

Esercizi per esercitarsi

Marco Bonvini

25 Maggio 2018

1 Il motore miracoloso

Una ruota di raggio $R = 35\text{cm}$ e massa $m = 5.0\text{kg}$ si trova su un piano inclinato scabro inclinato di un angolo $\theta = 15^\circ$ rispetto all'orizzontale. Sull'asse della ruota è posizionato un motore magico, la cui massa $M = 350\text{g}$ è tutta concentrata sull'asse della ruota ma che ciò nonostante è in grado di fornire una coppia motrice $\vec{\mu}_0$ alla ruota. Si calcoli:

1. l'intensità della coppia che permette alla ruota di stare ferma sul piano inclinato;
2. l'accelerazione della ruota assumendo che la coppia applicata diventi improvvisamente $\alpha = 1.25$ volte quella trovata al punto precedente (e che la ruota rotoli senza strisciare);
3. l'energia cinetica finale del sistema ruota+motore dopo aver percorso una distanza $d = 10.0\text{m}$;
4. il lavoro compiuto dalla reazione vincolare del piano, dalla forza peso e dalla coppia mentre il sistema compie il moto di cui ai punti precedenti.

2 Cilindro sul piano inclinato

Si consideri un cilindro omogeneo di massa $M = 2.0\text{kg}$ e raggio $R = 10\text{cm}$ che si muove su un piano inclinato di un angolo $\theta = 30^\circ$ rispetto all'orizzontale. Fra piano e cilindro vi è attrito statico con coefficiente $\mu_s = 0.3$. All'asse del cilindro viene applicata una forza \vec{F} perpendicolare ad esso e parallela al piano inclinato. Tale forza fa salire il cilindro.

1. Qual'è l'intervallo di valori di $|\vec{F}|$ per cui il cilindro, partendo da fermo, sale lungo il piano senza strisciare?
2. Dato $|\vec{F}| = F_0 = 15\text{N}$, quanto vale l'accelerazione del centro di massa del cilindro?
3. Che velocità raggiunge dopo che il centro di massa è salito di una quota $h = 20\text{cm}$?

3 La sbarra piegata

Una sbarra omogenea di lunghezza $\ell = 80\text{cm}$ e massa $M = 2.0\text{kg}$ è stata piegata di 90° al suo centro. La sbarra è vincolata a ruotare senza attrito intorno al suo estremo O . L'asse di rotazione è orizzontale e perpendicolare al piano verticale contenente la sbarra. L'asta inizialmente si trova ferma in una posizione in cui il braccio attaccato al polo O è orizzontale e il resto della sbarra scende. Ad un certo istante l'asta viene lasciata libera di ruotare. Calcolare:

1. il momento di inerzia rispetto al polo O ;
2. la posizione del centro di massa all'istante iniziale;
3. l'accelerazione angolare iniziale;
4. la massima velocità angolare raggiunta dall'asta;
5. la reazione del vincolo quando la velocità è massima.

4 L'altalena see-saw molleggiata

Un'altalena di tipo see-saw è composta da una sbarra lunga $\ell = 3.2\text{m}$ di massa $M = 120\text{kg}$, imperniata al suo centro su un fulcro alto $h = 45\text{cm}$ da terra. Ad una distanza $d = 30\text{cm}$ dal fulcro, da ambo i lati sono posizionate due molle di eguale costante elastica $k = 130\text{N/m}$ e lunghezza di riposo h che mantengono la sbarra in posizione orizzontale. Determinare:

1. la frequenza di oscillazione dell'altalena a vuoto;
2. la frequenza di oscillazione dell'altalena quando vi sono due bambini puntiformi agli estremi la cui massa complessiva è $m_1 + m_2 \equiv m = 90\text{kg}$;
3. la reazione vincolare del fulcro in funzione del tempo e della massa m_1 .

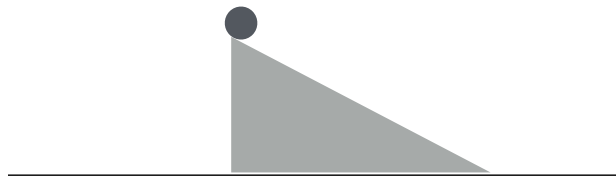
5 Cilindro su piano inclinato che scivola sul piano

Un piano inclinato di un angolo $\theta = 30^\circ$ rispetto all'orizzontale di massa $M = 6.0\text{kg}$ appoggia senza attrito su un tavolo orizzontale liscio. Il sistema è inizialmente a riposo. In cima al piano inclinato (alto $h = 25\text{cm}$) viene appoggiato un cilindro di massa $m = 2.0\text{kg}$ e raggio $r = 3\text{cm}$. Tra cilindro e piano inclinato vi è sufficiente attrito da non permettere strisciamento. Al tempo $t = 0$ il cilindro viene lasciato libero di muoversi. Determinare:

1. la velocità del cilindro quando raggiunge il tavolo;
2. lo spostamento orizzontale del cilindro quando raggiunge il tavolo;
3. il tempo impiegato dal cilindro a raggiungere il tavolo.

Assumendo che il cilindro mantenga la componente orizzontale della velocità quando comincia a scivolare sul tavolo, si determini

4. la perdita di energia del cilindro nell'istante del contatto col tavolo orizzontale.



