2 & \Omega/2 \\ \Omega/2 & -\delta/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{c}_1 \\ \tilde{c}_2 \end{pmatrix} \quad (1.11)$$

In assenza di radiazione ($\Omega = 0$), ai due livelli con ampiezze \tilde{c}_1 e \tilde{c}_2 sono associati dei coefficienti $\pm\delta/2$, che rappresentano dunque gli autovalori imperturbati dei due stati; essi sono quindi separati da $|\delta|$.

Diagonalizzando la matrice dei coefficienti, è possibile calcolare i nuovi autovalori λ ponendo a 0 il polinomio caratteristico:

$$\det \begin{pmatrix} \delta/2 - \lambda & \Omega/2 \\ \Omega/2 & -\delta/2 - \lambda \end{pmatrix} = 0 \quad \Rightarrow \quad \lambda = \pm \frac{\sqrt{\delta^2 + \Omega^2}}{2} \quad (1.12)$$

I due stati associati a \tilde{c}_1 e \tilde{c}_2 sono ora lo stato eccitato E_2 e quello di energia $E_1 + \hbar\omega$, dove quest'ultimo corrisponde a ground state+fotone della radiazione incidente: tali stati rappresentano infatti i due livelli imperturbati di partenza distanziati da $|\delta|$.

Normalmente i light shifts diventano considerevoli ad alti detuning, dove l'effetto di assorbimento è trascurabile:

$$|\delta| \gg \Omega \Rightarrow \lambda \simeq \pm \left(\frac{\delta}{2} + \frac{\Omega^2}{4\delta} \right) \quad (1.13)$$

In base al segno di δ , e dunque alla frequenza della radiazione, \tilde{c}_1 può rappresentare sia il livello ad energia superiore ($E_1 + \hbar\omega > E_2$) sia quello più basso ($E_1 + \hbar\omega < E_2$); ragionamento analogo può essere effettuato con \tilde{c}_2 . I due stati, quindi, si respingono ($\delta < 0$) o si attraggono ($\delta > 0$) sotto l'effetto dell'accoppiamento dipolo-radiazione espresso da Ω [1], come visibile in [Figura 1.1](#):

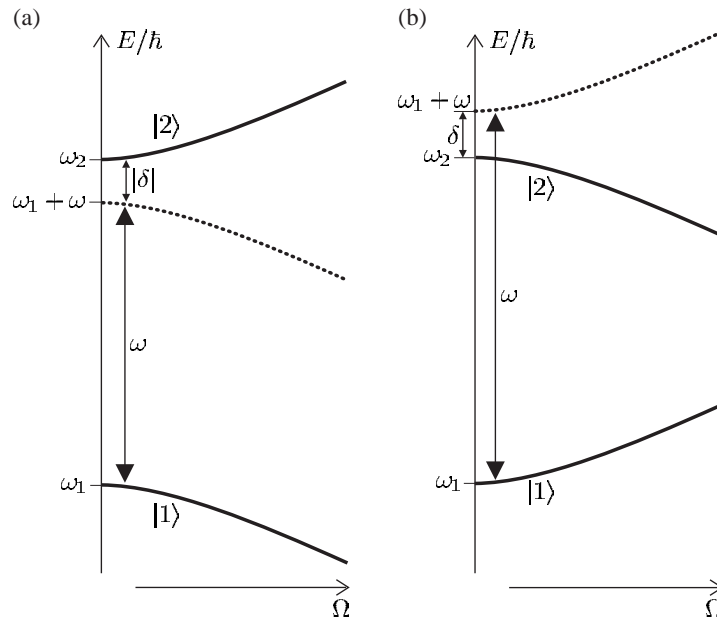


Figura 1.1. Light shift degli autovalori di un sistema atomico a due livelli in funzione della frequenza di Rabi Ω , per detuning negativi (a) e positivi (b); l'andamento è parabolico, secondo quanto espresso dalla 1.13 [4].

Come si vedrà nella sezione 2.3, il fenomeno del light shift è essenziale per comprendere l'effetto Sisifo, un meccanismo che gioca un ruolo chiave negli apparati di raffreddamento atomico; inoltre, la componente di dipolo della forza di radiazione può essere interpretata in termini di un light shift dipendente dalla posizione dovuto a un gradiente di intensità luminosa [1], come viene spiegato in 1.2.1.

1.2 Forza di scattering e forza di dipolo

Come già anticipato, sono presenti due tipi di forza radiativa, derivanti rispettivamente da fenomeni di tipo dissipativo e dispersivo: si intende dare ora una descrizione qualitativa di questi effetti, in modo da giustificare l'esistenza delle due componenti.

La forza dissipativa, chiamata anche forza di scattering, è associata al trasferimento di quantità di moto dei fotoni costituenti la radiazione incidente verso atomi vicini a transizioni risonanti [1]. È infatti conveniente descrivere il processo in termini di fotoni: se la radiazione viaggia in verso opposto alla direzione di moto dell'atomo, per ogni fotone $\hbar\mathbf{k}_{\text{in}}$ che viene assorbito nel ground state l'atomo riceve una spinta che lo fa indietreggiare; affinché possa assorbire di nuovo, deve tornare nel livello fondamentale, emettendo spontaneamente un fotone $\hbar\mathbf{k}_{\text{out}}$ [5].

La variazione di quantità di moto dell'atomo dopo ogni ciclo assorbimento-emissione è dunque $\hbar(\mathbf{k}_{\text{in}} - \mathbf{k}_{\text{out}})$. Data la natura isotropa del processo di emissione, i fotoni vengono emessi in direzioni casuali; la probabilità di emissione è la stessa prendendo due fotoni in direzioni opposte [1], e dunque la quantità di moto media trasferita all'atomo dopo N cicli è uguale a $N\hbar\mathbf{k}_{\text{in}}$. Lo scattering di tanti fotoni genera quindi una forza media che rallenta l'atomo: il numero di cicli è proporzionale al rate con cui i fotoni vengono scatterati dalla radiazione incidente e ad intensità alte, quando il processo diventa molto efficiente, le probabilità di trovare l'atomo nel livello inferiore o superiore sono uguali e pari a $1/2$ [6]. La forza massima esercitata sull'atomo, ricordando il rate Γ di emissione spontanea definita nell'espressione 1.9, è dunque:

$$\mathbf{F}_{\text{scatt}}^{(\text{max})} = \hbar\mathbf{k} \frac{\Gamma}{2} \quad (1.14)$$

Essa ha carattere dissipativo perché legata a scambi di impulso, e può essere interpretata anche come pressione di radiazione agente sull'atomo.

È presente un altro tipo di forza, che presenta analogie con la rifrazione della luce nel mezzo: un dielettrico, infatti, altera la distribuzione di quantità di moto della radiazione deflettendo il fascio e, dalla terza legge di Newton, il materiale è soggetto a una forza di reazione uguale e opposta al rate di variazione della quantità di moto del campo luminoso [2]. Questa forza dipende dall'indice di rifrazione (e dunque dalla polarizzabilità) del mezzo in cui la radiazione si propaga: per questo prende anche il nome di forza di dipolo.

In termini atomici, essa è basata sullo scattering coerente di fotoni [2]: un fascio laser, infatti, non ha un'intensità uniforme nello spazio e questo genera una forza di gradiente, chiamata così perché si muove parallela al gradiente di intensità. Un'interpretazione è la seguente: il campo elettrico genera un momento di dipolo indotto sull'atomo, separando le cariche positive del nucleo dalla nuvola elettronica. In presenza di un gradiente di campo, le cariche opposte sono soggette a forze con verso opposto ma ampiezze diverse, e la risultante è una forza netta che agisce sull'atomo [6].

Questi due tipi di forza di radiazione possono essere ricavati da principi primi spiegati nella sezione 1.2.1, dove vengono calcolate delle espressioni esplicite per $\mathbf{F}_{\text{scatt}}$ e $\mathbf{F}_{\text{dipole}}$.

1.2.1 Trattazione teorica della forza di radiazione

La forza \mathbf{F} esercitata dalla radiazione esterna sul dipolo $\mathbf{p} = -e\mathbf{r}$ è pari a $(\mathbf{p} \cdot \nabla)\mathbf{E}$ [7]; un campo elettrico che si propaga lungo l'asse z con polarizzazione lineare lungo x può essere modellato come $\mathbf{E} = E_0 \hat{\mathbf{e}}_x \cos(\omega t - kz) = E_x \hat{\mathbf{e}}_x$, quindi:

$$F_z = -ex \frac{\partial E_x}{\partial z} = -ex \left[\frac{\partial E_0}{\partial z} \cos(\omega t - kz) + k E_0 \sin(\omega t - kz) \right] \quad (1.15)$$

e in modo analogo considerando propagazioni lungo x e y . I due termini di questa forza possono essere interpretati sia classicamente sia in meccanica quantistica: x

può infatti essere calcolato utilizzando il modello classico di dipolo oscillante, ma il trattamento quantistico è necessario per trovare la giusta dipendenza con l'intensità [4].

Nell'interpretazione quantistica, bisogna riprendere l'espressione del dipolo tramite l'operatore associato ricavata nella 1.8, quindi $x \equiv D_x(t)$; eseguendo una media temporale su tanti periodi di oscillazione e ricordando che $\overline{\sin^2} = \overline{\cos^2} = \frac{1}{2}$:

$$\bar{F}_z = \frac{-eX_{12}}{2} \left(u \frac{\partial E_0}{\partial z} - v E_0 \mathbf{k} \right) = F_{\text{dipole}_z} + F_{\text{scatt}_z} \quad (1.16)$$

Il secondo termine, proporzionale al gradiente della fase (cioè $-\mathbf{k}$) e al termine in controfase v del dipolo, rappresenta la forza di scattering F_{scatt} . Analogamente il primo termine, che cresce con il gradiente dell'ampiezza e con la componente u in fase di $D_x(t)$, è la forza di dipolo F_{dipole} .

Dalle espressioni di u , v e Ω descritte dalle formule in 1.9 e 1.10, generalizzando in tre dimensioni si trova [4] [6]:

$$\mathbf{F}_{\text{scatt}} = \hbar \mathbf{k} \frac{\Gamma}{2} \frac{\Omega^2/2}{\delta^2 + \Omega^2/2 + \Gamma^2/4} \quad (1.17)$$

$$\mathbf{F}_{\text{dipole}} = -\frac{\hbar \delta}{4} \frac{1}{\delta^2 + \Omega^2/2 + \Gamma^2/4} \nabla(\Omega^2) \quad (1.18)$$

$\mathbf{F}_{\text{scatt}}$ è massima alla risonanza, dato che v presenta un andamento lorentziano rispetto a δ ; ad alte intensità ($\Omega \rightarrow \infty$) la forza satura a $\hbar \mathbf{k} \Gamma/2$, espressione già prevista nella 1.14. La forza di dipolo, proporzionale al gradiente di intensità ($\Omega \propto E_0$), è zero alla risonanza, attrattiva verso alte intensità per $\delta < 0$ e si allontana da queste ultime se $\delta > 0$ [6].

