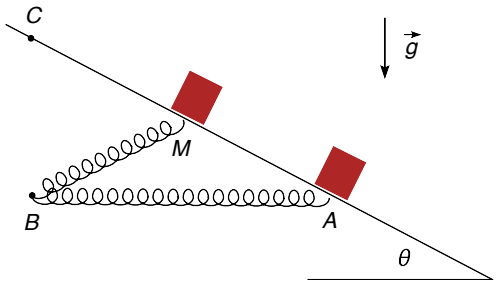
Esame di Meccanica del 27 Giugno 2012 (A)

Recupero esonero 1: esercizi 1,2; esonero 2: esercizi 3,4; Scritto meccanica: esercizi 2,3,4

Esercizio 1: Una massa $m = 80\,\mathrm{g}$ si può muovere senza attrito lungo un piano inclinato di un angolo θ rispetto all'orizzontale, con $\tan\theta = 1/2$. La massa è connessa ad un estremo di una molla ideale di costante elastica k e di lunghezza a riposo nulla. L'altro estremo della molla è connesso al punto B, come mostrato in figura. All'inizio la massa m si trova in A con velocità nulla e la molla è orizzontale. Sia $\mathrm{AB} = a = 50\,\mathrm{cm}$.

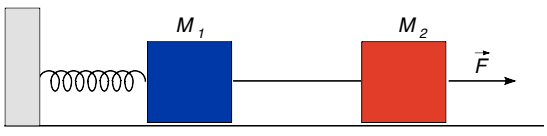


1. Si calcoli per quale valore k_0 di k la massa si trova in equilibrio in A.
2. Si fissi $k = k_0$ e si supponga di sostituire la massa m con una massa più piccola m_*. Essa, se posta ferma nel punto A, sale lungo il piano inclinato e si ferma nel punto C (posizione in cui la molla è disposta lungo la verticale). Si calcoli m_*.
3. Per la massa m_*, si calcoli la differenza di energia potenziale della forza elastica e gravitazionale tra il punto iniziale A e il punto M equidistante tra A e C (tale per cui AM = MC).
4. Si calcoli l'impulso della forza totale agente sulla massa m_* nell'intervallo di tempo in cui m_* va dalla posizione iniziale A al punto M. Si elenchino le forze che forniscono l'impulso.

Esercizio 2: Si consideri il sistema riportato in figura formato da due blocchi di massa M_1 ed M_2 liberi di muoversi senza attrito su un piano orizzontale. Il blocco di massa M_1 è connesso ad una molla di costante elastica k vincolata ad una parete verticale e, tramite un filo inestensibile e di massa trascurabile, alla massa M_2. Inoltre alla massa M_2 è applicata una forza costante orizzontale F. All'istante iniziale le due masse sono ferme, la molla è compressa di un tratto Δ e la corda è tesa.

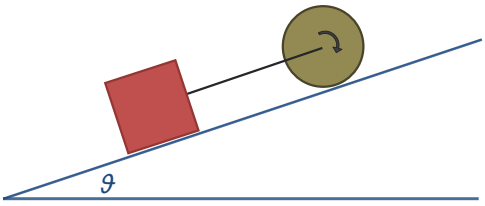
1. Se $\Delta = \Delta_0$, si calcoli l'ampiezza ed il periodo delle oscillazioni del sistema delle due masse (si assuma che la corda rimanga sempre tesa durante le oscillazioni).
2. Sempre per $\Delta = \Delta_0$, si calcoli il valore minimo della tensione della corda durante le oscillazioni, verificando che la corda rimane sempre tesa come assunto nella domanda precedente.
3. Si calcoli il valore massimo della compressione Δ per cui la corda rimane sempre tesa durante le oscillazioni.

Valori numerici: $M_1 = 130$ g, $M_2 = 2M_1$, $k = 0.880$ N/m, $F = 0.0704$ N, $\Delta_0 = 2.00$ cm.



Esercizio 3: Si consideri un piano inclinato di un angolo θ rispetto all'orizzontale sul quale si muove il sistema riportato in figura: un cilindro omogeneo di massa M e raggio R connesso da una fune inestensibile e di massa trascurabile ad un blocco di massa m. La fune da un lato è connessa all'asse del cilindro e dall'altro è connessa al blocco in modo tale da essere parallela alla superficie del piano inclinato. Si assuma trascurabile l'attrito tra blocco e piano inclinato. Al contrario, l'attrito tra cilindro e piano non è trascurabile. Si assuma in tutti i casi che il cilindro rotoli senza strisciare.

1. Al cilindro viene applicata una coppia di momento pari a τ_0 ed il sistema si muove con velocità costante verso l'alto; si calcoli θ.
2. Al cilindro viene applicata una coppia di momento τ. Si calcoli: *a*) l'accelerazione del sistema; *b*) la tensione della corda; *c*) la forza d'attrito (modulo e verso) che agisce sul cilindro.



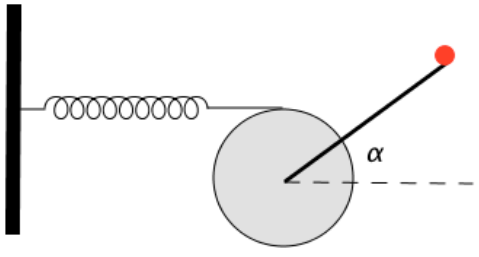
Valori numerici: $M = 4.31$ kg, $m = 3.90$ kg, $R = 19.3$ cm, $\tau_0 = 1.50$ N·m, $\tau = 3\tau_0$.

Esercizio 4: Un cilindro omogeneo di massa M e raggio R è vincolato a ruotare senza attrito attorno al suo asse posto orizzontalmente. Sul cilindro è avvolto un filo inestensibile di massa trascurabile. Un'estremità del filo è fissata al cilindro, l'altra ad una molla vincolata ad una parete verticale. La molla ha costante elastica k. Un'asta rigida di massa m_A e lunghezza L è fissata al cilindro lungo un suo raggio con l'estremità sull'asse. Inizialmente il sistema è in equilibrio e l'asta forma con l'orizzontale un angolo α.

1. Si calcoli l'allungamento x_m della molla in queste condizioni.

Al tempo $t = 0$ viene posto fermo sull'estremo dell'asta un blocchetto di massa m che vi rimane attaccato (incollato); successivamente, per $t > 0$, l'asta ruota verso il basso, si ferma istantaneamente in posizione orizzontale, e quindi risale. Si calcoli:

2. il valore di m;
3. l'accelerazione di m nel punto di minima quota raggiunta (asta orizzontale);
4. la forza vincolare agente sul perno quando l'asta è orizzontale; se ne riporti il modulo e l'angolo che essa forma con l'orizzontale.



Valori numerici: $\alpha = 60°$, $L = 47.0$ cm, $m_A = 1.12$ kg, $M = 5.20$ kg, $k = 444$ N/m, $R = 9.9$ cm, $g = 9.81$ m/s^2.