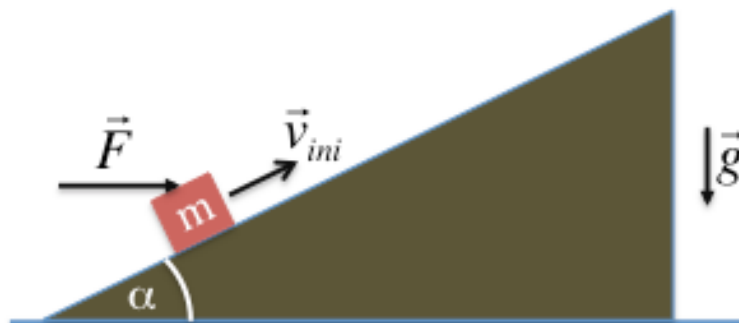


Esercizio n. 1

Ad un blocco di massa m che si trova su un piano inclinato di un angolo α rispetto all'orizzontale, è applicata la forza $\vec{F}$ orizzontale, disegnata in figura. Il coefficiente di attrito dinamico fra blocco ed il piano inclinato è μ_D ($\mu_S > \mu_D$). All'istante iniziale il blocco è in moto lungo il piano inclinato con velocità $\vec{v}_{ini}$ verso l'alto.



Si osserva che successivamente il blocco rallenta fino a fermarsi dopo un intervallo di tempo T .

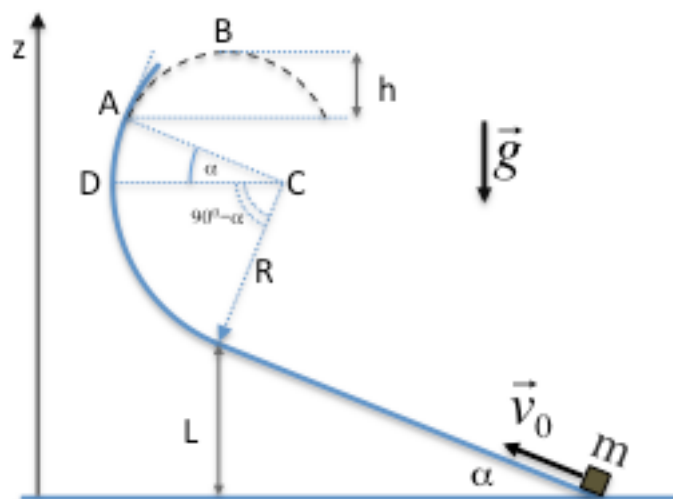
- 1) Si trovi la lunghezza dello spostamento del blocco fino all'istante T .
- 2) Si calcoli il lavoro della forza totale agente sul blocco nell'intervallo di tempo T .
- 3) Si calcoli per $t \geq T$ (T istante in cui il blocco si ferma) modulo, direzione e verso della forza d'attrito statica che il piano applica sul blocco.

Dati numerici: $m = 4.8 \text{ kg}$, $\alpha = 38^\circ$, $F = 47 \text{ N}$, $\mu_D = 0.33$, $v_{ini} = 4.3 \text{ m/s}$

Esercizio n. 2

Si consideri la guida indicata in figura, formata da un piano inclinato liscio di altezza L e inclinazione α ed un cerchio di raggio (ignoto) R e centro C .

Una massa viene lanciata verso l'alto con velocità $\vec{v}_0$, percorre il piano inclinato, continua il suo moto lungo il cerchio per un angolo pari a 90° e quindi si stacca dalla guida nel punto A . La massa quindi prosegue il suo moto raggiungendo la massima quota nel punto B . Se indichiamo con z la quota, sia $z_B - z_A = h$.



Si calcoli:

- 1) la velocità della massa nei punti A e B ;
- 2) la reazione vincolare in A ed il raggio R del cerchio;
- 3) la velocità della massa nel punto D e la reazione vincolare in D ;
- 4) la velocità iniziale $\vec{v}_0$.

Dati numerici: $\alpha = 22^\circ$, $h = 17.7 \text{ cm}$, $L = 19.8 \text{ cm}$, $m = 1.00 \text{ kg}$

Es. 1 Soluzione

Assumiamo un S.R. con asse x lungo il piano inclinato e verso concorde con v_{ini} ed asse y ortogonale al piano con verso uscente dal piano. Sia $\vec{R}$ la reazione totale del piano sul blocco di massa m.

Usando il II principio della dinamica possiamo scrivere $\vec{F} + m\vec{g} + \vec{R} = m\vec{a}$.