Per detuning larghi ($|\delta| \gg \Gamma$, e con un'intensità tale che $|\delta| \gg \Omega$), la forza di dipolo eguaglia il gradiente del light shift, quest'ultimo descritto nella 1.13 [4]:

$$\mathbf{F}_{\text{dipole}} \simeq -\nabla \left(\frac{\hbar \Omega^2}{4\delta} \right) \quad (1.19)$$

Essendo $\mathbf{F}_{\text{dipole}} = -\nabla U_{\text{dipole}}$, il light shift agisce come un potenziale $U_{\text{dipole}} \simeq \hbar \Omega^2/(4\delta)$ sull'atomo nel ground state. È quindi possibile dare un'altra interpretazione di questa componente: una radiazione non risonante applica sul ground state dell'atomo un light shift proporzionale all'intensità della luce; se $\delta < 0$, il light shift del ground state è negativo e la forza è diretta verso le intensità alte; in caso contrario, quando $\delta > 0$, l'atomo è spinto verso regioni a bassa intensità, come già trovato.

La forza di scattering viene sfruttata in molte tecniche di rallentamento e confinamento di atomi, discusse nel [Capitolo 2](#). La componente di dipolo è in grado di intrappolare gli atomi sul punto focale di un fascio laser; queste trappole operano di solito ad alti detuning [4], in cui $\mathbf{F}_{\text{dipole}}$ cresce come $\nabla(\Omega^2)/\delta$ e la forza satura per intensità molto più alte di quella dissipativa [6]. Le trappole di dipolo non verranno però approfondite nei prossimi capitoli.

Capitolo 2

Raffreddamento e intrappolamento di atomi neutri

I primi apparati di laser cooling prevedevano l'utilizzo di ioni intrappolati in campi elettrici e successivamente raffreddati dalle radiazioni laser [4]. Nel lavorare con atomi neutri, era presente però una difficoltà significativa: bisognava rallentarli prima di intrappolarli [5], per via dell'assenza di interazione elettromagnetica.

Le molecole e gli atomi che si muovono nell'aria a temperatura ambiente possiedono velocità dell'ordine di 300 m/s; questa velocità media può essere ridotta raffreddando il gas, ma normalmente, a temperature molto basse in cui essa scende sotto 1 m/s, il gas in equilibrio raggiunge la condensazione, con una pressione di vapore così bassa che nessun atomo rimarrebbe nella fase gassosa [5]. Per questo motivo, tutti gli studi con atomi liberi venivano fatti a velocità molto alte, per esempio utilizzando un fascio atomico. Esso veniva fatto incidere su fasci di luce contro-propaganti vicini a transizioni atomiche, in modo da sfruttare la forza di scattering descritta nella sezione 1.2.

Il grande successo delle tecniche di laser cooling portò al premio Nobel nel 1997 per Steven Chu, Claude N. Cohen-Tannoudji e William D. Phillips [4]. Il gruppo di ricerca di Phillips sfruttò la forza dissipativa per sviluppare apparati che rallentassero raggi atomici compensando la perdita di decelerazione dovuta all'effetto Doppler (sezione 2.1); Chu e i suoi colleghi dimostrarono l'apparato di raffreddamento noto come *melassa ottica*, descritto nella sezione 2.2; Cohen-Tannoudji, insieme a Jean Dalibard, introdusse un nuovo meccanismo chiamato *effetto Sisifo* (sezione 2.3), che spiegò l'esistenza di un limite inferiore di temperatura più basso di quello che ci si aspettava dalla melassa ottica. La necessità di catturare e confinare gli atomi portò alla progettazione di tecniche di intrappolamento magnetico, e lo sviluppo della melassa ottica condusse alla creazione della cosiddetta *trappola magneto-ottica*, trattata nella sezione 2.4 e usata ancora oggi nella maggior parte degli esperimenti di confinamento atomico [4].

2.1 Rallentamento di fasci atomici

La riduzione di velocità di un fascio atomico che viaggia in direzione opposta a un fascio laser impostato a transizioni di risonanza segue quanto descritto nella sezione 1.2 per la forza dissipativa. Si riporta uno schema illustrativo del fenomeno in Figura 2.1:

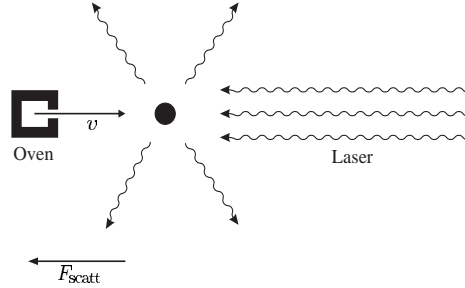


Figura 2.1. Fascio atomico a velocità v su cui viene fatta incidere una radiazione laser; F_{scatt} segue la formula 1.17 [4].

Per un atomo di massa M , la forza di radiazione produce un'accelerazione massima data in modulo da:

$$a_{\text{max}} = \frac{F_{\text{scatt}}^{(\text{max})}}{M} = \frac{\hbar k \Gamma}{M 2} = \frac{v_r}{2\tau} \quad \left[v_r = \frac{\hbar k}{M} \right] \quad (2.1)$$

dove la velocità di rinculo v_r rappresenta la variazione di velocità dell'atomo dopo che ha assorbito o emesso un singolo fotone. Per un atomo di sodio, $v_r = 3 \text{ cm/s}$ e $\tau = 16 \text{ ns}$, quindi a_{max} può raggiungere fino a 10^5 volte l'accelerazione di gravità [1].

Tipicamente, si prende come decelerazione $a_{\text{max}}/2$ per non trascurare le fluttuazioni dal valore medio di F_{scatt} [4] (questo aspetto verrà chiarito nella sezione 2.2.1); risolvendo l'equazione oraria del moto con accelerazione costante pari a $-a_{\text{max}}/2$ ed esprimendo v in funzione della distanza z lungo la direzione di volo, si ottiene:

$$v_0^2 - v^2 = a_{\text{max}} z \Rightarrow v(z) = v_0 \sqrt{1 - \frac{z}{L_0}} \quad (0 \leq z \leq L_0) \quad (2.2)$$

dove v_0 è la velocità iniziale del fascio atomico e $L_0 = v_0^2/a_{\text{max}}$ rappresenta la distanza alla quale l'atomo si ferma.

Viene riportato in Tabella 2.1 uno schema contenente i parametri di un tipico apparato per rallentare atomi di sodio ($M \simeq 23 \text{ u.m.a.}$). v_0 è stata scelta come la velocità più probabile in un fascio atomico a temperatura $T = 900 \text{ K}$; quest'ultimo, infatti, presenta tipicamente una distribuzione di velocità intorno a $v_0 = \sqrt{3k_B T/M}$ [4]:

Velocità iniziale del fascio atomico (a $T = 900 \text{ K}$)	v_0	1000 m/s
Lunghezza d'onda di risonanza	λ	589 nm
Vita media del livello eccitato	τ	16 ns
Velocità di rinculo	v_r	3 cm/s
Distanza di frenamento	L_0	1.1 m

Tabella 2.1. Valori caratteristici dei parametri che descrivono il rallentamento di un fascio atomico di sodio [4].

I metalli alcalini hanno delle L_0 molto simili, il che li rende degli ottimi elementi per gli esperimenti di laser cooling. Anche se atomi più pesanti, come il rubidio, possiedono decelerazioni più basse ($a_{\max} \propto 1/M$), le velocità iniziali sono più piccole ($v_0 \propto 1/\sqrt{M}$) e quindi è sufficiente una temperatura più bassa per generare abbastanza pressione di vapore necessaria a far propagare il fascio atomico. Infatti, per un fascio di rubidio $L_0 = 1.2$ m, con una $v_0 = 360$ m/s a una temperatura di 450 K [4].

Affinché la formula 2.2 sia applicabile, è necessario che l'accelerazione sia costante e soprattutto che continui ad essere massima; l'effetto Doppler può ostacolare questo processo. Dato che l'atomo si muove ad una velocità non nulla, la frequenza dell'onda incidente viene percepita più alta o più bassa nel sistema di riferimento dell'atomo, in base al verso di propagazione della radiazione. In Figura 2.2 viene riportato uno schema esplicativo di tale effetto:

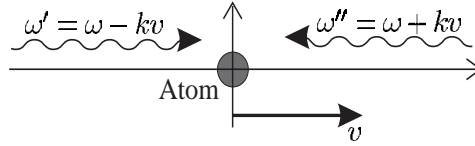


Figura 2.2. Effetto Doppler. ω è la frequenza della radiazione osservata nel laboratorio, mentre ω' e ω'' sono le frequenze associate al sistema di riferimento che si muove a velocità v . $k = \omega/c$ è il vettore d'onda della radiazione [4].

ω' e ω'' rappresentano, nel nostro caso, le frequenze alle quali l'atomo assorbe radiazione nel suo sistema di riferimento, cioè corrispondono a ω_0 . Per mantenere il laser in risonanza con un fascio atomico contro-propagante, quindi, la frequenza ω della radiazione deve soddisfare la relazione $\omega = \omega_0 - kv$ durante la decelerazione dell'atomo [6]. Se così non fosse, mentre l'atomo assorbe continuamente fotoni e viene rallentato, il Doppler shift cambierebbe e il sistema non sarebbe più risonante. Il risultato è che soltanto atomi con la “giusta” velocità risonante con il laser vengono rallentati, e decelerano di una piccola quantità dato che man mano si allontanano dalla risonanza [5].

Philips e i suoi colleghi idearono un metodo ingegnoso per ovviare al Doppler shift: è possibile utilizzare un campo magnetico B che, grazie all'effetto Zeeman, permette di variare la separazione dei livelli energetici dell'atomo, così da mantenerlo in risonanza con la frequenza costante del laser. La condizione che il Zeeman shift, dato da $g\mu_B B/\hbar$, deve soddisfare affinché possa compensare l'effetto Doppler è dunque:

$$\omega_0 + \frac{g\mu_B B}{\hbar} = \omega + kv \quad (2.3)$$

in cui si assume $g \simeq 1$, condizione soddisfatta per molte delle transizioni usate nel laser cooling [4]. Riprendendo la formula 2.2, per $v \equiv v(z)$ si ottiene un profilo del campo magnetico dato da:

$$B(z) = B_0 \sqrt{1 - \frac{z}{L_0}} + B_1 \quad \left[B_0 = \frac{h\nu_0}{\lambda\mu_B} \right] \quad (2.4)$$

dove λ è la lunghezza d'onda associata alla luce emessa dal fascio laser. Questo campo magnetico può essere realizzato avvolgendo un solenoide conico attorno l'asse

z , cioè aggiungendo più spire vicino alla sorgente del fascio atomico in modo che B sia più intenso [5].

La bobina viene di solito progettata con una lunghezza dell'ordine di 1 m, cioè corrispondente ai valori di L_0 utilizzati nei metalli alcalini (come per il sodio in Tabella 2.1); infatti, se $\mu_B B_1 = \hbar(\omega - \omega_0) \simeq 0$, l'atomo si ferma completamente alla fine del solenoide [4]. Per poter condurre gli atomi verso regioni dove vengono svolti esperimenti successivi, però, è necessario che essi abbiano una piccola velocità cosicché possano uscire dal solenoide.

Per misurare la velocità alla fine del processo di rallentamento, viene utilizzata una sonda laser nella regione di rilevamento posta all'uscita della bobina, che produce fluorescenza dagli atomi aventi le giuste velocità risonanti [5]. Scansionando la frequenza del laser, si può quindi ricostruire la distribuzione della componente di velocità lungo la sonda, essendo proporzionale al segnale fluorescente [4].

