

## Esercizi di Meccanica (M2)

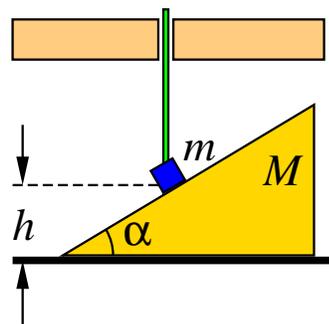
Consegna: giovedì 9 giugno.

**Problema 1:** Si consideri il sistema riportato in figura formato da: 1) un cuneo (piano inclinato di angolo di inclinazione  $\alpha = 30^\circ$  e massa  $M$ ) posto su un piano orizzontale; 2) un'asta sottile di massa trascurabile che può solo muoversi verticalmente, senza attrito, all'interno di un foro verticale, al cui estremo inferiore è attaccato un piccolo cubetto di massa  $m$ . Inizialmente il cubetto tocca il cuneo e dista  $h$  dal piano orizzontale. Inoltre un perno impedisce il moto del piano inclinato.

All'istante  $t = 0$  il perno viene tolto ed il piano inclinato e l'asta iniziano a muoversi. Assumendo che non vi sia attrito né tra cubetto e cuneo né tra cuneo e piano, si calcoli:

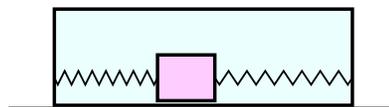
a) la velocità verticale del cubetto nell'istante in cui tocca il piano orizzontale; b) l'accelerazione del cubetto e del cuneo durante il moto; c) il modulo della forza che si esercita tra cuneo e cubetto durante il moto; d) la reazione vincolare del piano sul quale si trova il cuneo durante il moto; e) il lavoro della forza vincolare che agisce sul cuneo dovuta al cubetto tra  $t = 0$  e l'istante in cui il cubetto tocca il piano.

$M = 215 \text{ g}$ ,  $m = 317 \text{ g}$ ,  $h = 37 \text{ cm}$ ,  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ .



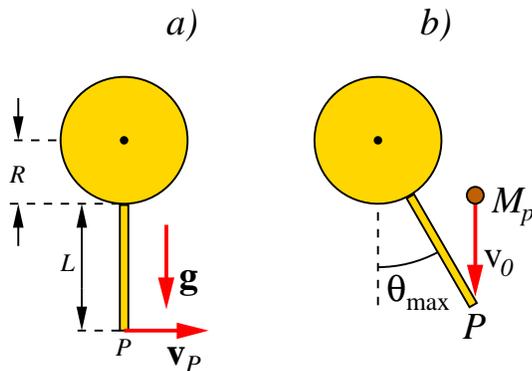
**Problema 2:** All'interno di una scatola rigida di massa  $m_s = 0.10 \text{ kg}$ , può scorrere senza attrito una seconda massa  $m_2 = 2m_s$  sotto l'azione di due molle identiche di massa trascurabile e di costante elastica  $k = 5.0 \text{ N/m}$ . Il sistema poggia su un piano orizzontale.

(a) Nell'ipotesi che la scatola sia fissata rigidamente al piano, quale è la frequenza con cui  $m_2$  può liberamente oscillare all'interno della scatola? (b) Nell'ipotesi che la scatola sia semplicemente appoggiata sul piano con un coefficiente di attrito statico  $\mu_s = 0.050$ , quale è la massima ampiezza con cui  $m_2$  può liberamente oscillare senza che la scatola si muova? Suggerimento: si noti che le molle esercitano sulla scatola una forza uguale in modulo ed opposta in verso a quella che esercitano sulla massa  $m_2$ . (c) Nell'ipotesi che la scatola sia semplicemente appoggiata sul piano e che non vi sia attrito, quale è la frequenza con cui può liberamente oscillare la scatola?



**Problema 3:** Si consideri un corpo rigido formato da una sfera omogenea di raggio  $R$  e massa  $M_1$  e da una sbarretta omogenea di lunghezza  $L$ , massa  $M_2$  e dimensioni trasversali trascurabili. La sbarretta è rigidamente connessa alla sfera in modo tale da trovarsi lungo un raggio della sfera. Il corpo rigido è vincolato ad un asse orizzontale che passa per il centro della sfera ed è ortogonale alla sbarretta; esso può ruotare intorno a tale asse senza attrito.

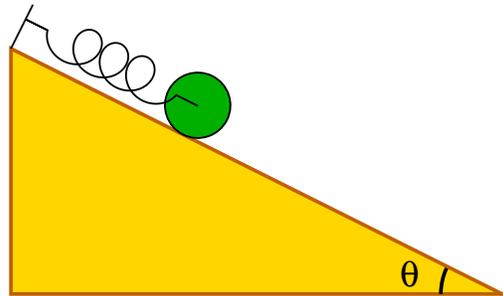
a) Si calcoli la distanza  $d_{CM}$  del centro di massa del corpo rigido dall'asse ed il suo momento  $I$  di inerzia rispetto a tale asse. b) Al tempo  $t = 0$  il corpo rigido è disposto come in figura [grafico a)]. Quindi viene messo in moto con velocità iniziale tale che la velocità del punto  $P$ , estremo dell'asta, sia  $v_P$ . Si calcoli l'angolo  $\theta_{\max}$  delle successive oscillazioni.



c) Quando  $\theta = \theta_{\max}$  avviene un urto completamente anelastico tra il corpo rigido ed una pallina di massa  $M_p$  e velocità  $v_0$  verticale diretta verso il basso [vedi grafico b)]. La pallina rimane conficcata nell'estremo  $P$  dell'asta. Si calcoli la velocità angolare  $\omega_{\text{urto}}$  dopo l'urto. d) Si calcolino la componente tangenziale e la componente normale dell'impulso delle forze vincolari che agiscono sull'asse di rotazione durante l'urto. e) Si calcolino le componenti (verticale ed orizzontale) dell'impulso della forza impulsiva che agisce sulla pallina durante l'urto.

Valori numerici:  $M_1 = 1.07$  kg,  $M_2 = 164$  g,  $L = 32.7$  cm,  $R = 5.03$  cm,  $v_P = 2.93$  m/s,  $M_p = 71$  g,  $v_0 = 4.35$  m/s.

**Problema 4:** Si consideri un piano inclinato con inclinazione  $\theta$ . Un cilindro omogeneo di massa  $M$  e raggio  $R$ , vincolato ad un perno tramite una molla di costante elastica  $k$  e lunghezza a riposo  $l_0$ , ruota senza strisciare su tale piano. La molla è connessa al cilindro in modo che la forza elastica agisce sull'asse del cilindro ed è connessa al piano inclinato in modo che la direzione della forza elastica è sempre parallela al piano inclinato. (a) Si calcoli il periodo delle oscillazioni che compie il cilindro. (b) Al tempo  $t = 0$  la molla è a riposo ed il cilindro è fermo. Si calcoli la funzione  $l(t)$  che dà la lunghezza della molla come funzione del tempo. (c) Il rotolamento senza strisciamento è possibile solo se vi è attrito. Per le condizioni iniziali indicate al punto (b), si calcoli il valore minimo possibile del coefficiente di attrito statico che caratterizza l'attrito tra il piano ed il cilindro.



Valori numerici:  $\theta = 30^\circ$ ,  $M = 1.00$  kg,  $k = 600$  N/m,  $l_0 = 15.0$  cm.