Proiettando sugli assi abbiamo:

$$\text{asse x} \quad F \cos \alpha - mg \sin \alpha - R_x = ma \quad \text{da cui} \quad a = \frac{F \cos \alpha - mg \sin \alpha - R_x}{m}$$

$$\text{asse y} \quad -F \sin \alpha - mg \cos \alpha + R_y = 0 \quad \text{da cui} \quad R_y = F \sin \alpha + mg \cos \alpha$$

$$\text{essendo } R_x = \mu_D R_y \text{ abbiamo } a = \frac{F \cos \alpha - mg \sin \alpha - \mu_D (F \sin \alpha + mg \cos \alpha)}{m} = -2.9 \text{ ms}^{-2}$$

1) Il moto è uniformemente ritardato. Assumendo $x=0$ nella posizione iniziale la legge del moto è espressa da $x(t) = v_{ini} t + \frac{1}{2} a t^2$, $v(t) = v_{ini} + a t$. Possiamo quindi calcolare in quanto tempo il punto si fermerà $T = -\frac{v_{ini}}{a} = 1.5 \text{ s}$

$$\text{Prima di fermarsi il blocco percorrerà la distanza } D = v_{ini} T + \frac{1}{2} a T^2 = 3.2 \text{ m}$$

2) Il lavoro compiuto dalla forza risultante applicata al blocco, nell'intervallo di tempo T, è pari alla variazione della energia cinetica $L_{tot} = 0 - \frac{1}{2} m v_{ini}^2 = -44 \text{ J}$

3) Per $t \geq T$ il blocco rimane fermo, ciò implica che risultante delle forze lungo l'asse x è nulla $F \cos \alpha - mg \sin \alpha - R_x = 0$, in questo caso R_x è la forza d'attrito statico:

$$R_x = F \cos \alpha - mg \sin \alpha = -8.0 \text{ N, diretta lungo il piano inclinato verso il basso.}$$

Es. 2 Soluzione

Nel punto A la reazione normale della guida sulla massa è nulla $|\vec{R}_A^n| = 0$ in quanto l'accelerazione centripeta è fornita dalla componente di $\vec{g}$ lungo il raggio.

$$mg \cos(90^\circ - \alpha) = mg \sin(\alpha) = \frac{m v_A^2}{R}$$

v_A ed R sono incognite.

Sappiamo che non ci sono attriti e quindi l'energia meccanica si conserva. In particolare $K_0 + U_0 = K_B + U_B$, assumendo $U_0 = 0$ possiamo scrivere $K_0 - K_B = U_B$

$$\frac{1}{2} m (v_0^2 - v_B^2) = mg[h + L + R (\sin(\alpha) + \cos(\alpha))]$$

dove v_0 , v_B ed R sono incognite.

Possiamo inoltre legare la componente verticale della velocità in A,

$$v_A \sin(90^\circ - \alpha) = v_A \cos(\alpha), \text{ al dislivello } z_B - z_A = h = \frac{v_A^2 \cos^2(\alpha)}{2g} \text{ e la componente orizzontale della velocità in A alla velocità } v_B: v_B = v_A \sin(\alpha).$$

$$\text{Conoscendo } h \text{ calcoliamo } v_A = \frac{\sqrt{2gh}}{\cos(\alpha)} = 2.01 \text{ m/s} \text{ e } v_B = v_A \sin(\alpha) = 0.75 \text{ m/s.}$$

$$\text{Nota } v_A \text{ possiamo calcolare } R = \frac{v_A^2}{g \sin(\alpha)} = 1.10 \text{ m.}$$

Ora possiamo calcolare la velocità iniziale

$$v_0 = \sqrt{v_B^2 + 2g[h + L + R (\sin(\alpha) + \cos(\alpha))]} = 6.0 \text{ m/s.}$$

Meccanica – A.A. 2011/12 - Primo compito d'esonero – 24 Aprile 2012

Possiamo calcolare la velocità nel punto D utilizzando la conservazione dell'energia meccanica $K_0 + U_0 = K_D + U_D$:

$$\frac{1}{2}m(v_0^2 - v_D^2) = mg[L + R\cos(\alpha)] \quad \text{da cui}$$

$$v_D = \sqrt{v_0^2 - 2g[L + R\cos(\alpha)]} = 3.48 \text{ m/s}$$

Nel punto D la reazione vincolare è responsabile interamente dell'accelerazione centripeta, possiamo quindi calcolarne l'intensità $|\vec{R}_D^n| = m \frac{v_D^2}{R} = 11.0 \text{ N}$. La direzione della reazione normale in D è orizzontale, verso il centro della traiettoria.