Si riportano in Figura 2.3 le curve di velocità ottenute dai primi esperimenti con atomi di sodio, ricavate con e senza la bobina: nel caso di assenza di campo magnetico, soltanto una parte della distribuzione iniziale (quella con velocità vicine alla risonanza) è spostata verso sinistra di una piccola quantità (finché gli atomi non sono più risonanti). Il picco stretto è riempito solo da atomi abbastanza veloci. Aggiungendo il rallentatore Zeeman, atomi veloci decelerano e rimangono in risonanza, mentre atomi lenti raggiungono la risonanza e poi decelerano; tutte le variazioni in velocità vengono compensate dallo Zeeman shift mentre l'atomo si muove verso punti dove il campo magnetico è più debole. Una grande frazione della distribuzione iniziale è stata quindi spostata verso un picco più stretto e lungo [5]:

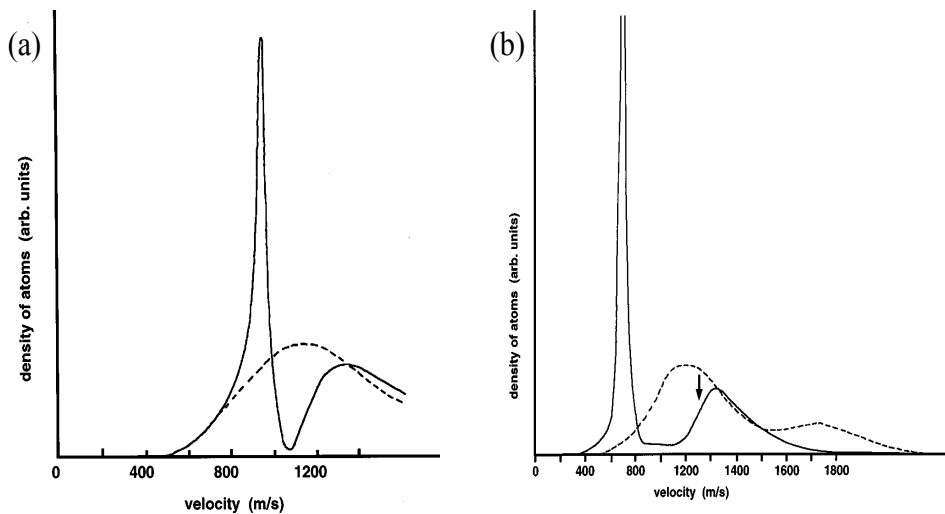


Figura 2.3. Distribuzione delle velocità di un fascio atomico di sodio prima (tratteggiato) e dopo (continuo) il rallentamento, tramite frequenza risonante fissata (a) e sfruttando un rallentatore Zeeman (b). La freccia indica la velocità più probabile in risonanza con la radiazione rallentante [5].

2.2 Melassa ottica

Una volta rallentati, è necessario portare gli atomi a riposo nella regione di osservazione fuori dal solenoide: la velocità finale dipende criticamente da cosa succede all'uscita della bobina, dove l'atomo continua ad assorbire luce e può fermarsi prima

di raggiungere la zona successiva. La frequenza del laser rallentante viene quindi scelta in modo tale da avere un atomo sufficientemente veloce per continuare lungo l'apparato [4].

Effetti interessanti possono essere ottenuti combinando due fasci laser contro-propaganti: un esempio di questo è tipo è il cosiddetto *Doppler cooling*. Questo processo di raffreddamento, per atomi in movimento, è conseguenza di uno squilibrio di due forze radiative opposte dovuto al Doppler shift [1] e da cui prende infatti il nome.

Si consideri un atomo a due livelli irradiato da due fasci laser opposti come in [Figura 2.4](#): le radiazioni hanno una frequenza inferiore rispetto a quella atomica di risonanza; questa condizione viene anche chiamata *red detuning*. Se l'atomo fosse fermo la forza netta risultante sarebbe nulla, in quanto il rate di scattering è lo stesso per ogni laser [4]; per un atomo in movimento a velocità v , le frequenze dei due laser subiscono un Doppler shift e, in caso di red detuning, l'onda opposta al moto dell'atomo si sposta verso la frequenza risonante, mentre quella diretta lungo v si allontana dalla risonanza [5]:

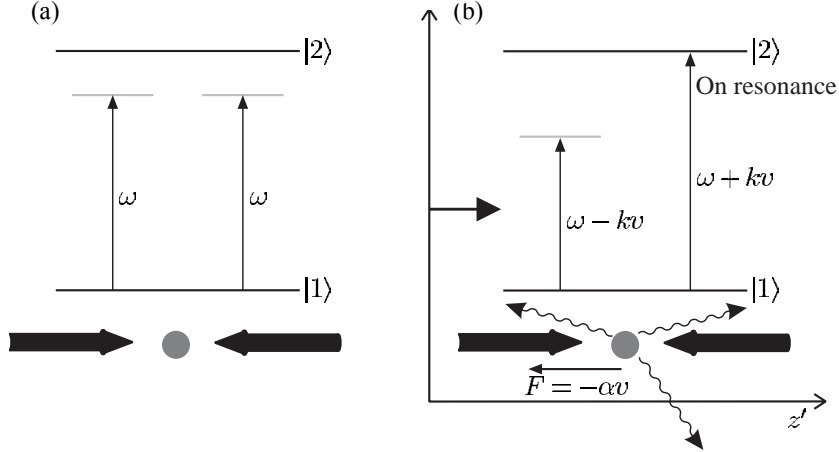


Figura 2.4. Doppler cooling in una dimensione per fasci laser red detuned. Per un atomo in quiete (a), le due forze di scattering si bilanciano e non c'è forza netta; per un atomo in movimento (b), il Doppler shift aumenta lo scattering di luce dal laser opposto al moto [4].

La differenza tra le due forze opposte di scattering è data da:

$$F_{\text{mol}} = F_{\text{scatt}}(\delta = \omega - \omega_0 - kv) - F_{\text{scatt}}(\delta = \omega - \omega_0 + kv) \quad (2.5)$$

Nel limite di basse velocità ($kv \ll \Gamma$), sviluppando in $\delta \simeq \omega - \omega_0$ [4]:

$$F_{\text{mol}} \simeq F_{\text{scatt}}(\delta = \omega - \omega_0) - kv \frac{\partial F_{\text{scatt}}}{\partial \omega} - \left[F_{\text{scatt}}(\delta = \omega - \omega_0) + kv \frac{\partial F_{\text{scatt}}}{\partial \omega} \right] \quad (2.6)$$

Lo squilibrio delle due forze radiative può essere dunque scritto come:

$$F_{\text{mol}} \simeq -\alpha v \quad \alpha = 2k \left. \frac{\partial F_{\text{scatt}}}{\partial \omega} \right|_{\delta=\omega-\omega_0} \quad (2.7)$$

che rappresenta uno smorzamento di tipo viscoso. Per questo motivo, Chu e i suoi collaboratori chiamarono *melassa ottica* l'apparato da loro sviluppato per dimostrare il Doppler cooling [4].

Aggiungendo coppie di fasci di laser nelle altre due coordinate, è possibile ottenere un raffreddamento in tre dimensioni, per un totale di sei fasci luminosi contro-propaganti red detuned. Si noti che la melassa ottica non è una trappola: non è presente una forza di richiamo che mantiene gli atomi sospesi nel campo gravitazionale [6], ma solo un'inibizione della loro fuga di tipo viscoso [5].

Il coefficiente di smorzamento α può essere calcolato riprendendo la formula della forza di scattering in 1.17; è possibile riscrivere F_{scatt} come:

$$F_{\text{scatt}} = \hbar k R_{\text{scatt}} = \hbar \frac{\omega}{c} R_{\text{scatt}} \quad R_{\text{scatt}} = \frac{\Gamma}{2} \frac{\Omega^2/2}{\delta^2 + \Omega^2/2 + \Gamma^2/4} \quad (2.8)$$

dove R_{scatt} rappresenta il rate di scattering della radiazione incidente durante il ciclo assorbimento-emissione dell'atomo [1]. Quindi:

$$\frac{\partial F_{\text{scatt}}}{\partial \omega} = \frac{\hbar}{c} R_{\text{scatt}} + \hbar k \frac{\partial R_{\text{scatt}}}{\partial \omega} \quad (2.9)$$

Il primo termine è di solito molto più piccolo del secondo, quindi può essere trascurato [4]; nel limite di intensità basse ($\Omega \ll |\delta|, \Gamma$), dove le forze dovute a ogni fascio laser agiscono indipendentemente [4]:

$$\alpha = 2\hbar k^2 \frac{\partial R_{\text{scatt}}}{\partial \omega} \simeq 2\hbar k^2 \frac{-2\delta}{\delta^2 + \Gamma^2/4} R_{\text{scatt}} = \frac{8\hbar k^2 \Omega^2}{\Gamma^2} \frac{-2\delta/\Gamma}{[1 + (2\delta/\Gamma)^2]^2} \quad (2.10)$$

Il moto viscoso richiede $\alpha > 0$, e per un red detuning ($\delta < 0$) la condizione è quindi soddisfatta, in accordo con la spiegazione fisica data in Figura 2.4.

Si riporta in Figura 2.5 un plot della forza in funzione della velocità per due diversi valori di δ ; è negativa per $v > 0$ e positiva per $v < 0$, coerentemente con il segno di α e con un fenomeno di decelerazione. L'andamento è lineare per $|v| < \Gamma/k$ (consistente con il limite a basse velocità imposto per la formula 2.6), che quindi definisce un range di cattura $v_c^{\text{mol}} = \Gamma/k$ in cui la forza viscosa può operare. Nel caso del sodio, per esempio, riprendendo i dati in Tabella 2.1 si trova una $v_c^{\text{mol}} = \lambda/(2\pi\tau) \simeq 6$ m/s:

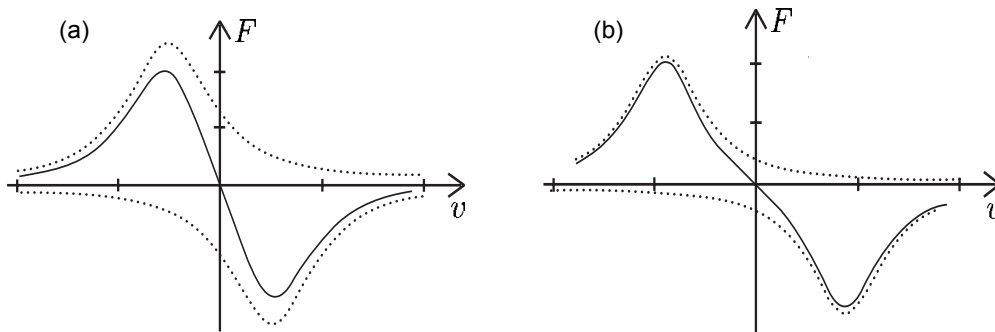


Figura 2.5. Forza associata alla melassa ottica in funzione della velocità dell'atomo, per $\delta = -\Gamma/2$ (a) e $\delta = -\Gamma$ (b); in particolare, $-\Gamma/2$ è il valore di δ che massimizza la pendenza della curva attorno a $v = 0$, dunque anche lo smorzamento è massimo. Vengono inoltre riportate, con un tratto punteggiato, le forze di scattering singole prodotte dai due fasci contro-propaganti, che hanno un andamento lorentziano così come quello di F_{scatt} in funzione di δ (formula 1.17) [4].

2.2.1 Doppler cooling limit

Nella trattazione della forza di scattering (sezione 1.2), sono state formulate due importanti ipotesi: che $\mathbf{F}_{\text{scatt}}$ fosse calcolata mediando sulle quantità di moto trasferite all'atomo e che il contributo medio dato dai fotoni emessi spontaneamente fosse nullo. La forza di attrito presente nella melassa ottica è necessariamente accompagnata da fluttuazioni dovute ai fotoni emessi spontaneamente in direzioni e tempi randomici [1]. Grazie al teorema di fluttuazione-dissipazione [6], è possibile collegare queste fluttuazioni al fenomeno di dissipazione dovuto alla forza di attrito dei laser nella melassa, permettendo di calcolare una temperatura limite nel Doppler cooling.

