

Esercitazione 21 e 22

Marco Bonvini

10 Maggio 2018

1 Mattoncini

[Serie armoniche in Wikipedia](#)

Fino a quanto riesco a far sporgere le carte di un mazzo? Si assuma che la lunghezza della carta sia $\ell = 10\text{cm}$, e si considerino $n = 100$ e $n = 1000$ carte.

[Sol: La carta n -esima è spostata rispetto alla prima di una quantità che al massimo è $x_n = \frac{\ell}{2} \sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$. Con $n = 100$ si trova $x_{100} = 26\text{cm}$, con $n = 1000$ si trova $x_{1000} = 37\text{cm}$]

2 Uomo che salta dal vagone (e muore)

Un vagone ferroviario di massa $M = 2.5\text{T}$ si muove su un binario rettilineo con velocità costante $u_0 = 100\text{km/h}$ in assenza di attrito apprezzabile. Sul vagone si trova un uomo, di massa $m = 75\text{kg}$, inizialmente fermo rispetto al vagone. L'uomo si mette a correre lungo il vagone in verso opposto a quello del moto del vagone e quando salta giù dalla coda del vagone la sua velocità rispetto al vagone ha modulo $|v_R| = 10\text{km/h}$. Determinare, subito dopo che l'uomo è saltato, la velocità V del vagone e la velocità v dell'uomo rispetto al suolo.

[Sol: $V = u_0 - \frac{m}{m+M}v_R = 100\text{km/h} + 0.3\text{km/h}$, $v = V + v_R = u_0 + \frac{M}{m+M}v_R = 90\text{km/h}$]

3 La catena che scivola dal bordo del tavolo

Una catena ideale, perfettamente flessibile e inestensibile, di lunghezza L e densità per unità di lunghezza λ , scivola dal bordo di un tavolo. Supponendo che non ci sia attrito, che la catena parta da ferma e che all'istante iniziale una parte lunga x_0 di essa penda dal bordo del tavolo dimostrare che il tempo occorrente alla catena per scivolare dal tavolo vale

$$t = \sqrt{\frac{L}{g}} \log \left(\frac{L}{x_0} + \sqrt{\frac{L^2}{x_0^2} - 1} \right).$$

Si supponga ora che il coefficiente di attrito dinamico tra la catena e il piano del tavolo valga μ . Dimostrare che in tal caso, supponendo che nella posizione iniziale la forza di attrito statico non sia in grado di tenere ferma la catena, il tempo occorrente alla catena per scivolare dal tavolo vale

$$t = \sqrt{\frac{L}{g(1+\mu)}} \log \left(\frac{L + \sqrt{L^2 - (x_0(1+\mu) - L\mu)^2}}{x_0(1+\mu) - L\mu} \right).$$

Se il coefficiente di attrito statico vale μ_s dimostrare che la catena non cade dal tavolo se e solo se

$$x(1 + \mu_s) \leq \mu_s L.$$

4 Riportare la catena sul tavolo

Una catena è trattenuta ad un estremo su un tavolo privo di attrito con un quarto della sua lunghezza che pende dal bordo. Se la catena è lunga ℓ ed ha massa m , quale è il lavoro W che occorre fare per portare sul tavolo la parte pendente della catena? Se invece c'è attrito con coefficiente dinamico μ , assumendo che la catena venga tirata orizzontalmente dall'estremo che poggia sul tavolo, quanto lavoro occorre fare per portarla completamente sul tavolo?

[Sol: Senza attrito $W = mg\ell/32$, con attrito $W = mg\ell(1 + 7\mu)/32$]