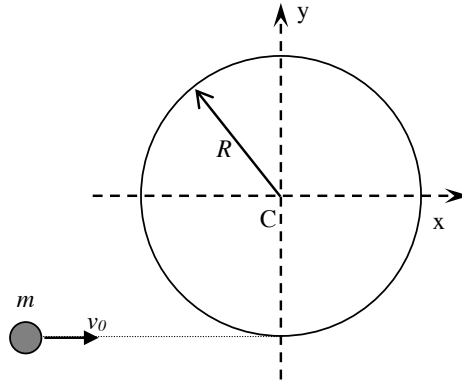
6 Il martello di Thor

Calcolare il tensore di inerzia del martello di Thor.

7 Proiettile su anello

Un proiettile di massa $m = 2.5\text{kg}$ è sparato tangenzialmente sul bordo di un anello, la cui massa è uguale a quella del proiettile, avente raggio $R = 0.50\text{m}$ (vedi figura). L'anello, libero di muoversi su un piano orizzontale privo di attrito, è inizialmente fermo. Prima dell'urto il modulo della velocità del proiettile è $v_0 = 3.0\text{m/s}$, dopo l'urto l'anello ed il proiettile restano uniti. Si calcolino, immediatamente dopo l'urto:

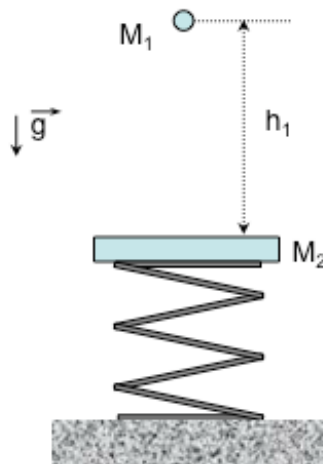
1. la distanza d del centro di massa G del sistema proiettile + anello dal centro C dell'anello;
2. la velocità del centro di massa del sistema;
3. la velocità angolare del sistema;
4. la frazione di energia dissipata nell'urto.



8 Palla su piattaforma molleggiata

Una palla da biliardo di massa $m = 500\text{g}$ viene lasciata cadere verticalmente, da una quota $h_1 = 5.10\text{m}$, nel centro di una piattaforma orizzontale di massa $M = 20.0\text{kg}$. La piattaforma è sostenuta da una molla elicoidale avente massa trascurabile e costante elastica $k = 2000\text{N/m}$. Dopo la collisione, elastica, la palla rimbalza verticalmente e la piattaforma rimane soggetta a piccole oscillazioni libere. Si calcoli:

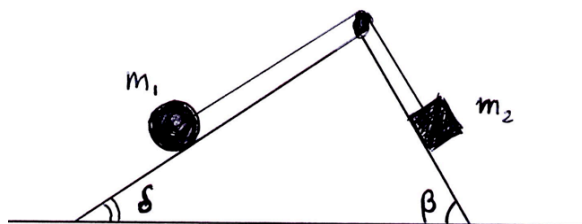
1. la velocità iniziale v_0 della piattaforma dopo l'urto;
2. l'altezza h_f a cui arriva la palla dopo il rimbalzo;
3. la frequenza e l'ampiezza delle oscillazioni della piattaforma;
4. la frequenza del moto della piattaforma se ad essa è applicato un sistema di ammortizzatori che oppone una forza resistente del tipo $\vec{F} = -\lambda\vec{v}$, dove \vec{v} è la velocità della piattaforma.



9 Piano inclinato con sfera e blocchetto

Una sfera di raggio $R = 3.0\text{cm}$ e massa $m_1 = 0.70\text{kg}$ è connessa da un filo inestensibile di massa trascurabile a un cubo di massa m_2 . La sfera poggia su un piano inclinato di angolo $\delta = 0.5\text{rad}$, il cubo su un piano con inclinazione $\beta = 0.8\text{rad}$. Il filo può scivolare senza attrito sul supporto mostrato in figura.

1. Assumendo che ci sia attrito fra cubo e piano inclinato, calcolare modulo e verso della forza di attrito agente sul cubo, con il sistema fermo e in equilibrio.
2. Se invece l'attrito sul cubo è nullo il sistema si mette in movimento. Calcolare modulo e verso della forza di attrito agente sulla sfera, assumendo che il moto di questa sia di puro rotolamento.



10 Blocchetti e molle

Su un piano orizzontale liscio, delimitato da due pareti fisse distanti 4ℓ ($\ell = 1.0\text{m}$), si trova una lastra di massa $M = 2.0\text{kg}$ al centro della quale è appoggiato un blocchetto di massa $m = 1.0\text{kg}$. Le dimensioni dei due corpi sono trascurabili rispetto alla distanza 4ℓ delle pareti (il disegno non è in scala). Le superfici di contatto fra la lastra M ed il blocchetto m sono scabre con $\mu_s = 0.50$ mentre la lastra può scivolare senza attrito sul piano orizzontale. Il blocchetto m è collegato con due molle alle pareti. La lunghezza a riposo delle molle è ℓ e le loro costanti elastiche valgono rispettivamente $k_2 = k = 3.0\text{N/m}$ e $k_1 = 2k$. All'istante $t = 0$ i due corpi partono con velocità iniziale nulla dal centro fra le due pareti.

1. Si verifichi che i corpi si muovono solidali l'uno all'altro e si calcoli la posizione di equilibrio del moto armonico percorso dai due corpi solidali.

Si faccia ora l'ipotesi che i due corpi vengano lanciati, sempre dal centro fra le due pareti, con velocità v_0 verso destra. Si calcoli:

2. il valore massimo v_{max} della velocità iniziale per cui, durante il moto, non si ha mai slittamento relativo fra i due blocchi;
3. il valore del lavoro compiuto dalle forze elastiche dall'istante in cui le masse vengono lanciate all'istante in cui passano, per la prima volta, per la posizione di equilibrio. Si assuma che il moto dei due corpi sia solidale.