La stima delle perdite medie di energia causate dal moto viscoso può essere espressa come [4]:

$$\left. \frac{d\overline{K}}{dt} \right|_{\text{dissipation}} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} M \overline{v^2} \right) = -\alpha \overline{v^2} = -\frac{2\alpha}{M} \overline{K} = -\frac{\overline{K}}{\tau_{\text{damp}}} \quad (2.11)$$

dove $\tau_{\text{damp}} = M/(2\alpha)$ rappresenta il tempo caratteristico di smorzamento del moto degli atomi. Nella melassa ottica, viene di solito misurato un τ_{damp} dell'ordine del μs [1].

Il rate di fluttuazione dell'energia cinetica, come già accennato, è costituito da due effetti. Il primo è dovuto alle fluttuazioni di emissione spontanea: l'atomo viene infatti spinto in direzioni casuali dallo scattering dei fotoni emessi. Il secondo termine è invece dovuto alle fluttuazioni della forza di scattering, dato che l'atomo non assorbe sempre lo stesso numero di fotoni in un tempo t [4] (la vita media τ del livello eccitato è appunto un valore statistico).

È possibile calcolare il cammino libero medio associato alla diffusione del moto spaziale degli atomi, ottenendo un valore di soli $20 \mu\text{m}$ per il sodio [5]. Dato che la distanza percorsa dai raggi laser nella melassa è dell'ordine del cm [5] e $t \gg \tau$, in entrambi i casi sia le fluttuazioni dal valore medio di F_{scatt} sia i rinculi casuali seguono un random walk nella velocità analogo al moto browniano di particelle microscopiche sospese, con una lunghezza di passo pari alla velocità di rinculo $v_r = \hbar k/M$ [4] (definita nella 2.1). In un random walk, lo spostamento quadratico medio è proporzionale al numero \mathcal{N} di passi e al quadrato della lunghezza del passo.

Nel caso della melassa ottica, l'atomo è irradiato da due fasci contro-propaganti, quindi si può assumere che il rate di scattering sia $2R_{\text{scatt}}$; il numero medio di fotoni scatterati al tempo t può essere espresso dunque come $\mathcal{N} = 2R_{\text{scatt}}t$ e $\overline{v^2} \propto 2R_{\text{scatt}}t v_r^2$. Il contributo di fluttuazione di F_{scatt} è rappresentato da un random-walk unidimensionale, poiché dipende solo dal numero di fotoni assorbiti; nel caso delle fluttuazioni di emissione spontanea, invece, l'emissione su tutto l'angolo solido genera un random walk in tre dimensioni [4]. Assumendo un'emissione spontanea isotropa, ogni contributo medio darebbe un fattore $1/3$ per ogni direzione, ma nella melassa ottica sono presenti tre coppie ortogonali di fasci laser, quindi il contributo totale su queste fluttuazioni è tre volte quello di una singola coppia [4]. Le due differenti fluttuazioni sono perciò uguali e sommandole si ottiene $\overline{v^2} = 4R_{\text{scatt}}t v_r^2$.

Analogamente a quanto svolto con la dissipazione, è ora possibile calcolare il rate di energia cinetica dovuto a queste fluttuazioni [4] [6]:

$$\left. \frac{d\overline{K}}{dt} \right|_{\text{fluctuation}} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} M \overline{v^2} \right) = 2MR_{\text{scatt}}v_r^2 = \frac{2\hbar^2 k^2}{M} R_{\text{scatt}} \quad (2.12)$$

Le fluttuazioni derivanti dal random walk della velocità dell'atomo, quindi, aumentano l'energia cinetica media. La concorrenza fra questo effetto di riscaldamento e

quello di raffreddamento dovuto alla forza viscosa porta a uno stato di equilibrio [1], che ha una temperatura T ottenibile eguagliando la 2.11 e la 2.12:

$$\left. \frac{d\bar{K}}{dt} \right|_{\text{dissipation}} = - \left. \frac{d\bar{K}}{dt} \right|_{\text{fluctuation}} \Rightarrow \bar{K} = \hbar^2 k^2 \frac{R_{\text{scatt}}}{\alpha} \Rightarrow k_{\text{B}}T = 2\bar{K} = \frac{\delta^2 + \Gamma^2/4}{-2\delta} \hbar \quad (2.13)$$

dove nell'ultimo passaggio si è utilizzato il teorema di equipartizione dell'energia e le formule di R_{scatt} e α espresse in 2.8 e 2.10. La funzione a secondo membro ha un minimo per $\delta = -\Gamma/2$, che dà una temperatura minima T_{Doppler} data da:

$$k_{\text{B}}T_{\text{Doppler}} = \frac{\hbar\Gamma}{2} \quad (2.14)$$

Questo risultato prende il nome di *Doppler cooling limit*, e permette di stimare la temperatura più bassa raggiungibile dalla melassa ottica; l'ordine di grandezza di T_{Doppler} per gli atomi alcalini è di $100 \mu\text{K}$ [1]. Una volta che le misure diventarono abbastanza precise, si scoprì che le temperature registrate all'interno della melassa ottica erano fino a 100 volte più basse del limite teorico [6]: il gruppo di Philips misurò la temperatura di una nuvola atomica di sodio ($T_{\text{Doppler}} = 240 \mu\text{K}$ [6]), ottenendo $(43 \pm 20) \mu\text{K}$ [2]. Sono presenti altri meccanismi di raffreddamento più potenti del Doppler cooling, che un modello a due livelli non permette di spiegare [4]. Questo fenomeno, chiamato *effetto Sisifo*, viene descritto nella sezione 2.3.

2.3 Effetto Sisifo

Grazie alle tecniche di misura della temperatura raggiunta nella melassa, apparve chiaro che gli atomi potevano essere raffreddati al di sotto del Doppler cooling limit espresso nella formula 2.14. Per dissipare ulteriore energia, deve essere presente un altro meccanismo di emissione spontanea, che va oltre l'ipotesi dell'azione indipendente dei sei fasci laser [4].

Questo effetto non può essere spiegato in termini di un semplice modello ground-excited: gli alcalini possiedono infatti una struttura atomica più complessa, formata da tanti livelli. Osservando che la temperatura misurata era fortemente sensibile a variazioni del campo magnetico circostante, si ipotizzò che fosse la struttura Zeeman dei livelli atomici a giocare un ruolo chiave nel processo di raffreddamento [5].

È utile definire il metodo di manipolazione atomica con cui la popolazione viene trasferita in un determinato stato tramite assorbimento di fotoni, utilizzato finora nel rallentamento del fascio atomico. Questo effetto viene chiamato *pompaggio ottico* e, nelle transizioni fra livelli Zeeman, utilizza eccitazioni risonanti con luce polarizzata circolarmente per trasferire all'atomo parte del momento angolare della radiazione [1].

Un altro elemento da considerare è il light shift descritto nella sezione 1.1.2: dato che il detuning utilizzato negli esperimenti di laser cooling non è troppo grande rispetto a Γ , sia il light shift che il pompaggio ottico possono avvenire [1]. Il fattore decisivo per spiegare l'ulteriore dissipazione è rappresentato dal fatto che la polarizzazione della luce nella melassa ottica cambia nello spazio a causa della presenza di fasci polarizzati contro-propaganti: si consideri la configurazione in una dimensione in cui i due fasci laser incidenti hanno polarizzazioni lineari ortogonali (per esempio lungo x e y), come mostrato in Figura 2.6. Le due onde stazionarie, che possiedono lo stesso numero d'onda $k = 2\pi/\lambda$ e si propagano lungo z , hanno una differenza di fase di $2kz$ [6]; dato che quest'ultima cresce linearmente con z , la polarizzazione del campo risultante varia nello spazio:

- $2kz = 0 \Rightarrow z = 0 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{\mathbf{e}}_x + \hat{\mathbf{e}}_y)$ (lineare)
- $2kz = \frac{\pi}{2} \Rightarrow z = \frac{\lambda}{8} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{\mathbf{e}}_x - i\hat{\mathbf{e}}_y)$ (circolare σ^-)
- $2kz = \pi \Rightarrow z = \frac{\lambda}{4} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{\mathbf{e}}_x - \hat{\mathbf{e}}_y)$ (lineare)
- $2kz = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow z = \frac{3\lambda}{8} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{\mathbf{e}}_x + i\hat{\mathbf{e}}_y)$ (circolare σ^+)

e così via. La polarizzazione cambia quindi da σ^- a σ^+ (e viceversa) ogni $\lambda/4$; nel mezzo, sono presenti polarizzazioni lineari o ellittiche:

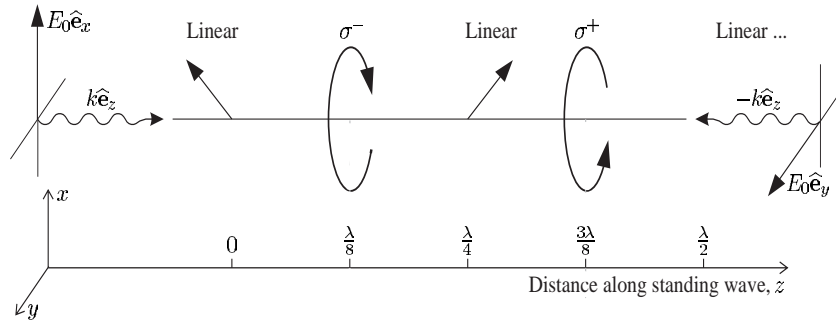


Figura 2.6. Schema del gradiente di polarizzazione di un'onda piana stazionaria formata da due radiazioni contro-propaganti lungo z e con polarizzazioni lineari e ortogonali, per alcuni valori di z [4].

La polarizzazione presenta dunque una dipendenza spaziale, che viene trasferita sia al light shift che al pompaggio ottico [1]. La combinazione di questi tre effetti, insieme alla struttura atomica a più livelli, causa un ulteriore raffreddamento dell'atomo mentre attraversa la radiazione.

Per interpretare questo fenomeno, si consideri uno schema atomico avente livello inferiore con $J = 1/2$ e livello eccitato con $J' = 3/2$, come in **Figura 2.7**. Il light shift, secondo la formula 1.13, è proporzionale all'accoppiamento con la luce espresso da Ω ; l'intensità di questo accoppiamento dipende dai coefficienti di Clebsch-Gordan associati ad ogni transizione [5], quindi i light shifts dei vari livelli sono diversi e variano con la polarizzazione della luce (e dunque con la posizione):

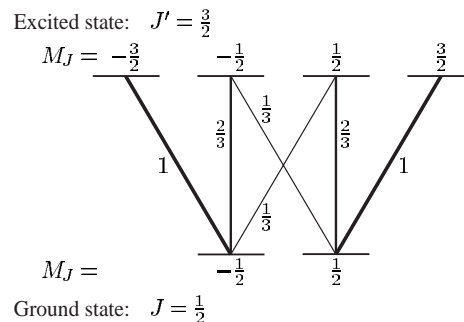


Figura 2.7. Transizioni di dipolo elettrico tra $J = 1/2$ e $J' = 3/2$; viene riportata l'intensità relativa dell'accoppiamento per ogni transizione, che dipende dai coefficienti di Clebsch-Gordan determinati da M_J e $M_{J'}$ [4].

