

Studio del moto di un carrello in un piano inclinato I.

### 1) Introduzione.

Consideriamo un carrello di massa  $M$  che scende lungo un piano inclinato lungo  $l$  partendo da fermo dalla quota 0. Il moto del sistema è uniformemente accelerato con accelerazione:

$$a = g(\sin\theta - \mu\cos\theta)$$

in cui  $g$  è l'accelerazione di gravità,  $\theta$  l'inclinazione del piano e  $\mu$  il coefficiente di attrito tra piano e carrello<sup>1</sup>.

Al termine della discesa il carrello urta anelasticamente il supporto di fine corsa e risale fino ad una quota  $l'$  dalla quale ridiscende per urtare ancora il supporto di fine corsa e risalire ad una quota  $l''$ . Dopo un certo numero di urti il carrello si ferma al supporto di fine corsa. Nelle fasi di salita l'accelerazione è pari a:

$$a = g(\sin\theta + \mu\cos\theta)$$

L'energia potenziale iniziale è totalmente dissipata nel processo, in parte negli urti anelastici, in parte per l'attrito. Considerando il moto dall'istante iniziale fino al raggiungimento della quota  $l'$  dopo il primo urto, si ha:

$$\delta E_{tot} = -mgl' \sin\theta$$

$$\delta E_{urto} = \frac{1}{2} m(v'^2 - v^2)$$

per cui la frazione dell'energia dissipata dovuta all'urto è pari a:

$$f_{urto} = \frac{v^2 - v'^2}{2gl' \sin\theta}$$

La misura della posizione assunta dal carrello in istanti di tempo regolarmente spaziatati permette di osservare e caratterizzare tutto il moto descritto. In particolare.

(A) Dalla misura dell'accelerazione  $a$  nella prima discesa per diversi valori dell'angolo  $\theta$ , si ricavano i due parametri  $g$  e  $\mu$ . Se i valori dell'angolo  $\theta$  sono tali per cui si può assumere che  $\sin\theta \approx \theta, \cos\theta \approx 1$ , la relazione diventa lineare:

$$a = g\theta - \mu$$

nella quale dunque  $g$  è il coefficiente angolare e  $\mu$  l'intercetta all'origine.

(B) Dalla misura della differenza  $\Delta a$  tra l'accelerazione misurata nella fase ascendente e quella misurata nella fase discendente dopo ogni urto, si ricava  $\mu$  in un modo diverso e parzialmente indipendente dalla prima misura.

(C) Dalla misura della velocità del carrello prima e dopo ogni urto e della differenza di quote raggiunte si ricavano le energie dissipate e si può determinare la frazione di energia dissipata per urto.

### 2) Strumentazione a disposizione.

Ciascun gruppo ha a disposizione un piano inclinato lungo circa 2 m sul quale scorre un carrello. Il sistema è corredato da un sonar che misura la posizione del carrello in funzione del tempo. Lo strumento è interfacciato direttamente con un PC attraverso un programma di acquisizione dati che permette di visualizzare sia graficamente che sotto forma di tabella il risultato di ciascuna misura. E' inoltre possibile registrare su file le misure effettuate.

---

<sup>1</sup> Il carrello è dotato di ruote e pertanto si tratta di attrito volvente, che può però essere in buona approssimazione trattato usando il formalismo dell'attrito radente.

### 3) Sequenza di operazioni in laboratorio.

(A) Calibrazione del sonar. In primo luogo si scelgono le caratteristiche del sonar (orientazione, ampiezza del fascio) in modo che il sistema dia una misura stabile per tutto l'intervallo di posizioni del carrello. Quindi si pone il carrello ad una distanza fissa dal sonar (per esempio 1 m, la distanza è misurata con il metro posto lungo il piano), si utilizza il programma di acquisizione in modalità calibrazione e si effettua la misura della velocità del suono che, da quel momento in poi, viene usata per convertire i tempi del sonar in posizioni del carrello. Per verificare il corretto funzionamento del sistema, si suggerisce di effettuare misure di posizione con il carrello fermo ad almeno altre due distanze dal sonar (per esempio 50 e 150 cm) valutando se, con la calibrazione effettuata ad 1 m, vengono misurate correttamente le posizioni del carrello. Da queste misure con carrello fermo può anche essere determinata la fluttuazione intrinseca della singola misura di posizione.

(B) Calibrazione dello 0 dell'inclinazione. Disporre il piano inclinato in posizione orizzontale utilizzando la livella. E' possibile controllare che tale posizione corrisponda effettivamente a  $\theta=0$  verificando che l'accelerazione è in valore assoluto la stessa nei due sensi di moto del carrello. Fissato lo 0, individuare un metodo per cambiare l'angolo misurandone la differenza con lo 0.

(C) Ad un angolo fissato (dell'ordine di 1 grado), si effettua una misura completa del moto del carrello lasciandolo partire dalla posizione  $l=50$  cm e attendendo che il carrello sia definitivamente fermo appoggiato al supporto di fine corsa. Chiamiamo *run* una misura completa di questo tipo. I dati di posizione, velocità ed accelerazione in funzione del tempo per tutto il run sono salvati su file e i grafici corrispondenti sono stampati.

Dal grafico si determini:

l'accelerazione  $a$  ;

le velocità  $v$  e  $v'$  prima e dopo ogni urto;

la variazione  $\Delta a$  di accelerazione tra fase ascendente e fase discendente dopo ogni urto;

le posizioni  $l, l', l''$  e così via finchè sono osservabili.

Per ciascuna delle grandezze misurate sia stimata l'incertezza.

(D) Si effettua un run per diversi angoli (non superiori a 8-10 gradi se si vuole rimanere nel limite di validità dell'approssimazione dei piccoli angoli).

(E) Riportare su grafico:

l'accelerazione  $a$  in funzione dell'angolo, tracciare la retta che meglio si adatta ai punti e determinare  $g$  e  $\mu$  per via grafica

il coefficiente di attrito  $\mu$  determinato a partire da  $\Delta a$  in funzione dell'angolo;

la frazione di energia dissipata nell'urto in funzione dell'angolo;

i rapporti  $l'/l$  e  $l''/l$  in funzione dell'angolo.