Riprendendo lo schema in [Figura 1.1](#), in caso di red detuning ($\delta < 0$) i due livelli $M_J = \pm 1/2$ sono spostati verso il basso. Essi sono sottoposti a diversi light shifts, in modo che la degenerazione Zeeman a campo magnetico nullo venga rimossa [1]. Si prenda, per esempio, un atomo posto in $z = \lambda/8$, dove è presente luce polarizzata σ^- : poiché la transizione $M_J = -1/2 \rightarrow M_{J'} = -3/2$ ha un'intensità più alta di quella $M_J = -1/2 \rightarrow M_{J'} = 1/2$ (che sono le uniche transizioni possibili), il livello $M_J = -1/2$ si trova più in basso di $M_J = 1/2$, dato che possiede un light shift massimo. Un effetto analogo appare dopo una distanza $\lambda/4$ con luce σ^+ , ma i livelli sono invertiti: è quello con $M_J = 1/2$ ad essere il livello di energia minima [4]. Il gradiente di polarizzazione genera dunque una modulazione periodica del light shift dei due livelli nel ground state [1].

I fotoni trasportati dalla radiazione vengono inoltre assorbiti dall'atomo e poi riemessi spontaneamente, il che dà luogo a un pompaggio ottico tra i due sottolivelli che dipende dalla posizione [1]. Infatti, per luce σ^+ avvengono le transizioni $M_J = 1/2 \rightarrow M_{J'} = 3/2$ e $M_J = -1/2 \rightarrow M_{J'} = 1/2$: lo stato $M_{J'} = 3/2$ può decadere soltanto in $M_J = 1/2$, mentre $M_{J'} = 1/2$ emette spontaneamente verso $M_J = -1/2$ (e quindi il processo ricomincia) oppure verso $M_J = 1/2$; inoltre, è più probabile che avvenga quest'ultimo decadimento rispetto all'altro, dato che possiede un accoppiamento più forte [4] ([Figura 2.7](#)); avviene dunque uno spostamento di atomi da $M_J = -1/2$ a $M_J = 1/2$, ed è semplice verificare che accade il contrario per polarizzazione σ^- .

Si riporta in [Figura 2.8](#) uno schema complessivo delle modulazioni spaziali di pompaggio ottico (per luce σ^\pm) e light shift dovute al gradiente di polarizzazione:

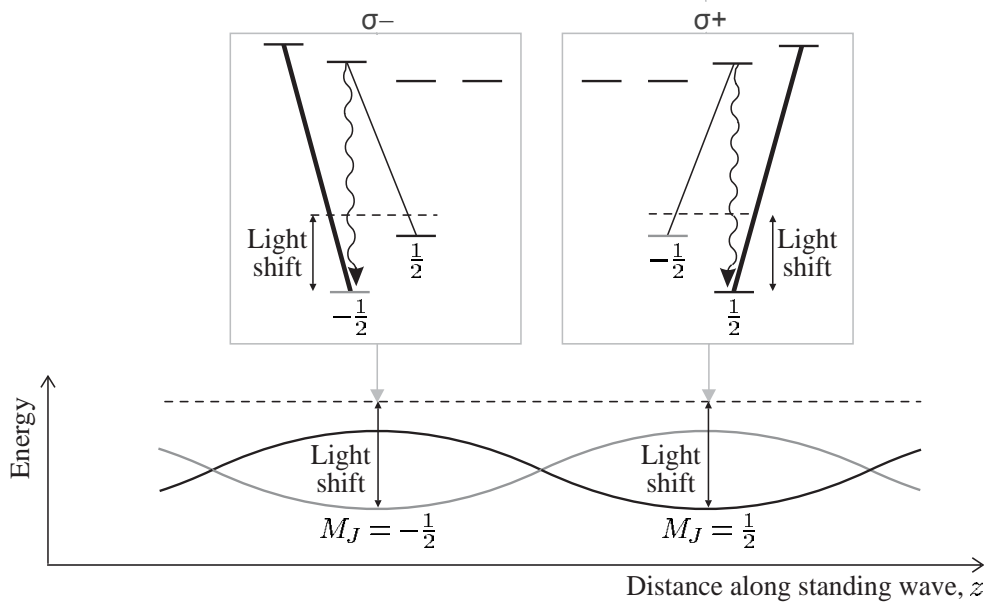


Figura 2.8. Energia dei livelli atomici $M_J = \pm 1/2$ del ground state in funzione della coordinata spaziale z di propagazione della radiazione. Si noti che in caso di polarizzazione lineare, cioè dopo $\lambda/8$ rispetto alla σ^- , i due livelli hanno la stessa energia, dato che compiono solo transizioni verticali π aventi la stessa intensità di accoppiamento. Viene inoltre riportata la separazione tra i livelli dovuta al light shift per polarizzazioni σ^\pm , in cui è possibile osservare il pompaggio ottico che avviene grazie alla presenza di transizioni π più probabili verso lo stato a energia minima [4].

Un atomo che si muove tra questi picchi e gole dell'energia potenziale accelera e rallenta mentre energia cinetica e potenziale si alternano, ma la sua energia totale non cambia se rimane nello stesso stato [4]: è il pompaggio ottico a fargli dissipare ulteriore energia, dato che provoca uno scambio periodico di popolazione fra i due livelli. Si prenda, in riferimento alla Figura 2.8, un atomo che parte da una gola e si muove lungo z , per esempio nel sottolivello $M_J = -1/2$ in un punto dello spazio dove la luce è polarizzata σ^- : dato che il pompaggio ottico avviene per tempi finiti [1], l'atomo è in grado di scalare la salita dell'energia potenziale e di raggiungere il picco, dove è presente luce σ^+ ; qui il pompaggio ottico tende ad eccitarlo in modo tale da farlo decadere in $M_J = -1/2$ [5]. In questo stato, l'atomo si ritrova di nuovo in fondo a una buca e continua a risalire, ricominciando il processo di perdita di energia cinetica. Questo fenomeno di raffreddamento venne chiamato *effetto Sisifo* da Jean Dalibard e Claude N. Cohen-Tannoudji, in onore del personaggio della mitologia greca condannato dagli dèi a far rotolare un masso fino alla cima di un colle [2], in modo analogo a quanto succede all'atomo in Figura 2.9:

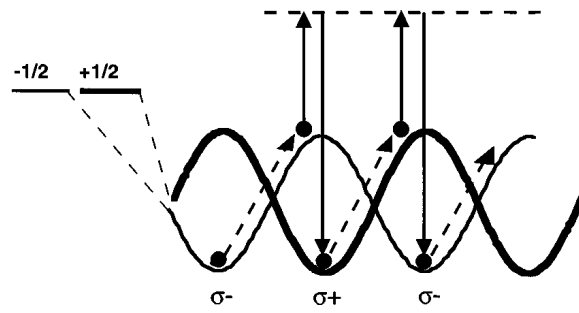


Figura 2.9. Effetto Sisifo. Il pompaggio ottico trasferisce l'atomo dalla cima di una salita al fondo di una buca, e l'energia cinetica convertita in energia potenziale durante la scalata viene portata via dall'emissione spontanea di un fotone [4]; l'atomo finisce per essere rallentato quando viene trasferito nei minimi dei livelli atomici [5].

In ogni emissione spontanea, l'atomo perde un'energia U_0 approssimativamente uguale all'ampiezza dei livelli energetici [4]; è importante osservare che se l'energia totale dell'atomo diventa più piccola di U_0 , quest'ultimo rimane intrappolato nella buca di potenziale. Il cosiddetto *Sisyphus cooling*, quindi, funziona finché l'atomo non è più in grado di scalare la salita, cioè $k_B T_{\text{sys}} \simeq U_0$. L'ampiezza U_0 può essere considerata uguale al light shift [1], che per alti detuning è espresso dalla 1.19, quindi:

$$k_B T_{\text{sys}} \simeq \frac{\hbar \Omega^2}{4|\delta|} \quad (2.15)$$

A basse intensità, il light shift è molto più piccolo di $\hbar \Gamma$, il che spiega perché il Sisyphus cooling porta a temperature molto più basse del Doppler cooling [1]. Questa dipendenza di T_{sys} da Ω e δ è stata osservata sperimentalmente con atomi di cesio; in Figura 2.10 vengono riportate le misure di temperatura nella melassa ottica in funzione del parametro adimensionale $\Omega^2/(\Gamma|\delta|)$:

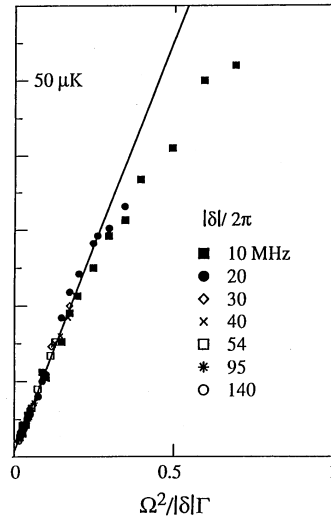


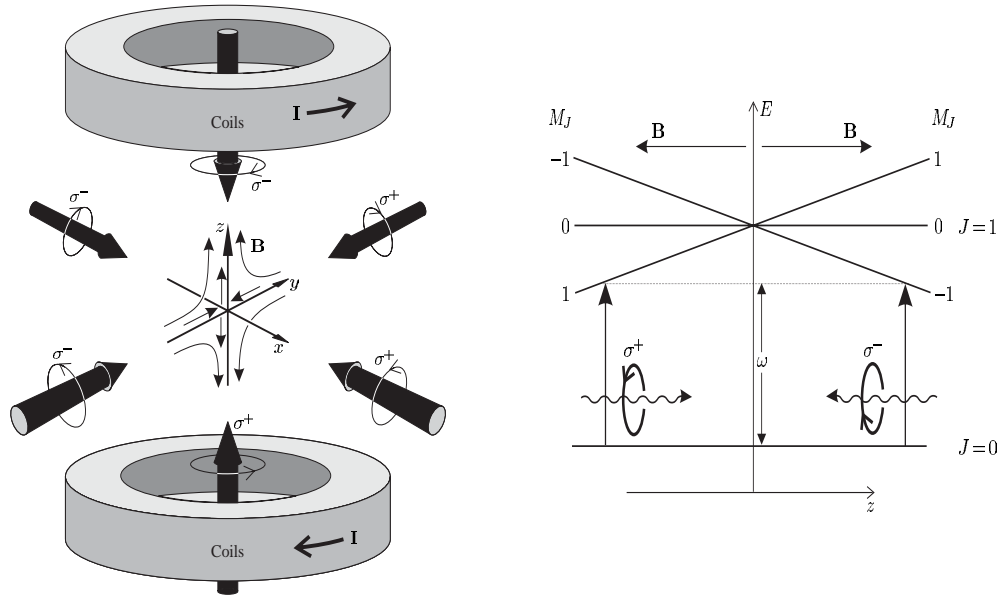
Figura 2.10. Temperatura misurata in una melassa ottica di cesio. Per diversi valori di δ , espressi dai punti sperimentali, l'andamento della temperatura, ad alti detuning e basse intensità, è lineare con il parametro adimensionale $\Omega^2/(\Gamma|\delta|)$, proporzionale al light shift dei sottolivelli nel ground state [1].

2.4 La trappola magneto-ottica (MOT)

Nella melassa ottica, gli atomi raffreddati vengono accumulati nella regione dove le tre coppie ortogonali di laser si intersecano; nonostante il tempo impiegato dagli atomi per uscire dall'apparato sia dell'ordine del secondo, questa tecnica non produce una forza di richiamo che spinge gli atomi verso il centro della trappola [2].

Utilizzando tre coppie di fasci laser red detuned con polarizzazione circolare opposta, la melassa ottica può essere convertita in una *trappola magneto-ottica* (MOT) aggiungendo un gradiente di campo magnetico [4]; quest'ultimo viene generato utilizzando due bobine attraversate da correnti opposte, che producono un quadrupolo magnetico sferico. Tale apparato, mostrato in Figura 2.11(a), genera un campo magnetico debole, più basso di quello delle normali trappole magnetiche operanti “nel buio” [4].

Il funzionamento di una MOT viene illustrato in Figura 2.11(b) per una transizione da $J = 0$ a $J = 1$ lungo l'asse z , dove J rappresenta il numero quantico associato al momento angolare totale. La trappola a quadrupolo magnetico, vicino all'intersezione dei sei fasci laser, perturba i livelli atomici, causando uno Zeeman shift nei tre sottolivelli con $M_J = -1, 0, 1$ per $J = 1$; questo shift, intorno al centro della trappola, varia linearmente con la posizione dell'atomo [4]. Dato che i laser sono in regime di red detuning, per $z > 0$ l'atomo entra in risonanza con il fascio incidente polarizzato σ^- , che promuove l'eccitazione e aumenta il rate di scattering verso $-z$; per $z < 0$, avendo B segno opposto, il livello più basso è quello con $M_J = 1$ e l'assorbimento è favorito dal laser σ^+ verso l'asse positivo delle z :



(a) Il campo generato dalle due spire con correnti opposte è nullo al centro della trappola e aumenta linearmente in ogni direzione vicino a tale centro.

(b) L'effetto Zeeman e il laser detuning generano uno squilibrio nella forza di scattering, che spinge l'atomo verso il centro della trappola.

Figura 2.11. Schema di una MOT e spiegazione del meccanismo per una transizione $J = 0 \rightarrow J = 1$ [4].

Dato che la frequenza dei raggi laser rimane inferiore a tutte le transizioni di risonanza separate per effetto Zeeman, il raffreddamento dovuto alla melassa ottica continua a manifestarsi [2]; in un modo analogo a quanto svolto nella sezione 2.2 per la forza di tipo viscoso associata alla melassa, è possibile calcolare un contributo aggiuntivo nella formula 2.7 dovuto allo Zeeman shift, lineare per z piccoli [4]:

$$F_{\text{MOT}} \simeq -\alpha v - \frac{\alpha\beta}{k} z \quad \beta = \frac{g\mu_B}{\hbar} \frac{\partial B}{\partial z} \quad (g \simeq 1) \quad (2.16)$$

I livelli energetici si dividono anche lungo x e y , quindi è immediato generalizzare in tre dimensioni [4]. L'effetto Zeeman dovuto al campo esterno genera dunque una forza di richiamo verso il punto in cui B si annulla [1].

Tipicamente, una MOT è in grado di accumulare fino a 10^{10} atomi provenienti da un fascio atomico rallentato [4]. Essa, inoltre, possiede un range di velocità catturabili $v_c^{\text{MOT}} \simeq 70$ m/s più grande dei soli 6 m/s stimati per una melassa ottica di sodio nella sezione 2.2, e può essere quindi usata per intrappolare atomi direttamente dalla sorgente a basse pressioni di vapore [4].

Capitolo 3

Il condensato di Bose-Einstein (BEC)

Il concetto di statistica dei bosoni risale a un articolo del 1924 in cui il fisico S. N. Bose derivò la distribuzione di Planck per un corpo nero utilizzando argomenti puramente statistici, senza ricorrere all'elettromagnetismo classico [8]. Einstein, realizzando l'importanza dell'articolo, lo tradusse in tedesco e lo pubblicò, sviluppando poi il quadro completo della teoria quantistica delle particelle bosoniche in due articoli pubblicati nel 1924 e 1925. Il risultato fu la nascita della statistica di Bose-Einstein [9].

Einstein estese l'idea della statistica di Bose dai bosoni al caso di atomi liberi; egli notò una caratteristica particolare nella distribuzione dei livelli quantizzati dell'atomo prevista da questa statistica: a temperature molto basse (ma finite), gli atomi non interagenti subiscono una transizione di fase, chiamata *condensazione di Bose-Einstein*. Bose non scoprì questo fenomeno perché trattò una distribuzione di fotoni, che essendo privi di massa possono scomparire quando l'energia del sistema tende a zero [8].

Questa transizione di fase trovata da Einstein deriva dal fatto che in un gas bosonico raffreddato sotto una temperatura critica T_C una grande frazione degli atomi condensa nello stato quantistico ad energia più bassa [9]. Un atomo a temperatura T e massa M può essere considerato come un pacchetto d'onda con un'estensione spaziale dell'ordine della lunghezza d'onda termica di de Broglie $\lambda_{dB} = \sqrt{2\pi\hbar^2/(Mk_B T)}$ [10]. Nel caso di \mathcal{N} bosoni liberi di muoversi in un volume V , è possibile legare la densità di numero $n = \mathcal{N}/V$ a λ_{dB} per $T = T_C$ [11]:

$$\frac{\mathcal{N}}{V} = \frac{\zeta(3/2)}{\lambda_{dB}^3(T_C)} \approx 2.612 \frac{\text{particelle}}{\text{volume di de Broglie}} \quad (3.1)$$

dove ζ rappresenta la funzione zeta di Riemann. Gli effetti quantistici cominciano quindi a dominare quando le particelle si trovano a una distanza λ_{dB} l'una dall'altra [11]; se gli atomi vengono raffreddati fino al punto in cui la distanza interatomica è paragonabile a λ_{dB} , i pacchetti d'onda cominciano a sovrapporsi e le singole particelle non possono più essere distinguibili [10]. Per temperature $T < T_C$ un numero macroscopico di atomi si fonde in un unico stato quantistico [3], creando il condensato di Bose-Einstein (BEC). Mentre la temperatura si avvicina allo zero assoluto, la distribuzione termica scompare, formando un BEC puro [10].

La degenerazione quantistica, in molti casi, viene anticipata da transizioni verso fasi liquide o gassose a temperature basse; per evitare questi fenomeni, è

necessario ottenere densità n molto basse, fino a 10^5 volte di meno rispetto alla densità delle molecole nell'aria [10] ($\sim 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ [12]). In questo regime, infatti, l'equilibrio termico dei gradi di libertà traslazionali del gas viene raggiunto molto più velocemente dell'equilibrio chimico, responsabile della formazione di molecole o clusters; la degenerazione quantistica può essere raggiunta in una fase gassosa metastabile [10]. La bassa densità richiesta per mantenere uno stato metastabile lungo rende necessario il raggiungimento di temperature ancora più basse per la realizzazione di un BEC [9] (nella formula 3.1, $n \propto T_C^{3/2}$).

La strada che portò alla realizzazione del primo condensato di Bose-Einstein in gas rarefatti sfruttò i metodi di laser cooling per metalli alcalini già trattati nel Capitolo 2. Tuttavia, furono identificate molto presto delle grandi limitazioni dovute all'utilizzo di queste tecniche [10]: l'aumento di densità degli atomi veniva ostacolata dalla presenza di collisioni anelastiche con la luce e dall'assorbimento dei fotoni scatterati; molte delle tecniche di raffreddamento e intrappolamento atomico raggiungevano una condizione $n\lambda_{\text{dB}}^3 \simeq 10^{-5}$ [10], dove è invece richiesto un valore di almeno 2.612 per la formazione del BEC. Il laser cooling non bastava per raggiungere la degenerazione quantistica.

Vengono descritte in sezione 3.1 alcune delle tecniche di intrappolamento magnetico utilizzate per confinare gli atomi raffreddati tramite laser cooling. L'ultimo step per il raggiungimento della condensazione di Bose-Einstein è il cosiddetto *evaporative cooling* (sezione 3.2), in cui le particelle più energetiche vengono fatte allontanare dalla trappola in modo da diminuire l'energia media degli atomi rimasti [12]. Eric A. Cornell, Carl E. Wieman e Wolfgang Ketterle sono stati premiati con il Nobel nel 2001 per la realizzazione dei primi BEC; in sezione 3.3 vengono mostrati i risultati dei loro esperimenti sulla creazione del condensato.

3.1 Trappole magnetiche

Dopo aver accumulato un grande numero di atomi all'interno di una MOT (sezione 2.4), vengono implementate delle trappole puramente magnetiche spegnendo i laser, in modo da evitare le limitazioni imposte dagli effetti indesiderati dei fotoni. Infatti, è possibile racchiudere un campione di atomi per periodi estesi, superando i brevi tempi di contenimento della melassa ottica [9].

L'intrappolamento magnetico di atomi neutri è dovuto all'effetto Zeeman: l'energia associata ai livelli atomici dipende solo dal modulo $B = |\mathbf{B}|$ del campo magnetico, dato che il momento magnetico dell'atomo, dell'ordine di μ_B , segue adiabaticamente la direzione del campo mentre l'atomo si muove [4]. Essendo $\mu_B/k_B \simeq 0.67 \text{ K/T}$, per un campo magnetico che varia da 0 a 0.03 T la trappola raggiunge una profondità di circa 0.02 K [4]; dato che anche il solo Doppler limit (formula 2.14) per gli alcalini è dell'ordine di 10^{-4} K , è facile catturare atomi raffreddati con tecniche di laser cooling [4].

Una configurazione semplice è la trappola a quadrupolo, realizzata con due spire parallele percorse da correnti opposte analogamente a quella implementata nelle MOT. Il campo magnetico varia linearmente in tutte le direzioni; chiamando B' il gradiente di campo lungo x e y , da $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ segue che il gradiente lungo z deve essere $-2B'$. Il campo magnetico, nelle vicinanze del minimo la cui posizione è scelta all'origine del sistema di coordinate, è pari a [12]:

$$\mathbf{B} = B'(x\hat{\mathbf{e}}_x + y\hat{\mathbf{e}}_y - 2z\hat{\mathbf{e}}_z) \Rightarrow B = B'\sqrt{x^2 + y^2 + 4z^2} \quad (3.2)$$

Siccome un dipolo magnetico μ immerso in un campo magnetico possiede un'energia $-\mu \cdot \mathbf{B}$, gli atomi che si trovano in stati con momento magnetico negativo sono attratti verso regioni con B bassi al centro della trappola e vengono quindi chiamati *low-field seekers*, al contrario dei *high-field seekers* la cui forza è diretta verso campi alti [12].

La trappola a quadrupolo presenta un'importante svantaggio: gli atomi, convergendo nel punto in cui $B = 0$, hanno una separazione energetica molto piccola; gli stati con differenti numeri quantici si mescolano, quindi atomi *low-field seeking* possono compiere transizioni verso stati in *high-field seeking*, allontanandosi dalla trappola e riducendo il tempo necessario ad accumulare particelle [12]. Queste transizioni non adiabatiche sono dovute al fatto che lo spin atomico non precede abbastanza in fretta per seguire il cambio di direzione del campo magnetico [10], generando un "buco" nella trappola in cui gli atomi possono scappare.

È possibile trovare numerose soluzioni per risolvere il problema. Una di queste è quella di "tappare il buco": nei primi esperimenti di realizzazione del BEC, Eric Cornell ideò una configurazione con un campo magnetico ruotante [8], mentre il gruppo di Wolfgang Ketterle utilizzò un fascio laser puntato al centro della trappola [12]. Questi apparati vengono descritti nella sezione 3.3.

Invece di utilizzare tecniche per rimuovere lo zero del campo magnetico, è possibile sviluppare configurazioni che possiedono un B minimo non nullo: una di queste è la cosiddetta *trappola Ioffe-Pritchard*, schematizzata in Figura 3.1. Gli atomi vengono confinati lungo z utilizzando due spire coassiali aventi correnti che scorrono nello stesso verso [4] (*pinch coils*), a differenza della trappola a quadrupolo in cui le correnti hanno verso opposto. Il campo generato da questa configurazione possiede simmetria assiale lungo z [12]; per creare un minimo locale nell'origine, Ioffe propose di aggiungere delle correnti addizionali parallele a z (*Ioffe coils*) che rompesero questa invarianza rotazionale, generando inoltre un confinamento radiale per atomi *low-field seeking* [4]. La configurazione di Ioffe fu impiegata inizialmente per confinare il plasma, ma l'utilizzo per l'intrappolamento di atomi neutri venne proposto da Pritchard [12]:

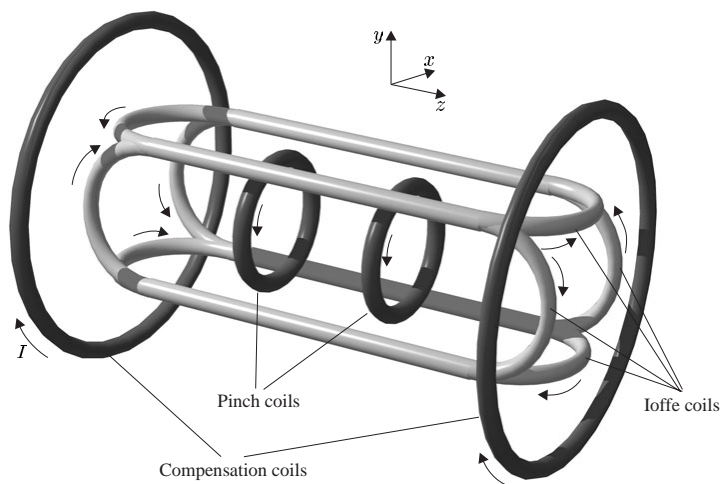


Figura 3.1. Trappola Ioffe-Pritchard. La corrente che scorre nelle spire di compensazione crea un campo magnetico uniforme lungo l'asse z che si oppone a quello generato dalle spire interne, in modo da modificare intensità e curvatura del campo fino al valore desiderato [4].

Questa trappola genera un potenziale armonico lungo le direzioni assiali e radiali; dopo aver creato una nuvola atomica approssimativamente sferica nella melassa ottica, viene aumentata la frequenza radiale delle oscillazioni, in modo da schiacciare la nuvola e ottenere una forma allungata verso l'asse z . Questa compressione adiabatica permette di raggiungere densità più alte e genera un rate di collisioni più veloce per l'evaporative cooling [4], descritto nella sezione 3.2.

3.2 Evaporative cooling

Le temperature raggiunte grazie al laser cooling sono molto basse, ma non abbastanza per creare un BEC con densità realizzabili sperimentalmente [12]. Dopo essere stati confinati all'interno di trappole magnetiche, il cosiddetto *evaporative cooling* permette di ridurre ulteriormente la temperatura, fino a raggiungere le condizioni necessarie per formare il condensato. Così come una tazza calda di tè perde calore mentre il fumo prodotto trasporta energia e si disperde, una particella che possiede un'energia maggiore rispetto all'energia media nel sistema, allontanandosi, diminuisce la temperatura dell'ensemble di particelle rimanenti [12]. Un modello semplice [4] considera l'evaporative cooling come una sequenza di stadi: se gli atomi possiedono inizialmente una temperatura T_1 , la distribuzione di Boltzmann associata viene troncata dopo la fuoriuscita degli atomi più caldi; una volta che le collisioni fra le particelle restanti ristabiliscono l'equilibrio termico, la nuova distribuzione esponenziale possiede una temperatura $T_2 < T_1$, e il processo ricomincia dopo aver rimosso gli atomi più energetici della distribuzione a temperatura T_2 . Siccome T_C è proporzionale alla densità degli atomi (formula 3.1), la decrescita di temperatura deve avvenire più velocemente di quella di soglia del BEC man mano che gli atomi vengono espulsi, in modo da realizzare la condizione $T < T_C$ [6].

Nelle trappole magnetiche l'evaporazione avviene utilizzando radiazioni a radiofrequenza, che vengono regolate in modo da modificare il momento magnetico dell'atomo verso stati high-field seeking [12]; gli atomi vengono quindi espulsi ad una distanza prefissata dal centro della trappola. Data l'inomogeneità del campo magnetico, la frequenza risonante dipende dalla posizione: mentre gli atomi più energetici vengono allontanati dalla trappola, la frequenza della radiazione viene regolarmente abbassata così da generare perdite di atomi con energie sempre più basse [12]. Viene dato in Figura 3.2 uno schema rappresentativo dell'evaporative cooling per un potenziale armonico (come quello generato da una trappola Ioffe-Pritchard descritta in sezione 3.1):

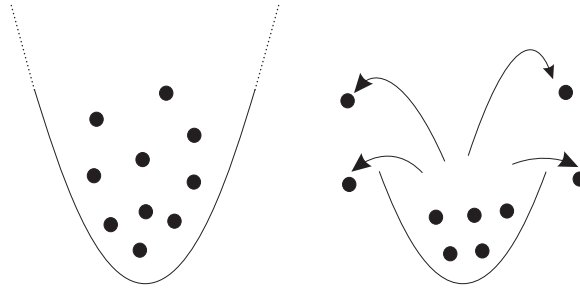


Figura 3.2. Evaporative cooling per atomi confinati in una trappola armonica. In questo caso, invece di utilizzare radiazioni a radiofrequenza, l'altezza del potenziale viene abbassata in modo da far fuoriuscire gli atomi con energia sopra la media: questo processo riduce la densità e rende l'intensità del confinamento magnetico troppo debole per sostenere gli atomi contro la gravità [4].

Il fenomeno di evaporazione dipende dal rate di collisioni elastiche tra le particelle, dato che queste collisioni aumentano l'energia degli atomi in modo tale che il processo di allontanamento possa avvenire [12]. Se la variazione dell'energia troncata dalla radiofrequenza è troppo alta, la situazione diventa simile a quella di un gas non interagente: eliminare atomi caldi non produce un raffreddamento delle particelle restanti, ma seleziona solo gli atomi freddi perché il rate di collisioni è molto basso [4].

Negli esperimenti, è opportuno che il rate di scattering elastici decresca mentre l'evaporazione procede [12], in modo che la densità aumenti: è il caso delle trappole armoniche, dove gli atomi si avvicinano al minimo del potenziale mentre si raffreddano [4]. In questo caso si parla di *runaway evaporation*, che permette di raggiungere la condizione $n\lambda_{dB}^3 \approx 2.612$ su temperatura e densità. L'evaporative cooling non ha un limite fondamentale: molti esperimenti con i BEC raggiungono la degenerazione quantistica fra 500 nK e 2 μ K con densità comprese fra 10^{14} e 10^{15} cm^{-3} [10], ma è stato anche possibile temperature sotto 10 nK nelle trappole magnetiche [4].

3.3 L'osservazione dei primi BEC

La condensazione di Bose-Einstein in gas rarefatti è stata osservata sperimentalmente nel 1995 da due team diversi: quello di Wieman e Cornell a Boulder e il gruppo di Ketterle al MIT, che combinarono le tecniche di laser cooling e intrappolamento magnetico con l'evaporative cooling.

Utilizzando una trappola a quadrupolo, è necessario limitare le perdite dovute all'assenza di campo magnetico nel punto in cui gli atomi convergono, trattate nella sezione 3.1. La soluzione adottata dal gruppo di Boulder fu quella di utilizzare una nuova trappola facilmente implementabile: viene sovrapposto al quadrupolo magnetico un campo oscillante e spazialmente uniforme; da qui il nome di trappola TOP (*time orbiting potential*) [12].

Nella geometria utilizzata nell'esperimento originale, il campo magnetico oscillante ha componenti $B_0 \cos \omega t$ nella direzione x e $B_0 \sin \omega t$ lungo y [12]; riprendendo la formula 3.2 per una trappola a quadrupolo:

$$\mathbf{B}(t) = (B'x + B_0 \cos \omega t) \hat{\mathbf{e}}_x + (B'y + B_0 \sin \omega t) \hat{\mathbf{e}}_y - 2B'z \hat{\mathbf{e}}_z \quad (3.3)$$

L'intensità istantanea $B(t)$ del campo magnetico è data da [12]:

$$\begin{aligned} B(t) = |\mathbf{B}(t)| &= B_0 \sqrt{1 + 2\frac{B'}{B_0} (x \cos \omega t - y \sin \omega t) + \frac{B'^2}{B_0^2} (x^2 + y^2 + 4z^2)} \simeq \\ &\simeq B_0 + B' (x \cos \omega t - y \sin \omega t) + \frac{B'^2}{2B_0} [x^2 + y^2 + 4z^2 - (x \cos \omega t - y \sin \omega t)^2] \end{aligned} \quad (3.4)$$

dove nell'ultimo passaggio si sono considerate piccole distanze r dal nodo del campo magnetico, approssimando fino al secondo ordine in $r \ll |B_0/B'|$. Se la frequenza ω è molto più grande di quella associata al moto atomico, l'atomo si muove in un potenziale effettivo proporzionale alla media temporale di $B(t)$ lungo un periodo [12]:

$$\langle B \rangle_t = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} B(t) dt \simeq B_0 + \frac{B'^2}{4B_0} (x^2 + y^2 + 8z^2) \quad (3.5)$$

Il campo medio, quindi, non si annulla mai: non è più presente un "buco" nella trappola a quadrupolo. Grazie a questo sistema, si raggiunsero temperature molto più basse rispetto ai $40 \mu\text{K}$ stimati con l'utilizzo del quadrupolo magnetico [9]. Il campo oscillante, inoltre, converte la dipendenza lineare di B con la distanza dal centro della trappola in una curva quadratica, generando un potenziale armonico anisotropo lungo i diversi assi.

Per osservare il condensato, una soluzione è quella di registrare un'immagine illuminando gli atomi con un fascio laser risonante; abbassando la temperatura, però, la dimensione del condensato diventa sempre più piccola, raggiungendo i limiti di risoluzione dell'apparato ottico [9]. La nuvola atomica viene fatta espandere spegnendo la trappola magnetica e dall'immagine è possibile ricostruire la distribuzione di velocità degli atomi nella trappola.

Il team di Boulder realizzò il primo condensato di Bose-Einstein nel giugno 1995, utilizzando atomi di rubidio ^{87}Rb : si riportano in [Figura 3.3\(a\)](#) le osservazioni sperimentali ottenute. Un normale gas rilasciato da una trappola anisotropa si espande isotropicamente nelle tre dimensioni, come conseguenza del teorema di equipartizione dell'energia; tuttavia, un condensato di Bose-Einstein è rappresentato da una funzione d'onda e quindi la sua espansione è governata da un'equazione delle onde [9]. Siccome per il principio di indeterminazione la direzione più confinata sarà quella in cui gli atomi si espanderanno maggiormente, è presente un nucleo ellittico al centro della distribuzione, circondato da una nuvola sferica associata al gas classico. Il fatto che la curva mostrasse l'anisotropia della trappola e la frazione ancora non condensata avesse natura perfettamente isotropa fornì la prova evidente dell'osservazione di un BEC [9].

Il lavoro di Ketterle al MIT ebbe successo pochi mesi dopo, nel settembre 1995. Per evitare le perdite al centro della trappola, Ketterle utilizzò un laser ionico di argon puntato sul "buco" [10]: il laser, lavorando in regime di *blue detuning* (cioè con frequenza maggiore rispetto a quella di risonanza atomica), esercita una forza di dipolo sugli atomi che li allontana dalla regione in cui verrebbero espulsi, così come espresso dalla formula 1.18 per $\delta > 0$. Il potenziale generato dalla trappola a quadrupolo e dal fascio laser, per distanze piccole dal centro, può essere approssimato come quello di un oscillatore armonico anisotropo [13], lo stesso modello associato alla trappola TOP di Cornell.

Vengono schematizzati in [Figura 3.3\(b\)](#) i risultati degli esperimenti del team di Ketterle, che utilizzò atomi di sodio ^{23}Na . Vennero ottenuti condensati con 500 000 atomi, 200 volte di più rispetto a quelli di rubidio del gruppo di Boulder [10]:

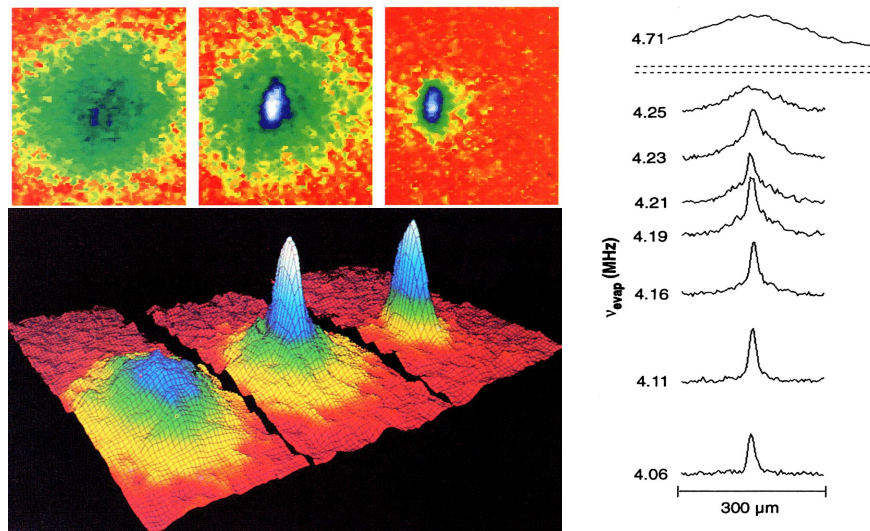
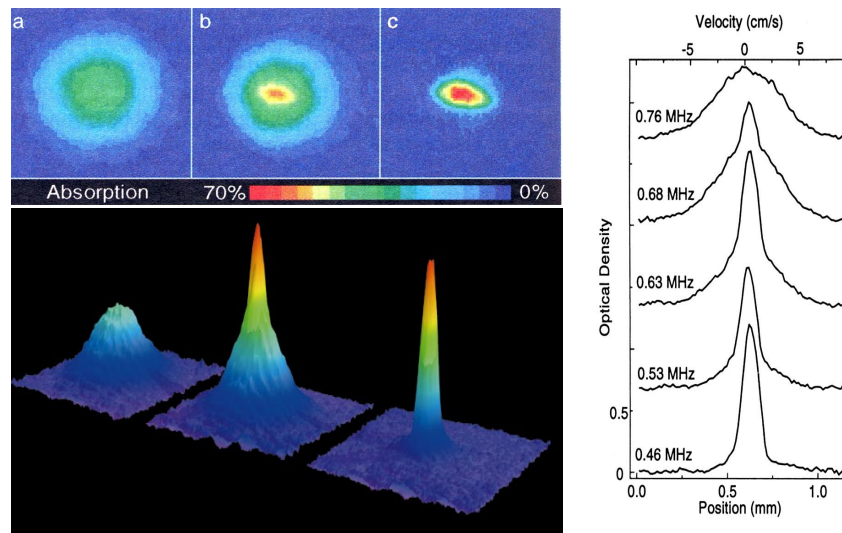
(a) BEC di ^{87}Rb .(b) BEC di ^{23}Na .

Figura 3.3. Prime osservazioni sperimentali del condensato di Bose-Einstein avvenute nel 1995, che portarono al Nobel nel 2001 per Eric A. Cornell, Carl E. Wieman e Wolfgang Ketterle. Nelle figure di sinistra vengono mostrate le distribuzioni di velocità a seguito dell'espansione per tre stadi diversi di raffreddamento: partendo da sinistra, $T > T_C$, che mostra un'espansione isotropa classica; $T = T_C$, in cui appare il condensato; $T < T_C$, dove un evaporative cooling avanzato ha formato un condensato quasi completamente puro. Le immagini, inizialmente in bianco e nero, sono state poi colorate e convertite in tre dimensioni [9]; i diagrammi di destra mostrano dei tagli della distribuzione man mano che l'evaporative cooling procede [13] [10] [8].

Conclusioni

Le tecniche di raffreddamento atomico sviluppate a partire dagli anni '80 e descritte all'interno di questa tesi hanno portato a numerosi risultati innovativi nell'ambito della fisica moderna, portando ad esempio all'implementazione di tecniche di misura sempre più precise: è stata sviluppata una nuova generazione di orologi atomici di cesio più stabili, utilizzati come standard primario di tempo nel mondo [4]; grazie all'utilizzo di interferometri atomici, si sono progettati sensori inerziali ad altissime precisioni, che hanno permesso la misura di grandezze fondamentali (come l'accelerazione di gravità) con accuratezze senza precedenti [2]. Gli apparati utilizzati per ridurre la temperatura degli atomi hanno avuto un impatto enorme nella fisica atomica [4], permettendo di realizzare esperimenti di spettroscopia sub-Doppler e ponendo le basi per lo studio e l'analisi dei condensati di Bose-Einstein. Nella trattazione del **Capitolo 2**, si sono discussi i limiti minimi di temperatura raggiungibili da queste tecniche di raffreddamento; descrivendo l'effetto Sisifo in sezione 2.3, si è spiegato il perché le misure di temperatura nella melassa ottica fossero inferiori al limite del Doppler cooling (formula 2.14). Tuttavia, la discussione del Sisyphus cooling in 2.15 ha ignorato la presenza dei fotoni emessi spontaneamente, che aumentano l'energia cinetica dell'atomo di una quantità $E_r \propto v_r^2$; quando U_0 diventa più piccolo di E_r , il raffreddamento per effetto Sisifo ha un'intensità più debole del riscaldamento dovuto al rinculo, e il Sisyphus cooling smette di funzionare [1]. Viene quindi definito un *recoil limit* $\frac{1}{2}k_B T_r = E_r$ che per il sodio è di soli $2.4 \mu\text{K}$ [4]: tipicamente, nella melassa ottica si raggiungono temperature di un ordine di grandezza più grande di quelle date dal recoil limit, ma ben più piccole del limite del Doppler cooling [4]. Il recoil limit rappresenta un importante punto di riferimento nel laser cooling e sono stati sviluppati dei metodi per raffreddare gli atomi sotto T_r [4], condizione indispensabile per la realizzazione di BEC puri.

Il progressivo sviluppo delle tecniche di raffreddamento atomico ha permesso di creare sperimentalmente i primi condensati di Bose Einstein a metà degli anni '90, ben 70 anni dopo la loro formulazione teorica da parte di Einstein. Il lavoro di Cornell, Wieman e Ketterle, inoltre, verificò molte delle proprietà mostrate da un sistema quantistico come il BEC: una di queste è la coerenza, collegata alla descrizione microscopica del condensato in cui gli atomi condividono la stessa funzione d'onda [4]. Dopo aver diviso un BEC in due parti con l'utilizzo di un fascio laser blue detuned [6], il gruppo di Ketterle ottenne delle figure di interferenza dall'espansione dei due condensati, dovute alla conservazione della coerenza del condensato originale [8]. Ketterle, inoltre, mostrò la produzione coerente di materia da un BEC in caduta libera, che prese il nome di "laser atomico" [4]. Lo studio delle proprietà del condensato di Bose-Einstein ha quindi rafforzato le connessioni fra la fisica atomica e altre branche, come la meccanica statistica e la fisica della materia condensata [1].

Bibliografia

- [1] C. N. Cohen-Tannoudji. “Nobel Lecture: Manipulating atoms with photons”. In: *Rev. Mod. Phys.* 70 (3 lug. 1998), pp. 707–712, 718. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.70.707>.
- [2] S. Chu. “Nobel Lecture: The manipulation of neutral particles”. In: *Rev. Mod. Phys.* 70 (3 lug. 1998), pp. 685–687, 689–691, 693, 694, 703. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.70.685>.
- [3] D. Tong. “Statistical physics”. In: *Lecture Notes* (2012), p. 85. URL: <http://www.damtp.cam.ac.uk/user/tong/statphys.html>.
- [4] C.J. Foot e D.P.C.J. Foot. *Atomic Physics*. Oxford Master Series in Physics. OUP Oxford, 2005, pp. 123–125, 128–130, 135, 137, 144, 145, 151, 152, 178–200, 203–208, 218–226, 239–242. ISBN: 9780198506959.
- [5] W. D. Phillips. “Nobel Lecture: Laser cooling and trapping of neutral atoms”. In: *Rev. Mod. Phys.* 70 (3 lug. 1998), pp. 721–726, 729, 730, 733, 734. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.70.721>.
- [6] S. Haroche. “Lecture 11: Laser cooling and trapping of neutral atoms”. In: *A History of the Science of Light. From Galileo’s telescope to the laser and the quantum information technologies*. Sapienza Università di Roma: Enrico Fermi Chair 2021/2022. URL: <https://www.phys.uniroma1.it/fisica/node/14481>.
- [7] C. Mencuccini e V. Silvestrini. *Fisica II. Elettromagnetismo. Ottica*. Zanichelli, 2017, pp. 41–43. ISBN: 9788808186614.
- [8] Advanced information on the Nobel Prize in Physics 2001. “Bose-Einstein condensation in Alkali Gases”. In: *NobelPrize.org* (), pp. 1, 6, 7, 9–11. URL: <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/2001/advanced-information/>.
- [9] E. A. Cornell e C. E. Wieman. “Nobel Lecture: Bose-Einstein condensation in a dilute gas, the first 70 years and some recent experiments”. In: *Rev. Mod. Phys.* 74 (3 ago. 2002), pp. 875, 877, 878, 882–884. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.74.875>.
- [10] W. Ketterle. “Nobel lecture: When atoms behave as waves: Bose-Einstein condensation and the atom laser”. In: *Rev. Mod. Phys.* 74 (4 nov. 2002), pp. 1131, 1132, 1134, 1136, 1139, 1140. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.74.1131>.
- [11] J. P. Sethna. *Statistical Mechanics: Entropy, Order Parameters and Complexity*. first edition. Great Clarendon Street, Oxford OX2 6DP: Oxford University Press, 2006, pp. 149, 150.
- [12] C.J. Pethick e H. Smith. *Bose-Einstein Condensation in Dilute Gases*. Cambridge University Press, 2002, pp. 1, 59–66, 90, 92, 96. ISBN: 9780521665803.

- [13] K. B. Davis et al. "Bose-Einstein Condensation in a Gas of Sodium Atoms". In: *Phys. Rev. Lett.* 75 (22 nov. 1995), pp. 3970, 3971. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.75.3969>.